

В.3.235 ПИН-код банковской карточки составляется из четырёх цифр. Сколько вариантов кода можно составить?

3.236 Чему равен остаток: а) $956 : 14$; б) $790 : 23$; в) $4311 : 127$?

3.237 Чему равно делимое, если неполное частное 20, делитель 16, остаток 15?

3.238 Найдите корень уравнения:

- а) $x : 13 = 246 + 116$; г) $(3705 + p) : 59 = 63$;
 б) $1368 : y = 632 - 575$; д) $936 : (124 - k) = 8$;
 в) $z \cdot 46 = 916 + 832$; е) $(150 - m) \cdot 33 = 1683$.



Рис. 3.15

3.239 Найдите массу каждого из одинаковых кочанов капусты на рисунке 3.15, составив уравнение. (Масса гирь дана в килограммах.)

3.240 Сторона PQ треугольника PQR больше стороны PR на 9 см, но меньше стороны QR на 14 см. Найдите длину каждой стороны треугольника PQR , если его периметр равен 86 см.

3.241 Найдите длину отрезка MN на рисунке 3.16, если отрезок BM равен 15 см.

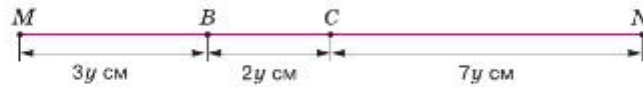


Рис. 3.16

3.242 В 5 «А» учится 28 человек. К Новому году купили 7 коробок пирожных, по 12 штук в каждой. Сколько пирожных получит каждый ученик?

3.243 В России за три первых месяца 2021 г. добыли 124 960 тыс. тонн нефти. За январь добыли 43 200 тыс. тонн, а за январь и февраль — 81 760 тыс. тонн. Сколько тысяч тонн нефти добыли в России за февраль и сколько — за март?

3.244 1) Катер проплыл 2 ч и сломался, не доплыв до места назначения 4 км. С какой скоростью плыл катер до поломки, если планировалось проплыть 34 км?

2) Велосипедист собирался проехать 33 км. Проехав 2 ч, он узнал, что ему осталось проехать 7 км. С какой скоростью двигался велосипедист?

3) В брикете 1 кг мороженого. После того как сделали несколько порций по 150 г, в брикете осталось 250 г. Сколько порций мороженого сделали?

4) Для подготовки к итоговой контрольной работе Ваня ежедневно решал по 7 задач из списка, содержащего 45 задач. Сколько дней готовился Ваня к контрольной работе, если накануне ему оставалось решить 3 задачи?

3.245 Выполните действия:

- 1) $953\,680 : 5 : 14 : 131$; 3) $335\,920 : 95 : 17 \cdot 125$;
 2) $125 \cdot (9720 : 81 : 6)$; 4) $138\,600 : 56 : 25 : 9$.



3.246 Представьте в виде суммы или разности, применив распределительное свойство умножения:

- а) $12 \cdot (70 + b)$; б) $38 \cdot (21 - b)$; в) $(x - 14) \cdot 19$; г) $(16 + z) \cdot 13$.

3.247 Вычислите, применив распределительное свойство умножения:

- а) $(25 + 250) \cdot 4$; в) $8 \cdot 29 + 8 \cdot 21$;
 б) $6 \cdot (13 + 150)$; г) $63 \cdot 237 + 63 \cdot 763$.

3.248 Вычислите наиболее удобным способом:

- а) $(40 - 3) \cdot 5$; в) $95 \cdot 317 - 85 \cdot 317$;
 б) $6 \cdot (80 - 2)$; г) $87 \cdot 316 - 87 \cdot 306$.

- 3.249** Упростите выражение:
 а) $5b + 85b$; б) $64c - 49c$; в) $499k + k$; г) $102x - x$.
- 3.250** Чему равно значение выражения:
 а) $43a + 36a + 64a + 57a$ при $a = 56$; б) $134p - 68p - 34p$ при $p = 12$?
- 3.251** Найдите корень уравнения:
 а) $18x + 23x = 697$; в) $59z - z = 348$;
 б) $72y - 25y = 611$; г) $103t - 5t = 1960$.
- 3.252** Найдите значение b , при котором разность $35b$ и $15b$ равна 680.
- 3.253** Для ремонта участка железной дороги длиной 54 км необходимы рельсы, масса одного метра которых равна 65 кг. Сколько необходимо платформ для перевозки рельсов, если на платформу можно загрузить 60 т рельсов?
- 3.254** Когда из первой корзины переложили во вторую 5 грибов, то грибов в обеих корзинах стало поровну. Сколько грибов было во второй корзине, если в первой корзине был 41 гриб?
- 3.255** В День города в спортивных соревнованиях приняло участие 1200 школьников, причём мальчиков было в 2 раза больше, чем девочек. Сколько мальчиков и сколько девочек участвовало в соревнованиях?
- 3.256** Площадь комнаты в 4 раза больше площади кухни. Найдите площадь комнаты, если она больше площади кухни на 24 квадратных метра.
- 3.257** В трёх больших и четырёх маленьких бидонах 160 л молока. Сколько молока входит в большой бидон, если его объём в 4 раза больше объёма маленького?
- 3.258** При варке сиропа для вишневого компота на 7 частей воды берут 2 части сахара (по массе). Сколько сахара потребовалось для приготовления компота, если сахара пошло на 4 кг 500 г меньше, чем воды?

Пусть масса одной части — x г.			
Сахар	$2x$ г) Меньше на 4 кг 500 г	
Вода	$7x$ г		



- 3.259** Чтобы приготовить раствор для мыльных пузырей, берут 40 частей воды, 12 частей жидкости для мытья посуды и 2 части сахара или глицерина (по объёму). Сколько получится раствора, если для его приготовления потребуется на 50 мл жидкости для мытья посуды больше, чем сахара?

- 3.260** С двух рядов яблонь собрали 2250 кг яблок. Сколько килограммов яблок собрали с каждого ряда, если со второго ряда собрали на 150 кг меньше, чем с первого?

Масса яблок		
1-й ряд	$(x + 150)$ кг) 2250 кг
2-й ряд	x кг	



3.261 В школе обучается 623 человека, причём девочек на 45 больше, чем мальчиков. Сколько девочек и сколько мальчиков учится в школе?

3.262 Найдите значение выражения:
 а) $2006 \cdot (10\,425 : 75 - (5506 - 5415))$;
 б) $5004 \cdot (24\,717 : 77 - 318 + 24)$;
 в) $207\,746 : (306 \cdot 54 - 16\,486)$;
 г) $9984 : 48 - 14\,283 : 69$;
 д) $1560 : (52 \cdot 36 - 20 \cdot 91)$;
 е) $6883 + (706 \cdot 350 - 47000) : 300$.

Ц3.263 *Развивай мышление.* В вершинах треугольников были написаны десять цифр от 0 до 9, а в каждом треугольнике — сумма цифр в трёх его вершинах. Некоторые из чисел стёрли (рис. 3.17). Какая цифра была написана в закрашенной вершине?

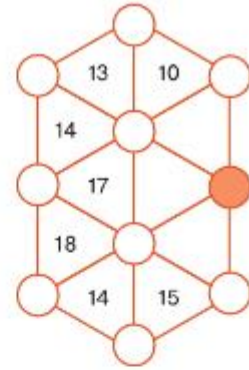


Рис. 3.17

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

1 В магазине было 12 упаковок тетрадей в линейку, по 50 штук в каждой. За день продали 9 упаковок тетрадей. Сколько тетрадей осталось продать?

Решая эту задачу, ученики составили числовые выражения:

а) $12 \cdot 50 - 9 \cdot 50$; б) $50(12 - 9)$; в) $12 \cdot 50 - 9$; г) $(12 - 9) \cdot 50$.

Какое выражение не является решением задачи?

2 Упростите выражение:

а) $a + 2a$; в) $18b \cdot 2 \cdot 5$; д) $(21s + 79) \cdot 3$.
 б) $25x - 19x$; г) $5 \cdot (3l - l)$;

3 Вычислите значение выражения, выбирая удобный способ:

а) $23 \cdot 21 + 23 \cdot 79$; г) $208 \cdot 1001$;
 б) $8 \cdot (25 + 7)$; д) $99 \cdot 134$.
 в) $74 \cdot 238 - 38 \cdot 74$;

4 Решите уравнение:

а) $8x + 7x = 1515$; б) $8 \cdot (2x - 6) = 128$.

Проверочная работа № 2

1 Запишите равенство и найдите, при каких значениях буквы оно будет верным:

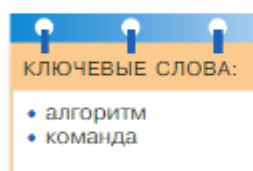
а) сумма $3x$ и $8x$ равна 121;
 б) разность $46y$ и $15y$ равна 186;
 в) выражение $3a$ меньше $7a$ на 224;
 г) выражение $9c$ больше $2c$ на 84;
 д) $37b$ на 58 меньше, чем 280;
 е) $6k$ втрое больше, чем 24.

2 Найдите значение выражения:

а) $13 \cdot 23 + 23 \cdot 10$; в) $154 \cdot 30 - 124 \cdot 30$;
 б) $200 \cdot 17 + 100 \cdot 17$; г) $687 \cdot 25 - 487 \cdot 25$.

Проверочная работа № 3

- В саду стояла бочка для полива растений. В бочке было x л воды. Составьте выражение для нахождения количества воды в бочке для каждого случая:
 - в бочку долили 5 л воды;
 - количество воды в бочке увеличили в 3 раза;
 - в бочку долили 3 л, а затем получившееся количество воды увеличили в 2 раза;
 - увеличили количество воды в бочке в 4 раза, а затем вылили из неё 8 л.
 Найдите значения получившихся выражений, если в бочке было 30 л воды.
- Чему равно значение выражения:
 - $32x + 12x + 10x + 54x$ при $x = 11$;
 - $432a - 321a - 100a - 10$ при $a = 7645$;
 - $400 + 101n + 500 - 51n$ при $n = 43$?
- Найдите корень уравнения:
 - $42x + 11x + 2x = 330$;
 - $167x - 45x - 34x - 80x = 112$.



порядок
выполнения
действий

16. Порядок действий в вычислениях

Действиями первой ступени называют сложение и вычитание чисел, а действиями второй ступени — умножение и деление чисел.

При вычислении значений выражений **порядок (алгоритм) выполнения действий** определяют следующие правила:

- Если выражение содержит только действия одной ступени и в нём нет скобок, то действия выполняют по порядку слева направо.
- Если в выражении нет скобок, то сначала выполняют действия второй ступени, потом — действия первой ступени.
- Если в выражении есть скобки, то сначала выполняют действия в скобках (учитывая правила 1 и 2).

Покажем применение правил на следующих примерах.

Пример 1. Вычислим значение выражения

$$700 - 535 + 242 - 109 + 96.$$

Это выражение содержит действия только первой ступени и в нём нет скобок, поэтому следует выполнять действия по правилу 1. Расставим порядок действий и выполним вычисления.



$$\overset{\textcircled{1}}{700} - \overset{\textcircled{2}}{535} + \overset{\textcircled{3}}{242} - \overset{\textcircled{4}}{109} + 96.$$

$$\begin{array}{ll} 1) 700 - 535 = 165, & 2) 165 + 242 = 407, \\ 3) 407 - 109 = 298, & 4) 298 + 96 = 394. \end{array}$$

Значение выражения равно 394.

Пример 2. Вычислим значение выражения

$$980 : 49 \cdot 214 : 107 \cdot 12.$$

Значение этого выражения также можно найти по правилу 1, так как в нём нет скобок и имеются действия только второй ступени.

$$\overset{\textcircled{1}}{980} : \overset{\textcircled{2}}{49} \cdot \overset{\textcircled{3}}{214} : \overset{\textcircled{4}}{107} \cdot 12.$$

$$\begin{array}{ll} 1) 980 : 49 = 20, & 2) 20 \cdot 214 = 4280, \\ 3) 4280 : 107 = 40, & 4) 40 \cdot 12 = 480. \end{array}$$

Значение выражения равно 480.

Пример 3. Вычислим значение выражения

$$4698 - 45 \cdot 55 : 25 + 182 : 13.$$

В этом выражении есть действия первой и второй ступеней, но в нём нет скобок. Поэтому по правилу 2 выполним вначале действия второй ступени, а потом — действия первой ступени.

$$\overset{\textcircled{1}}{4698} - \overset{\textcircled{1}}{45} \cdot \overset{\textcircled{2}}{55} : \overset{\textcircled{3}}{25} + \overset{\textcircled{4}}{182} : \overset{\textcircled{5}}{13}.$$

$$\begin{array}{lll} 1) 45 \cdot 55 = 2475, & 2) 2475 : 25 = 99, & 3) 182 : 13 = 14, \\ 4) 4698 - 99 = 4599, & 5) 4599 + 14 = 4613. \end{array}$$

Значение выражения равно 4613.

Пример 4. Вычислим значение выражения

$$54\,000 : (48 + 21 \cdot 2) - 35 \cdot 4.$$

В этом выражении есть скобки. Поэтому по правилу 3 выполним сначала действия в скобках:

$$48 + 21 \cdot 2 = 48 + 42 = 90.$$

Подставим полученное значение вместо $(48 + 21 \cdot 2)$ и вычислим:

$$54\,000 : 90 - 35 \cdot 4 = 460.$$

В выражениях, содержащих скобки, можно эти скобки не писать (опускать), если при этом порядок действий не изменяется.

Например, скобки в выражении $(67 - 41) + 13 - 11$ можно опустить, так как в выражении $67 - 41 + 13 - 11$ порядок действий тот же: $67 - 41 = 26$, $26 + 13 = 39$, $39 - 11 = 28$.

Используя свойства сложения, вычитания и умножения, можно изменять порядок действий.

Каждое выражение задаёт **алгоритм** своего вычисления. Он состоит из **команд**.

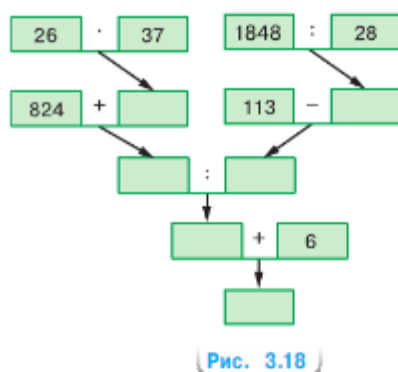


Рис. 3.18

Например, алгоритм вычисления выражения

$$(824 + 26 \cdot 37) : (113 - 1848 : 28) + 6$$

состоит из шести команд:

1. Перемножить числа 26 и 37.
2. Сложить 824 с результатом выполнения команды 1.
3. Разделить 1848 на 28.
4. Вычтеть из 113 результат выполнения команды 3.
5. Разделить результат команды 2 на результат команды 4.
6. Сложить результат выполнения команды 5 с числом 6.

Этот алгоритм вычислений можно представить в виде **схемы** (рис. 3.18).



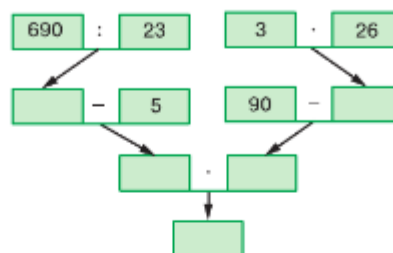
Назовите действия первой ступени и второй ступени. Какой порядок выполнения действий в выражении без скобок с действиями одной и той же ступени? Как выполняют действия в выражении без скобок со всеми арифметическими действиями? Как выполняют действия в выражениях со скобками? Можно ли опустить скобки, если в выражении содержатся только действия сложения; только действия сложения и вычитания? Приведите примеры.

К

- 3.264** Укажите порядок действий в выражении:
 а) $480 - 180 : 6$; б) $(480 - 180) : 6$; в) $480 - 180 + 6$; г) $480 - (180 + 6)$.
- 3.265** Укажите выражение, в котором порядок действий указан неверно:
 1) $4 \cdot 7 - 25 : 5$; 3) $(45 - 27) : 2$;
 2) $27 - 21 : 3 + 19$; 4) $(42 - 28) : (23 - 16)$.
- 3.266** Укажите порядок действий и найдите значение выражения:
 а) $36 - 7 \cdot 4 + 8$; б) $18 + (81 - 45) : 9$.
- 3.267** Найдите значение выражения:
 а) $56 - 29 + 23 - 27$; г) $1088 : 136 \cdot 25 : 20$;
 б) $165 + 308 - 75 - 153$; д) $11 \cdot 45 - 224 : 14 - 336 : 8$;
 в) $34 \cdot 35 : 85 \cdot 3$; е) $442 : 34 \cdot 60 - 256 \cdot 9 : 96$.
- 3.268** Вычислите:
 а) $465 : (141 + 14 \cdot 22 - 11 \cdot 38) + 594 : 33$;
 б) $(17 \cdot 9 - 403 : 31) \cdot (1598 : 47 - 24)$;
 в) $(110 + 17 \cdot 6) \cdot 240 : (400 - 5 \cdot 64)$;
 г) $(54 + 1112 \cdot 139) \cdot 31 - 46$;
 д) $8607 + 7605 + (376\,012 - 83\,314) : 414 : 7$;
 е) $(5980 + 6620) : 28 : (5 \cdot 3 + 15 \cdot 29)$.

- 3.269** Вычислите удобным способом, изменив порядок действий на основании свойств сложения, вычитания и умножения:
 а) $37 + 246 + 63$; в) $247 - 44 - 56$; д) $18 \cdot 8 + 8 \cdot 82$;
 б) $671 + 98 - 71$; г) $50 \cdot 51 \cdot 2$; е) $146 \cdot 17 - 46 \cdot 17$.

- 3.270** Запишите выражение по алгоритму:
 1. Вычлеть из 481 число 238.
 2. Сложить числа 175 и 858.
 3. Перемножить результаты команд 1 и 2.
 Вычислите значение этого выражения.



- 3.271** Составьте алгоритм вычисления выражения $279 \cdot 31 - 7852 : 26$ и найдите его значение.

- 3.272** Выполните действия по схеме (рис. 3.19).

- 3.273** Расставьте скобки так, чтобы равенство было верным:

а) $240 : 40 + 20 \cdot 2 = 52$; б) $240 : 40 + 20 \cdot 2 = 8$.

Рис. 3.19

- 3.274** Составьте алгоритм вычисления и найдите значение выражения:

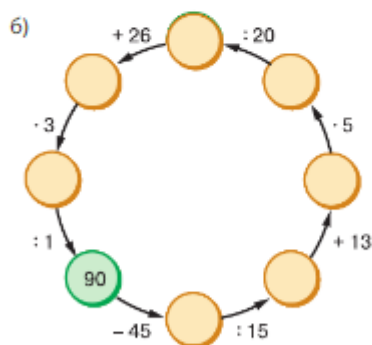
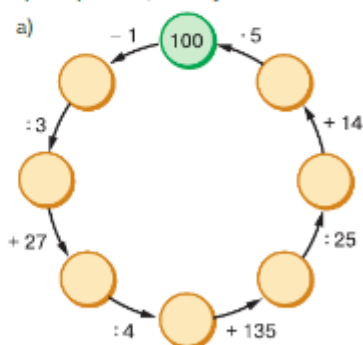
а) $76 \cdot 18 : 8 + 1515 : 15$; б) $(34 \cdot 15 - 220) : 58 + (210 : 14 - 9) \cdot 3$.



- 3.275** Вычислите.

$\begin{array}{r} 100 - 55 \\ \cdot 2 \\ : 18 \\ \cdot 15 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 90 - 71 \\ \cdot 3 \\ + 23 \\ : 16 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 100 - 54 \\ : 23 \\ \cdot 19 \\ + 22 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 100 - 13 \\ : 3 \\ + 27 \\ : 14 \\ \hline ? \end{array}$
--	---	---	--

- 3.276** Проверьте цепочку вычислений.



- 3.277** Найдите корень уравнения:

а) $24 + b = 37$; в) $c - 37 = 24$; д) $37 - r = 24$;
 б) $y + 24 = 37$; г) $37 - d = 37$; е) $24 + k = 24$.

- 3.278** В результате действия с двумя натуральными числами было получено число 14. Найдите, сколько пар таких чисел может быть при:

а) сложении; б) умножении; в) вычитании; г) делении.

- 3.279** Назовите наибольшее и наименьшее из четырёх чисел, если первое число — произведение пятизначного числа и десяти, второе — семизначное, третье — значение частного от деления пятизначного числа на десять, а четвертое — 12 345.

- 3.280** Упростите выражение:
 а) $3a + 524 + 8a + 412$; в) $78 + 7x + 45 + 8x$;
 б) $22y + 39y + 683 + 317$; г) $714 - 314 + 6z - 4z$.
- 3.281** Найдите корень уравнения:
 а) $54b - 28 = 26$; в) $5905 - 27y = 316$;
 б) $34s - 68 = 68$; г) $89n + 68 = 9057$.
- 3.282** Решите уравнение:
 а) $10x - 9x + 10 = 13$; в) $4z - 3z + 25 = 42$;
 б) $11y + 18y - 46 = 70$; г) $5p + 6p - 77 = 0$.
- 3.283** Найдите корень уравнения:
 а) $(x + 85) : 36 = 72$; в) $p : 27 - 88 = 24$;
 б) $483 : k - 33 = 36$; г) $34 \cdot (q - 43) = 374$.
- 3.284** Гончарная мастерская производит 700 чашек в месяц. Сколько килограммов глины нужно закупить для производства чашек на год, если на одну чашку расходуется 150 г глины?
- 3.285** На складе 120 л сока; трёхлитровых банок яблочного сока столько же, сколько пятилитровых банок томатного сока. Сколько литров томатного сока на складе?
- 3.286** Волк увидел зайца и пустился по следу. Волк побежал за зайцем со скоростью 15 м/с. Заяц бросился наутёк.
 а) Сможет ли волк догнать зайца, если заяц бежит со скоростью a м/с и $a = 18$; $a = 15$; $a = 12$?
 б) Через сколько секунд волк догонит зайца, который находится от него на расстоянии 450 м и бежит со скоростью 12 м/с?
- 3.287** Решите с помощью уравнения задачу:
 а) В доме 72 квартиры. Из них однокомнатных квартир в 2 раза меньше, чем двухкомнатных, и в 3 раза меньше, чем трёхкомнатных. Сколько двухкомнатных квартир в доме?
 б) В гостинице 84 номера. Из них одноместных в 4 раза больше, чем двухместных, а двухместных в 2 раза меньше, чем трёхместных. Сколько одноместных номеров в гостинице?
- Д**
- 3.288** Для выражения $8233 + 1634 \cdot (5903 - 5818) : 5 - 8057$ составьте алгоритм вычисления и запишите его в виде схемы. Найдите значение выражения.
- 3.289** Дан алгоритм вычисления:
 1. Разделить 150 898 на 11.
 2. Разделить 1008 на 14.
 3. Результат выполнения команды 2 умножить на 33.
 4. Сложить результаты выполнения команд 1 и 3.
 По этому алгоритму напишите выражение и найдите его значение.
- 3.290** Напишите выражение по схеме на рисунке 3.20. Составьте алгоритм его вычисления и найдите значение.
- 3.291** Найдите корень уравнения:
 а) $6x + 2x + 97 = 1561$;
 б) $344t - 137t - 2861 = 10\,387$;
 в) $3y + 6y + 78 = 1617$;
 г) $345m - 236m - 1972 = 63\,755$.

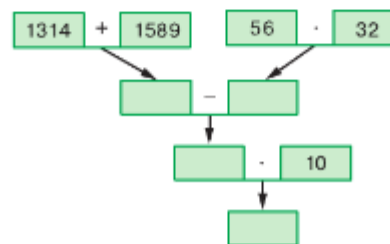


Рис. 3.20

3.292 Решите уравнение:

а) $77\,770 : 110 + x = 708$;

б) $7761 + p : 123 = 8000$;

в) $2730 + 1216 : y = 2794$;

г) $13\,755 : 131 + k = 105$.

3.293 Выполните деление:

а) $1\,774\,080 : 168$;

б) $489\,849 : 607$;

в) $7\,014\,007 : 1001$;

г) $309\,148\,000 : 42\,700$.

3.294 Моторная лодка шла 2 ч по реке и 5 ч по озеру. Найдите, сколько всего километров прошла моторная лодка, если по озеру она двигалась со скоростью 21 км/ч, а по реке — на 4 км/ч быстрее.

3.295 Сколько секунд надо собаке, чтобы догнать кошку, которая находится на расстоянии 30 м от неё, если скорость кошки 6 м/с, а собаки 9 м/с?

Ц.3.296 *Развивай память и внимание.* Найдите в таблице все числа по порядку от 2 до 50, засекая время выполнения. Это упражнение полезно выполнять несколько раз. Можно изготовить аналогичные таблицы для большего числа чисел.

а)

31	14	45	34	25	40	9
12	30	43	18	7	3	20
39	2	24	10	47	22	37
8	33	41	49	15	27	6
44	48	21	17	36	38	29
28	11	50	4	26	13	16
5	46	32	42	19	23	35

б)

28	10	22	45	2	31	18
8	48	26	44	36	15	34
17	33	27	12	40	37	32
25	7	4	6	50	3	14
39	46	23	11	20	29	42
35	21	47	16	19	38	49
13	43	30	5	41	24	9

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

1 Вычислите значения выражений:

$$20 \cdot 8 - 6 : 2, \quad 20 \cdot (8 - 6 : 2), \quad 20 \cdot (8 - 6) : 2, \quad (20 \cdot 8 - 6) : 2.$$

Объясните, почему получены разные ответы.

2 Найдите значение выражения:

а) $312 : 13 + 17 \cdot 52 - 90 : 2$;

б) $(312 : 13 + 17 \cdot 52) - 90 : 2$;

в) $312 : 13 + (17 \cdot 52 - 90) : 2$;

г) $312 : 13 + 17 \cdot (52 - 90 : 2)$.

3 Найдите x , если:

а) $(65 + x) : 2 - 21 = 30$;

б) $(x \cdot 58 - 24) : 2 = 191$;

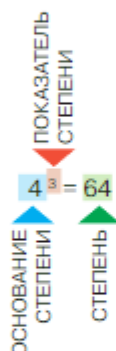
в) $8432 - 3870 : x = 8346$.

4 В одной коробке было 5230 г конфет, а в другой — в 2 раза меньше. Сколько конфет было в обеих коробках?

17. Степень с натуральным показателем

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- основание степени
- показатель степени
- степень числа
- квадрат числа
- куб числа
- сумма разрядных слагаемых



С помощью произведения удобно записать сумму равных слагаемых. Например, вместо $4 + 4 + 4 + 4 + 4$ пишут $4 \cdot 5$. В этом произведении число 5 показывает, сколько слагаемых было в сумме.

Произведение равных множителей тоже можно записать по-другому:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5.$$

В записи 3^5 число 3 называют **основанием степени**, число 5 — **показателем степени**, а выражение 3^5 называют **степенью числа**.



Выражение 3^5 читают: «три в пятой степени» или «пятая степень числа три».

Показатель степени показывает, сколько множителей было в произведении.

Например, запишем произведения в виде степеней и найдём их значения:

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64;$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32.$$

Вторую степень числа часто называют **квадратом числа**. Произведение $6 \cdot 6$ называют **квадратом числа 6** и обозначают 6^2 .

Квадратом числа n называют произведение $n \cdot n$ и обозначают n^2 (читают: «эн» в квадрате): $n^2 = n \cdot n$.

Например, $15^2 = 15 \cdot 15 = 225$.

В таблице даны квадраты первых десяти натуральных чисел:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Третью степень числа называют **кубом числа**.

Кубом числа n называют произведение $n \cdot n \cdot n$ и обозначают n^3 (читают: «эн» в кубе): $n^3 = n \cdot n \cdot n$.

Например, $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 49 \cdot 7 = 343$.

В таблице даны кубы первых десяти натуральных чисел:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Первую степень числа считают равной самому числу: $17^1 = 17$, $1^1 = 1$. Показатель степени 1 обычно не пишут.

Возведение числа в степень — это пятое арифметическое действие. Если числовое выражение не содержит скобок и в него входят степени чисел, то сначала вычисляют их значения.

Пример. Найдём значение выражения

$$\begin{aligned} & (5 + 2)^2 \cdot 3^3 - 7^3 - 2^8. \\ (5 + 2)^2 \cdot 3^3 - 7^3 - 2^8 &= 7^2 \cdot 27 - 343 - 256 = \\ &= 49 \cdot 27 - 343 - 256 = 1323 - 343 - 256 = 724. \end{aligned}$$

Любое многозначное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых:

$$7635 = 7 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5.$$

Но 1000 — это третья степень числа 10, 100 — вторая, поэтому число 7635 можно записать так:

$$7635 = 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 5.$$

Полученную сумму также называют **суммой разрядных слагаемых** числа 7635.



Что называют квадратом числа; кубом числа?

Чему равна первая степень числа?

Назовите основание и показатель степени: 7^6 ; 14^3 ; 5^{12} ; 111^2 ; 19^1 .
Укажите порядок действий для выражений: $10 \cdot 4^2$; $(10 \cdot 4)^2$; $10^2 + 4$.

К

- 3.297** а) Составьте таблицу степеней числа 10 для показателей от 1 до 9.
б) Составьте таблицу квадратов чисел от 11 до 20.

3.298 Запишите в виде степени произведение:

- а) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$; в) $203 \cdot 203 \cdot 203$; д) $2018 \cdot 2018 \cdot 2018$;
б) $21 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 21$; г) $99 \cdot 99 \cdot 99 \cdot 99$; е) $\underbrace{10 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 10}_{100 \text{ множителей}}$



Число 10^{100} называют *гугол*. Название именно этого числа было выбрано для всемирной поисковой системы.

- 3.299** Пользуясь интернет-ресурсами, узнайте историю возникновения этого названия, а также найдите названия других чисел-великанов.

3.300 Запишите в виде степени произведение:


- а) $t \cdot t \cdot t \cdot t \cdot t \cdot t \cdot t$; в) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$; д) $c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c$;
б) $r \cdot r \cdot r \cdot r$; г) $h \cdot h$; е) $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_p \text{ множителей}$

3.301 Представьте в виде степени:

- а) $(y + 2)(y + 2)(y + 2)$; в) $x \cdot x \cdot x + 7 \cdot 7 \cdot 7$;
б) $(6 - n)(6 - n)$; г) $p \cdot p - q \cdot q$.

3.302 Запишите в виде произведения степень:

- а) 8^6 ; б) 13^3 ; в) 1000^2 ; г) 50^5 ; д) x^3 ; е) a^4 ; ж) b^7 ; з) n^9 .

- 3.303** Представьте в виде произведения степень:
а) $(3 + c)^4$; б) $(b - 4)^2$; в) $(x + y)^2$; г) $(a - b)^3$.
- 3.304** Вычислите: а) 35^2 ; б) 100^2 ; в) 10^3 ; г) 11^3 ; д) 15^3 ; е) 103^2 .
- 3.305** Найдите значение степени: а) 2^6 ; б) 10^5 ; в) 1^{21} ; г) 3^4 ; д) 53^1 ; е) 3^5 .
- 3.306** Найдите значение выражения: а) $4^2 + 5$; б) $4 + 5^2$; в) $(4 + 5)^2$; г) $4^2 + 5^2$.
- 3.307** Вычислите: а) $4^3 + 6$; б) $6^3 + 4$; в) $(6 + 4)^3$; г) $(6^3 - 4^3) : (6 - 4)$.
- 3.308** Чему равно значение выражения:
а) $2^3 + 3^2$; б) $10^3 : 5^2$; в) $7^2 \cdot 2^4$; г) $7^8 - 3^5$?
- 3.309** Найдите значение выражения:
а) $10^2 : (6^2 + 2^6)$; б) $(10^2 - 4^3) \cdot 3^3$; в) $2 \cdot 6^3 - 7^3$; г) $4 \cdot 3^4 + 2^8$.
-  **3.310** Установите, верно ли равенство:
а) $12^2 + 9^2 = (12 + 9)^2$; б) $12^2 + 9^2 = 15^2$;
в) $13^2 - 5^2 = (13 - 5)^2$; г) $13^2 - 5^2 = 12^2$.
- 3.311** Установите, верно ли равенство:
а) $5^3 \cdot 2^3 = 10^3$; б) $3^3 \cdot 3^2 = 3^6$; в) $5^2 \cdot 2^2 = (5 \cdot 2)^4$; г) $3^3 \cdot 3^2 = 3^5$.
- 3.312** Сравните значения выражений:
а) $3 \cdot 2^3$ и $(3 \cdot 2)^3$; б) $2^4 \cdot 2$ и 2^4 ;
в) $(4 \cdot 3)^2$ и $4^2 \cdot 3^2$; г) $2^3 \cdot 2^5$ и 2^8 .
- 3.313** Пользуясь таблицами квадратов и кубов чисел, найдите значение a , если:
а) $144 = a^2$; б) $a^2 = 169$; в) $a^2 = 1\,000\,000$; г) $216 = a^3$; д) $a^3 = 729$.
- 3.314** Вычислите: а) $4 \cdot 10^2$; б) $16 \cdot 10^4$; в) $9 \cdot 10^6$; г) $108 \cdot 10^7$.
- 3.315** Представьте в виде суммы разрядных слагаемых числа:
а) 1 236 078; б) 33 033 330; в) 11 101 110 100; г) 246 135 789 000.
- 3.316** Напишите число, представленное суммой разрядных слагаемых:
а) $10^7 + 9 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4 + 10^2$; б) $6 \cdot 10^9 + 2 \cdot 10^8 + 3 \cdot 10^5 + 10^3 + 4$;
в) $9 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10$; г) $10^{10} + 10^7 + 10^4 + 10 + 1$.
- 3.317** Запишите числа, выражающие примерные массы планет, в виде $a \cdot 10^n$.

Планета	Масса, т	$a \cdot 10^n$, т
Меркурий	330 000 000 000 000 000	
Венера	4 900 000 000 000 000 000	
Земля	6 000 000 000 000 000 000	
Марс	640 000 000 000 000 000	
Сатурн	568 000 000 000 000 000 000	
Юпитер	1 876 600 000 000 000 000 000	
Нептун	101 600 000 000 000 000 000	
Уран	87 000 000 000 000 000 000	



3.318 Вычислите.

а) $90 - 16$: 2 + 23 : 5 — ?	б) $50 + 19$: 3 + 47 : 5 — ?	в) $42 + 26$: 2 - 16 : 3 — ?	г) $60 - 22$: 2 + 46 : 5 — ?	д) $70 - 19$: 3 + 13 : 5 — ?
--	--	--	--	--

3.319 Подберите корни уравнения:

а) $t \cdot t = 36$; в) $a \cdot a = 1$;
б) $m \cdot m = 64$; г) $c \cdot c \cdot c = 0$.

3.320 Установите, какие цифры закрашены в примере $\begin{array}{r} 6\blacksquare74 \\ + \blacksquare\blacksquare\blacksquare \\ \hline 12763 \end{array}$.

3.321 Назовите порядок действий в выражении:

а) $120 + 41 - 30$; б) $80 - 75 : 15$; в) $90 - 35 + 16$; г) $30 \cdot 17 + 20$.

Есть ли другой порядок действий, приводящий к тому же результату?

3.322 Составьте выражение по следующему алгоритму:

1. Разделить 29 784 на 219.
2. Разделить 125 на 25.
3. Сложить результаты команд 1 и 2.

Чему равно значение получившегося выражения?

3.323 Расставьте порядок выполнения действий: $(69 \cdot 31 + 75 \cdot 25) - (192 : 3 - 192 : 12)$.



3.324 Найдите числа, если:

- 1) их сумма равна 488 и одно меньше другого в 7 раз;
- 2) их сумма равна 4720 и одно больше другого в 9 раз;
- 3) их разность равна 315 и одно меньше другого в 8 раз;
- 4) их разность равна 567 и одно больше другого в 8 раз.



3.325 Вычислите: а) 16^2 ; б) 5^3 ; в) 19^2 ; г) 30^3 ; д) 50^2 ; е) 100^3 .

3.326 Найдите степень:

а) 2^5 ; б) 11^2 ; в) 10^6 ; г) 1^{15} ; д) 100^4 ; е) 20^7 .

3.327 Чему равно значение выражения:

а) $18 + 8^2$; б) $19^2 - 301$; в) $(22 - 18)^2 : 2^3$; г) $(18 - 17)^5 + 2^6$?

3.328 Найдите значение выражения:

а) $6^3 : 3$; б) $2^3 \cdot 3^2$; в) $3^4 \cdot 10^4$; г) $5^4 : 5^2$.

3.329 Выполните действия:

а) $5 \cdot 2^4 + 7^2$; б) $(9^3 - 3^3) : 3^2$; в) $8^3 - 4 \cdot 5^2$; г) $10^4 \cdot (5^3 + 5^2)$.

3.330 Запишите число, представленное суммой разрядных слагаемых:

а) $3 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10 + 5$; б) $10^{12} + 3 \cdot 10^8 + 9 \cdot 10^5 + 10$.

3.331 Расстояние между домами двух друзей 1 км 800 м. Они одновременно вышли навстречу друг другу: один со скоростью 84 м/мин, другой со скоростью, на 12 м/мин большей. Какое расстояние будет между друзьями через 6 мин после выхода?



- 3.332 С двух станций, расстояние между которыми 120 км, одновременно в противоположных направлениях вышли два поезда, удаляясь друг от друга. Скорость одного из них 85 км/ч, а скорость другого на 10 км/ч меньше. На каком расстоянии друг от друга будут поезда через 3 ч?
- 3.333 Для нахождения значения выражения $67\,488 : (2603 - 2507) + 25\,632 : 801$ составьте алгоритм вычислений. Изобразите алгоритм схемой и найдите значение выражения.
- 3.334 Вычислите: $12 \cdot (2800 \cdot 26 - 296\,100 : 47)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- 1 Найдите значения выражений и заполните таблицу.

2^2	3^2	1^{10}	10^1	15^2	5^3	0^3	$2^2 + 3^2$	$(2 + 3)^2$

Запишите эти выражения в порядке возрастания их значений.

- 2 Представьте в виде суммы разрядных слагаемых числа:
20 002; 12 100; 1 000 001; 50 280 745.
- 3 Представьте в виде произведения степень:
а) $(1 + a)^3$; б) $(x - 5)^4$; в) $(2c - 3)^5$; г) $(4 + 5b)^2$.



Для измерения длин в разных странах применялись разные единицы измерений, связанные с размерами частей тела человека: *лядь*, *локоть*, *сажень*. Так, ещё в Древнем Египте применяли локоть. В Англии и США широкое распространение получил *фут* (ступня, 31 см), *дюйм* (фаланга большого пальца, 25 мм) и *ярд* (91 см), равный расстоянию от конца среднего пальца вытянутой руки короля Генриха I до его кончика носа. Последняя единица появилась почти 900 лет назад.

Купцы при продаже холста, сукна, полотна обычно мерили *аршинами*, отмеряя от плеча до кончиков пальцев руки. Существовали турецкий, персидский и другие аршины. До сих пор существует поговорка «Мерить на свой аршин». Для исключения обмера был введён «казённый аршин» — деревянная линейка, на концах которой клепались металлические наконечники с государственным клеймом.

Верста (пóприще) — старорусская путевая мера. Этим словом первоначально называли расстояние, пройденное от одного поворота плуга до другого во время пахоты. Верста равнялась от 500 до 750 сажений.

Для измерения массы тоже применяли различные единицы. Самая первая русская мера — *гривна* (гривенка), равная примерно 410 г. Позже появились золотники, фунты, пуды.

- 1 верста равна 500 сажням (1 км 67 м);
- 1 сажень равна 3 аршинам (213 см);
- 1 аршин равен 16 вершкам, или 28 дюймам (71 см);
- 1 фут равен 12 дюймам (30 см 5 мм);
- 1 пуд равен 40 фунтам (гривенкам) (16 кг 400 г);
- 1 фунт равен 96 золотникам (410 г).

18. Делители и кратные

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- делитель
- кратное
- простое число
- составное число

Можно ли 24 леденца разделить поровну между 6 ребятами? Да, так как $24 = 6 \cdot 4$ и, значит, 24 делится на 6. Каждый получит по 4 леденца.

А разделить поровну 24 леденца между 7 ребятами нельзя, так как нет такого числа, при умножении которого на 7 получилось бы число 24. Каждый ребёнок получит по 3 леденца, а ещё 3 леденца останутся.

Говорят, что

натуральное число m *делится без остатка* на натуральное число n , если есть такое натуральное число a , что $m = n \cdot a$. Натуральное число n называют **делителем** натурального числа m , а число m — **кратным** числа n .

Например, можно сказать: 6 — делитель 24 или 24 — кратное 6.

У числа 17 два делителя: 1 и 17.

Натуральное число называют **простым**, если оно имеет только два делителя: единицу и само это число.

У числа 36 девять делителей: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Натуральное число, у которого более двух делителей, называют **составным**.

Считают, что единица не является ни простым, ни составным числом.

Если число представлено в виде произведения чисел, то говорят, что оно *разложено на множители*.

Например,

$$36 = 1 \cdot 36 = 2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 6.$$

Число 1 является делителем любого натурального числа.

У любого натурального числа кратных бесконечно много.

Наименьшим из кратных числа является само это число.

Например, первые три числа, кратные 12: 12, 24, 36.

? Используя слова «делится», «делитель», «кратное» и равенство $44 = 11 \cdot 4$, сформулируйте верные утверждения.

Назовите делители числа 6.

Какое число называют кратным натуральному числу a ?

Назовите три кратных числа 6.

Какое число является делителем любого натурального числа?

Какое число и кратно n , и является делителем n ?

К

3.335 Сколько одинаковых пучков можно навязать из 40 штук редисок?

3.336 Верны ли утверждения:

- а) 7 — делитель 63; в) 33 — кратное 3; д) 7, 17, 34 — простые числа;
б) 18 — делитель 9; г) 4 — кратное 28; е) 48, 243 — составные числа?

3.337 Можно ли, не вскрывая пачек, в каждой из которых по 100 салфеток, взять:
а) 1100 салфеток; б) 2210 салфеток?



1. Правильно употребляйте слова *кратно* и *кратное* (в значении существительного).

Кратно (какому числу?). Например:

- число восемь ^{Д. п.}кратно числу четыре, или восемь ^{Д. п.}кратно четырёх.

Кратное (какого числа?). Например:

- число восемь — ^{Р. п.}кратное числа четыре, или восемь — ^{Р. п.}кратное четырёх;
- числа восемь, двенадцать, шестнадцать — ^{Р. п.}кратные четырёх.

2. Слово *делитель* употребляют с родительным падежом зависимого слова. Например:

- число пять — ^{Р. п.}делитель числа десять, или пять — ^{Р. п.}делитель десяти;
- делители ^{Р. п.}тринадцати — числа один и тринадцать.

3. Слова *делится* (без остатка) и *кратно* заменяют друг друга. Например:

- сорок восемь ^{Р. п.}делится на три;
- сорок восемь ^{Р. п.}кратно трём.



3.339 Верны ли утверждения: а) число 9 является делителем 135; б) делителем числа 135 является частное $135 : 9$?

3.339 Выпишите из чисел 2, 3, 7, 8, 10, 12, 15, 16, 24, 25 те, которые являются:
а) кратными 6; в) кратными 5 и делителями 20; д) простыми.
б) делителями 24; г) делителями 12 и кратными 4;

3.340 Напишите все делители чисел 8, 15, 26, 23. Какое из них простое? Разложите эти числа на множители.

3.341 Назовите два числа, делитель которых равен:

- а) 5; б) 7; в) 11; г) 15.

3.342 Найдите все одинаковые (общие) делители пары чисел:

- а) 16 и 24; б) 12 и 18; в) 30 и 45; г) 28 и 42.

Укажите наибольший из них.

3.343 Напишите все числа первой сотни, кратные числа:

- а) 9; б) 13; в) 45; г) 87.

3.344 Назовите три числа, которые делятся на каждое из чисел:

- а) 6 и 8; б) 9 и 12; в) 6 и 4; г) 6 и 9.

3.345 Назовите наименьшее число, которое кратно каждому из пары чисел:

- а) 4 и 5; в) 8 и 12; д) 3 и 12;
б) 5 и 15; г) 6 и 7; е) 15 и 10.



3.346 Парковка рассчитана на 80 машиномест. Можно ли их расположить в два одинаковых ряда? в пять одинаковых рядов? Можно ли машины расположить по 6 в ряд?



В этимологическом словаре русского языка сказано, что слово *кратное* произошло от старославянского слова *кратъ*, означающего *раз*.

В толковом словаре сказано, что *кратное* означает *повторяющийся столько-то раз*. Например, семикратный, многократный.

- 3.347** Докажите, что число 638 является делителем числа 197 142, а число 70 632 кратно числу 218.
- 3.348** На координатной прямой отмечены числа a и b (рис. 3.21). Отметьте на этой прямой по три числа, кратные чисел a и b .



Рис. 3.21

- 3.349** Каждое из чисел 6, 28, 496 равно сумме всех его делителей, не считая самого числа. Проверьте это утверждение. Такие числа называют совершенными. Следующее совершенное число 8128.

- 3.350** Каждое из чисел 220 и 284 равно сумме делителей другого числа, не считая его самого. Проверьте это утверждение.
- 3.351** Петя задумал число, меньше 50. Какое число задумал Петя, если это число называют и при счёте четвёрками, и при счёте семёрками?



Рис. 3.22

- 3.352** Кадр старой фотоплёнки изображён на рисунке 3.22 в натуральную величину. Определите размер фотографии при увеличении в пять раз; в десять раз. При каком увеличении получится самая большая фотография на листе бумаги, размер которого 210×296 мм?



- 3.353** Вычислите.

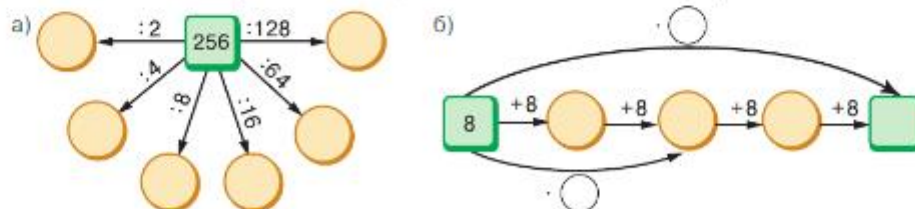
а) $5 + 18$	б) $276 - 13$	в) $12 \cdot 4$	г) $60 : 10$
$123 + 7$	$80 - 25$	$70 \cdot 10$	$210 : 7$
$66 + 34$	$630 - 60$	$25 \cdot 4$	$204 : 2$
$78 + 97$	$123 - 34$	$14 \cdot 3$	$150 : 25$

- 3.354** На координатной прямой отмечены числа 1 и b (рис. 3.23). С помощью циркуля отметьте на луче числа: $b + 2$; $3b$; $2b + 3$.



Рис. 3.23

- 3.355** Назовите числа в пустых ячейках, чтобы вычисления были верными.



- 3.356** Найдите значение выражения:



а) $34 + 25$;	б) $57 - 13$;	в) $24 \cdot 3$;	г) $35 : 7$;
$172 + 28$;	$80 - 34$;	$302 \cdot 7$;	$84 : 4$;
$59 + 37$;	$123 - 18$;	$26 \cdot 37$;	$608 : 19$;
$4587 + 764$;	$10\,273 - 549$;	$45 \cdot 206$;	$2052 : 38$;

- 3.357** Чему равны неполное частное q и остаток r при делении:

а) 258 на 15;	б) 4238 на 14;	в) 1073 на 39;	г) 1952 на 61?
---------------	----------------	----------------	----------------

- 3.358 Чему равен остаток r от деления:
 а) 345 на 10; в) 4734 на 5; д) 1000 на 3;
 б) 4967 на 2; г) 4856 на 5; е) 10 000 на 9?

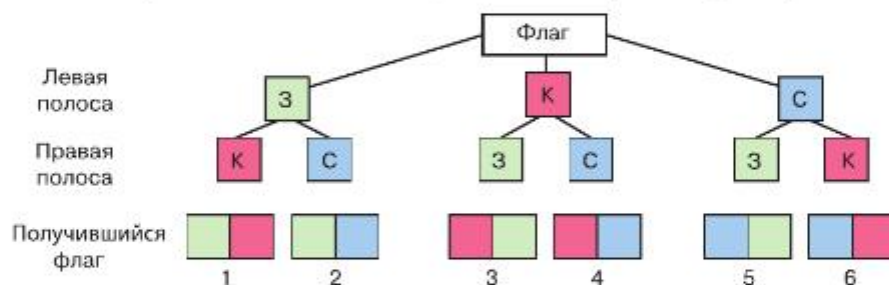
3.359 *Разбираемся в решении.* Государственные флаги многих стран состоят из горизонтальных или вертикальных полос разных цветов. Какое количество различных государственных флагов могло бы состоять из двух вертикальных полос одинакового размера и разного цвета — зелёного, красного и синего?

Решение. Пусть левая полоса флага (см. схему) — зелёная (З). Тогда правая полоса может быть красной (К) или синей (С). Получили две комбинации — два варианта флага.

Если левая полоса флага красная, то правая может быть зелёной или синей. Получили ещё два варианта флага.

Пусть, наконец, левая полоса синяя, тогда правая может быть зелёной или красной. Это ещё два варианта флага.

Всего получили $3 \cdot 2 = 6$ комбинаций — шесть вариантов флага (см. схему).



комбинаторика

Мы перебрали все возможные способы расположения вертикальных цветных полос на флаге, или все возможные комбинации. Такие задачи называют комбинаторными, а область математики — **комбинаторикой**.

3.360 Сколько можно составить флагов из трёх горизонтальных полос одинакового размера и разных цветов — зелёного, белого, красного и синего? Есть ли среди этих флагов Государственный флаг Российской Федерации?

3.361 Используя равенство $a = bq + r$, заполните пустые клетки таблицы.

a		458	258
b	17		16
q	9	27	
r	5	2	



3.362 1) Белгородская область славится своими фруктовыми садами. В одном из хозяйств фруктовые сады занимают площадь 36 га, в другом — в 2 раза больше, чем в первом, а в третьем — на 5 га меньше, чем во втором. Какую площадь занимают фруктовые сады в трёх хозяйствах?

2) Клюква — очень полезная ягода, богатая витамином С. В сентябре начинается её заготовка. Одно эkohозяйство заготовило 26 т клюквы, другое — в 2 раза меньше, чем первое, а третье — на 8 т больше, чем второе. Сколько тонн клюквы заготовили три эkohозяйства вместе?

Д

- 3.363** а) Запишите все делители числа 24 и все делители числа 36. Выпишите в порядке убывания одинаковые делители этих чисел.
б) Найдите все простые числа, меньшие 50.
- 3.364** Выпишите из чисел 21, 27, 33, 35, 44, 63, 68, 73, 75 те, которые:
а) кратны 7; б) кратны 9; в) не кратны 4; г) не кратны 3.
- 3.365** Найдите наименьшее число, которое кратно каждому из трёх чисел:
а) 2, 5 и 15; б) 2, 4 и 5; в) 3, 6 и 12; г) 2, 7 и 5.
- 3.366** Выполните деление с остатком: а) $468 : 16$; б) $597 : 13$; в) $4920 : 40$.
- 3.367** Площадь поля 273 а. Площадь луга на 48 а меньше площади поля, а площадь леса в 3 раза больше площади луга. Чему равна площадь поля, луга и леса вместе?
- 3.368** Найдите значение выражения:
а) $49 \cdot 64 + 5280 : 80$; в) $(564 : 47 + 2592 : 72) \cdot 250 - 200$;
б) $305 \cdot 86 - 93 \cdot 100 : 38$; г) $(9095 : 85 + 33) \cdot (7344 : 36 - 144)$.

А

Великий учёный России академик Андрей Николаевич Колмогоров совершил много открытий в различных разделах современной математики, были у него и блестящие новаторские работы в кибернетике, биологии, геологии, кристаллографии, истории, языкознании.

Андрей Николаевич — автор многочисленных статей, книг и учебников для детей. В 1963 г. он создал физико-математическую школу-интернат при МГУ, в которой и поныне учатся талантливые ребята со всей страны. В этой школе он читал замечательные лекции для школьников, ходил с ними в походы, проводил музыкальные и литературные вечера.

Свои первые математические открытия он сделал рано. Ещё в возрасте пяти-шести лет он любил придумывать задачи, подмечал интересные свойства чисел.

Вот одно из открытий шестилетнего Колмогорова. Он заметил, что

$$\begin{aligned} 1^2 &= 1, \\ 2^2 &= 1 + 3, \\ 3^2 &= 1 + 3 + 5, \\ 4^2 &= 1 + 3 + 5 + 7. \end{aligned}$$

- 3.369** Попробуйте сформулировать, какое свойство открыл шестилетний А. Н. Колмогоров. Проверьте, выполняется ли оно для квадратов нескольких следующих чисел.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Выпишите номера верных утверждений:

- 1 Число 2 является делителем числа 8.
- 2 Число 8 является делителем числа 2.
- 3 Число 2 кратно числу 8.
- 4 Число 8 кратно числу 2.
- 5 Число 16 кратно числам 2 и 8.
- 6 Числа 2 и 8 не являются делителями 16.
- 7 Среди чисел 2, 8 и 16 нет простых чисел.
- 8 Любое натуральное число имеет бесконечное число делителей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- чётное число
- нечётное число

19. Свойства и признаки делимости

Свойства и признаки делимости помогают в вычислениях.

Пример 1. Проверим, делится ли число 2400 на 25, не выполняя деления.

Запишем число в виде произведения:

$$2400 = 24 \cdot 100 = 24 \cdot 25 \cdot 4 = 25 \cdot (24 \cdot 4) = 25 \cdot 96.$$

Значит, число 2400 делится на 25 ($2400 : 25 = 96$).

свойство делимости произведения

1. Если один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Пример 2. Проверим, делится ли сумма чисел 22, 55 и 77 на 11, не выполняя деления:

$$22 + 55 + 77 = 2 \cdot 11 + 5 \cdot 11 + 7 \cdot 11 = (2 + 5 + 7) \cdot 11 = 14 \cdot 11.$$

Значит, сумма чисел делится на 11.

свойство делимости суммы и разности

2. Если каждое из двух чисел делится на некоторое число, то и их сумма и разность делятся на это число.

Пример 3. Найдём, какое из чисел 320 или 326 делится на 10. Число 320 можно представить в виде произведения $32 \cdot 10$, и по свойству 1 оно делится на 10.

Любое натуральное число, запись которого оканчивается цифрой 0, делится без остатка на 10. Чтобы получить частное, достаточно отбросить эту цифру 0.

При делении числа 326 на 10 получаем неполное частное 32 и остаток 6 (т. е. последнюю цифру записи этого числа).

признак делимости на 10

Если число оканчивается цифрой 0, то оно делится на 10.

Натуральное число, которое оканчивается другой цифрой, не делится без остатка на 10. Остаток в этом случае равен последней цифре числа.

Пример 4. Можно ли числа 1870 и 1875 разделить на 5? Число 1870 можно представить в виде произведения:

$$1870 = 187 \cdot 10 = 187 \cdot (2 \cdot 5) = (187 \cdot 2) \cdot 5,$$

и по свойству 1 оно делится на 5.

Число 1875 можно представить в виде суммы: $1875 = 1870 + 5$. И первое, и второе слагаемые делятся на 5. Значит, по свойству 2 число 1875 делится на 5.

признак делимости на 5

Если число оканчивается цифрой 0 или 5, то оно делится на 5.

Если же запись числа оканчивается иной цифрой, то число без остатка на 5 не делится.

Например, числа 630 и 635 делятся без остатка на 5, а числа 632 и 633 на 5 без остатка не делятся.

признак делимости
на 2

Числа, которые делятся на 2, называют **чётными**, а числа, которые не делятся на 2, называют **нечётными**.

Числа 0, 2, 4, 6 и 8 — чётные, а числа 1, 3, 5, 7 и 9 — нечётные. Поэтому **цифры 0, 2, 4, 6, 8** называют **чётными**, а **цифры 1, 3, 5, 7, 9** — **нечётными**.

Если число оканчивается чётной цифрой, то оно делится на 2.

Число, которое оканчивается нечётной цифрой, не делится на 2.

Например, числа 2, 30, 96, 208 — чётные, т. е. делятся на 2, а числа 3, 41, 117, 609 — нечётные, т. е. не делятся на 2.

Задача. Можно ли 756 компьютеров разделить поровну между 9 школами?

Решение. Решим эту задачу, не выполняя деления.

В числе 756 содержится 7 сотен, 5 десятков и 6 единиц.

Из каждой сотни компьютеров в каждую школу можно отправить 11 компьютеров ($99 : 9 = 11$). Тогда из сотни останется 1 компьютер, а от семи сотен — 7 компьютеров.

Из каждого десятка можно отправить по 1 компьютеру ($9 : 9 = 1$), и 1 компьютер останется. От пяти десятков останется 5 компьютеров.

Нераспределёнными останутся $7 + 5 + 6 = 18$ компьютеров.

Число 18 является суммой цифр числа 756. Так как 18 компьютеров можно распределить поровну в 9 школ (по 2 компьютера в каждую), то и все 756 компьютеров можно распределить поровну в 9 школ. Это значит, что число 756 делится на 9.

признак делимости
на 9

Число делится на 9, если сумма цифр этого числа делится на 9.

Число не делится на 9, если сумма цифр этого числа не делится на 9.

Например, число 976 644 делится на 9, так как сумма его цифр: $9 + 7 + 6 + 6 + 4 + 4 = 36$ — делится на 9.

Например, число 72 385 не делится на 9, так как сумма его цифр: $7 + 2 + 3 + 8 + 5 = 25$ — не делится на 9.

Так же получаем признак делимости на 3.

признак делимости
на 3

Число делится на 3, если сумма цифр этого числа делится на 3.

Число не делится на 3, если сумма цифр этого числа не делится на 3.

? Сформулируйте свойства делимости. Приведите примеры.

По какой цифре числа устанавливается делимость на 10, 2 и 5? Какие числа называют чётными? нечётными?

Сформулируйте признаки делимости на 3 и на 9. Приведите примеры.

Почему число 2454 делится на 3 и не делится на 9?

К

- 3.370** Выпишите сорок первых натуральных чисел в порядке возрастания и чёрным карандашом подчеркните каждое второе число, красным — каждое пятое, зелёным — каждое десятое.
- а) Назовите числа, подчеркнутые чёрным карандашом. На какое число они делятся?
- б) Назовите числа, подчеркнутые красным карандашом. На какое число они делятся?
- в) Назовите числа, которые подчеркнуты двумя цветами; тремя цветами. На какое число они делятся?
- г) Назовите числа, которые не делятся ни на 2, ни на 5, ни на 10.
- 3.371** Назовите два:
- а) чётных числа, которые не делятся на 5;
- б) нечётных числа, которые не делятся на 5;
- в) чётных числа, делящиеся на 5;
- г) нечётных числа, делящиеся на 5.
- 3.372** а) Запишите в порядке возрастания числа, которые делятся на 5: 146, 655, 20 600, 720, 3018, 12 005.
б) Запишите в порядке возрастания числа, которые делятся на 2: 786, 650, 20 600, 723, 3021, 12 006, 127.
в) Запишите в порядке возрастания числа из пунктов а) и б), которые делятся на 10. Есть ли среди них числа, которые делятся на 100?
- 3.373** а) Какие из чисел 400, 450, 6000, 80 000, 555, 84 690 делятся на 100?
б) Какие из них делятся на 1000?
в) Сформулируйте признаки делимости на 100, на 1000.
- 3.374** Используя лишь цифры 0, 4 и 5, напишите все двузначные числа, которые делятся: а) на 2; б) на 5.
- 3.375** Купили несколько наборов машинок, по 5 машинок в каждом. Могло ли оказаться, что купили 35 машинок; 42 машинки; 60 машинок?
- 3.376** Вася купил 10 булочек. Мог ли он заплатить за покупку 60 р.? 75 р.? 80 р. 15 к.?
- 3.377** Не производя вычислений, определите, делится ли:
- а) на 5 произведение $265 \cdot 123$; в) на 10 разность $2400 - 670$.
б) на 2 сумма $48 + 34 + 26$;
- 3.378** Запишите числа, кратные 5, удовлетворяющие двойному неравенству:
- а) $78 < x < 87$; б) $305 < x < 350$; в) $114 < y < 155$; г) $1 < y < 25$.
- 3.379** Всегда ли верно:
- а) если число делится на 2, то оно чётное;
б) если число делится на 5, то оно оканчивается цифрой 5;
в) если число оканчивается цифрой 0, то оно делится и на 2, и на 5;
г) если число не оканчивается цифрой 0, то оно не делится ни на 2, ни на 5?
- 3.380** Какие из чисел 57 243, 3 672 528, 7 105 050 делятся на 3? Какие из них делятся на 9?
- 3.381** Назовите какие-нибудь три пятизначных числа, которые делятся на 3.
- 3.382** Какие цифры можно записать вместо знака вопроса, чтобы получившееся число делилось на 3: а) 5?2; б) 37?; в) ?32?

- 3.383** Напишите два числа:
 а) содержащих только цифру 2, которые делятся на 3;
 б) содержащих только цифру 6, которые делятся на 9.
- 3.384** Всегда ли верно:
 а) любое число, у которого 3 единицы в разряде единиц, делится на 3;
 б) если число делится на 3, то оно делится и на 9?
- 3.385** Можно ли разделить на три одинаковые команды: 37 ребят; 76 ребят; 36 ребят?
- 3.386** Для экскурсии заказано 9 автобусов. Можно ли разделить 267 экскурсантов; 369 экскурсантов так, чтобы в каждом автобусе было одинаковое количество человек?
- 3.387** Из 100 кг золота выплавляли 9 одинаковых слитков. Могло ли остаться: 750 г золота; 270 г золота?
- 3.388** Какую цифру можно записать вместо знака вопроса, чтобы полученное число делилось на 9: а) 111?22 145; б) ?73 104 560; в) 478 92?324; г) 39 708 36??
- 3.389** Выпишите все натуральные числа, меньшие 100, которые делятся на 6. Проверьте, делятся ли эти числа на 2; на 3. Сформулируйте признак делимости на 6.
- 3.390** а) Какое наименьшее натуральное число, записанное только с помощью цифры 2, делится на 6?
 б) Существует ли натуральное число, записанное только с помощью цифры 3, которое делится на 6? Ответ обоснуйте.
- 3.391** Какие цифры можно записать вместо знака вопроса, чтобы полученное число делилось на 6: а) 407 932 27?; б) 44 59?116; в) ?27 864 112; г) 9?573 248?
- 3.392** Из числа 73 264 871 вычеркните три цифры так, чтобы получилось число, кратное: а) 9; б) 6; в) 3.



- 3.393** Вычислите.
- | | | | |
|--------------|--------------|-----------------|-------------|
| а) $17 + 30$ | б) $728 - 7$ | в) $20 \cdot 5$ | г) $26 : 2$ |
| $5 + 25$ | $80 - 25$ | $4 \cdot 25$ | $144 : 9$ |
| $37 + 203$ | $100 - 6$ | $50 \cdot 20$ | $370 : 10$ |
| $384 + 20$ | $70 - 17$ | $24 \cdot 1000$ | $600 : 30$ |
| $127 + 23$ | $300 - 85$ | $270 \cdot 100$ | $303 : 3$ |
- 3.394** Произведение каждых двух чисел, помещённых в квадраты, соединённые отрезком, равно 30 (рис. 3.24). Запишите эти числа. Как можно назвать набор этих чисел?
- 3.395** Запишите выражение для решения задачи.
 а) Сколько стоят a порций мороженого по цене 50 р.?
 б) Чему равна масса n пачек печенья, если масса одной пачки 200 г?
 в) Сколько километров пройдёт турист за x ч, если его скорость равна 4 км/ч?
 Сравните полученные выражения и сделайте вывод.
- 3.396** а) Запишите наименьший и наибольший делители числа 34.
 б) Запишите наименьшее кратное числа 34. Есть ли у этого числа наибольшее кратное?
 в) Запишите какое-нибудь число, кратное и 3, и 14.
- 3.397** Найдите все двузначные числа, которые являются:
 а) делителями 200; в) делителями 200 и кратными 20;
 б) кратными 20; г) простыми.

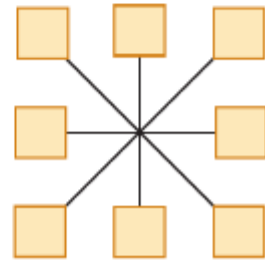


Рис. 3.24

- 3.398** Число m является делителем числа c . Является ли частное от деления c на m делителем числа c ?
- 3.399** Найдите корень уравнения:
а) $(154 - t) + 39 = 125$; б) $36 \cdot (t - 87) = 252$.
- 3.400** Если к числу a прибавить 75, то полученное число разделится без остатка на 7. Чему равен остаток от деления числа a на 7?
- В3.401** Фермеру надо засеять пять полей рожью.
а) Сколькими способами можно установить для них очередность?
б) Сколькими способами можно установить очередность, если первым засеять третье поле, а вторым — четвёртое?
- 3.402** Решите задачу двумя способами (с помощью уравнения и без составления уравнения):
1) В бочке было несколько литров воды. После проливного дождя объём воды в бочке увеличился в 9 раз, а после того, как 72 л воды использовали на полив огурцов в теплице, в бочке осталось 54 л воды. Сколько литров воды было в бочке первоначально?
2) Для строительства спортивной площадки первый самосвал привёз несколько центнеров песка, второй — ещё 42 ц, а после разгрузки третьего самосвала масса песка увеличилась в 4 раза. Сколько центнеров песка привёз первый самосвал, если три самосвала вместе привезли 268 ц?
- 3.403** Вычислите.
а) $340 + 7 + 60$ б) $70 - 15$ в) $13 \cdot 5$ г) $500 : 100$
 $19 + 102 + 18$ $36 - 27$ $4 \cdot 50$ $800 : 40$
 $201 + 13 + 9$ $105 - 8$ $29 \cdot 10$ $240 : 30$
- 3.404** Является ли чётным числом:
а) квадрат нечётного числа; б) куб нечётного числа; в) куб чётного числа?
- 3.405** Ширина прямоугольника 60 см. Верно ли, что значение площади (в квадратных сантиметрах):
а) кратно 2; б) кратно 5; в) кратно 6; г) кратно 9; д) кратно 12?
- В3.406** Всегда ли верно:
а) если каждое слагаемое кратно числу n , то и сумма кратна числу n ;
б) если уменьшаемое и вычитаемое не кратны числу n , то разность кратна числу n ?
- 3.407** Как быстро узнать, делится ли на 2:
а) сумма 73 483 + 45 231, 44 334 + 81 625 и 73 244 + 73 696;
б) разность 73 449 - 61 114, 264 121 - 111 245 и 48 573 - 12 563?
- 3.408** Любое ли число, делящееся на 2, делится и на 4?
- 3.409** а) Всегда ли запись числа, делящегося на 5, оканчивается цифрой 5?
б) Может ли число, не делящееся на 5, оканчиваться цифрой 0?
- 3.410** Какой цифрой оканчивается запись числа, делящегося на 5, если оно:
а) чётное; б) нечётное?
- 3.411** Можно ли записать вместо знака * цифру, чтобы полученное число делилось на 5: а) $279*$; б) $55*5$; в) $6*13$?
- В3.412** Сколько трёхзначных чисел можно составить из различных чётных цифр, не используя 0?
- 3.413** Верно ли, что чётным числом является:
а) сумма двух чётных чисел; в) произведение двух чётных чисел;
б) разность двух нечётных чисел; г) произведение двух нечётных чисел?

3.414 Найдите корень уравнения:

- 1) $18n - 12n - 3n = 186$; 3) $2x + 8x - x = 243$;
 2) $25a - 7a - 8a = 400$; 4) $6y - y + 4y = 234$.

3.415 Выполните действия: $7091 + 9663 - (243\,916 + 75\,446) : 527 : 3$.



3.416 Найдите среди чисел 168, 173, 196, 198, 201, 215, 320, 333, 455, 575 числа:
 а) кратные 2; б) нечётные; в) чётные; г) не кратные 5; д) кратные 10.

В3.417 Обозначьте верное утверждение буквой «И» (истинно), неверное утверждение буквой «Л» (ложно).

А	Все числа, которые делятся на 10, делятся и на 2, и на 5.
Б	Все числа, которые делятся на 5, делятся и на 10.
В	Все числа, которые не оканчиваются цифрой 5, не делятся на 5.
Г	Все числа, которые не делятся на 2, — нечётные.

3.418 Запишите:

- а) все чётные числа, большие 18 и меньше 30;
 б) все нечётные числа, меньшие 132, но большие 121.

3.419 Запишите три пятизначных числа, кратные 10.

3.420 Найдите корень уравнения: а) $(61 - x) : 13 = 4$; б) $26 \cdot (x - 2) = 208$.

3.421 Выполните действия:

- а) $(98 \cdot 6 + 105) : 63$; в) $5632 : 512 + 4256 : 38 - (32 - 390 : 15)$;
 б) $4 \cdot (356 - 456 : 8)$; г) $3124 : (3 \cdot 504 - 4 \cdot 307) + 10\,403 : 101$.

3.422 Какие из чисел 420, 422, 424, 426, 428, 430, 432 делятся на 3? Какие из них кратны 9?

3.423 Запишите вместо знака вопроса такие цифры, чтобы числа делились на 9:

- а) $?327$; б) $4?46$; в) $222?$.

В3.424 Обозначьте верное утверждение буквой «И» (истинно), неверное утверждение буквой «Л» (ложно).

А	Все чётные числа, которые делятся на 3, делятся и на 6.
Б	Все числа, которые делятся на 9, делятся и на 3.
В	Все числа, которые оканчиваются цифрой 3, не делятся на 3.
Г	Все числа, которые не делятся на 3, не делятся и на 9.

В3.425 В некотором царстве, тридевятиом государстве жил-был царь, и было у него три сына. Повадился в то царство Змей Горыныч многоголовый прилетать, мирных жителей пугать. Отправил царь своих сыновей со Змеем Горынычем сражаться. Долго бились братья, прежде чем все его головы одолели. Сколько голов было у Змея Горыныча, если каждая голова погибала после третьего удара мечом и больше всех ударов нанёс младший брат — 14, меньше всех — старший — 10, а остальные удары нанёс средний брат?

- 3.426** Найдите остаток от деления:
а) 17 на 5; б) 50 на 16; в) 155 на 9; г) 541 на 11.
- 3.427** Выполните деление с остатком:
а) 76 на 11; б) 79 на 19; в) 1185 на 237; г) 234 на 13.
- 3.428** Найдите значение выражения $62t + 38t - 67$ при $t = 67$; $t = 670$; $t = 6700$.
- 3.429** Найдите корень уравнения:
а) $x + 8x + 11 = 146$; в) $32y - 27y = 60$;
б) $35x + 22x = 456$; г) $37z - z = 540$.
- 3.430** Выполните действия:
 $44 + (10\ 302 : (32 + 19) - 36 \cdot 5) : (29 \cdot 3 - 76)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

- Выберите из чисел 2, 5, 6, 10, 18, 180, 291, 2323, 3450, 15 555, 20 605, 33 333, 333 333 числа, которые:
а) делятся на 2;
б) делятся на 10;
в) не делятся на 2;
г) делятся на 5, но не делятся на 10;
д) кратны 9;
е) делятся на 3, но не делятся на 9;
ж) делятся на 2 и на 3.
- Можно ли найти число, которое делится на 10, но не делится на 2?
- На столе лежат рисунки, которых больше 60, но меньше 80. Эти рисунки можно сложить в папки по 6 либо по 8 рисунков. Сколько рисунков на столе?
- Вычислите:
 $(26 \cdot 652 - 16 \cdot 652) : 5 + 504 \cdot 4 : 9$.

Проверочная работа № 2

- Можно ли 234 человека рассадить в 5 автобусов поровну?
- Запишите все делители числа 60.
- Известно, что двузначное число делится на 9 и состоит из одинаковых цифр. Выпишите все такие числа.
- Известно, что нечётное трёхзначное число делится на 5 и состоит из цифр 0, 5, 7. Что это за число?
- Катя купила 9 тетрадей и потратила на покупку 357 р. Могло ли такое быть, если цена тетради выражается натуральным числом рублей?
- Не вычисляя суммы, установите, делится ли на 3 каждое из слагаемых и будет ли делиться нацело на 3 их сумма:
а) $321 + 459$; б) $323 + 4571$.
- В числе 345* вместо звёздочки поставьте цифру так, чтобы полученное число:
а) делилось на 5;
б) делилось на 3 и на 9;
в) делилось на 2, на 3, на 5 и на 10.

ПРИМЕНЯЕМ МАТЕМАТИКУ

1. На счёте телефона в начале месяца было 450 р. Хватило ли этих денег на месяц, если было отправлено 101 СМС-сообщение по тарифу 1 р. 15 к. за сообщение и время разговоров было равно 3 ч 53 мин по тарифу 1 р. 90 к. за минуту?
2. Успеет ли Миша на автобус, который отправится через 18 мин, если он идёт со скоростью 47 м/мин и до остановки 1 км?
3. Из плохо закрытого крана каждые 2 с капает одна капля.
 - а) Сколько капель вытечет из крана за час; за сутки?
 - б) Найдите массу воды, которая вытечет за сутки, если масса ста капель равна 7 г.
4. Общая масса груза в товарном составе по правилам перевозки составляет не более 2000 т. Грузоподъёмность цистерны составляет 330 ц, у вагона грузоподъёмность на 50 ц меньше, а у платформы на 120 ц больше. Сформирован состав из 20 цистерн, 15 вагонов и 24 платформ. Можно ли этот поезд отправлять в путь?
5. Василий Иванович хочет купить 34 кг картофеля. В магазине картофель продаётся: по цене 16 р. за 1 кг; по цене 45 р. в упаковках по 3 кг; по цене 142 р. в упаковках по 10 кг. Как совершить наиболее выгодную покупку?
6. Маша взяла с полки 3 пакета сушек по 50 р. и на кассе ещё 3 пакетика леденцов, цену на которые она не видела. Кассир сказал, что надо заплатить 280 р. за всё, но Маша возразила, что сумма не верна. Кто прав?
7. В изостудии подсчитали, что за неделю они расходуют 35 листов бумаги для акварели. В магазине имеются упаковки этой бумаги по 75 листов. Сколько упаковок надо купить, чтобы обеспечить занятия в течение 9 недель?
8.
 - а) Сколько в текущем году понедельников, суббот?
 - б) Какой день недели в текущем году встретится 53 раза?
9. Измерьте длину своего шага (от пятки одной ступни до пятки другой ступни). Какое расстояние можно будет пройти за миллион шагов? Сколько дней пришлось бы идти для этого, если в день проходить 20 км?
10. Любой электрический прибор расходует электроэнергию. Величина электроэнергии измеряется в киловатт-часах (кВт·ч). Узнайте стоимость 1 кВт·ч в вашем регионе и выполните задания.
 - а) Лампочка накаливания в 100 Вт расходует 1 кВт·ч за 10 ч. Подсчитайте количество лампочек в квартире (доме) и вычислите, сколько надо заплатить за освещение в сентябре. (В этом месяце тёмное время суток на большей части России равно 10 ч.)
 - б) На каждом этаже десятиэтажного дома горит 3 лампочки по 100 Вт. Сколько надо заплатить за освещение одного подъезда в сентябре?
 - в) Для экономии электроэнергии существуют датчики движения, которые автоматически включают свет при входе жильцов и выключают через минуту после включения. Сколько надо заплатить за освещение подъезда, в котором установлены такие датчики, если они сокращают расход электроэнергии в 3 раза?

г) Заменяв лампы накаливания в 100 Вт на светодиодные, уменьшили расход электроэнергии в 6 раз. Сколько надо будет заплатить за освещение подъезда в сентябре, если он оснащён ещё и датчиками?

д) Какие выводы можно сделать из полученной информации?

11. Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1—5.

В походе на байдарках собираются принять участие 19 человек. Они планируют проехать 43 км до пристани и взять напрокат байдарки. По реке планируется проплыть 136 км до посёлка, преодолевая по 17 км в день. В последний день планируется осмотреть посёлок и вернуться домой на поезде, билет на который стоит 890 р. Отплытие запланировано на 13:00.

На маршруте сплава нет населённых пунктов, и поэтому надо взять на каждого туриста еды из расчёта 1200 г в день, а на продукты всего выделено 76 000 р.

Для аренды есть двухместные, трёхместные и четырёхместные байдарки. Аренда двухместной байдарки — 580 р. в день, трёхместной — 830 р. и четырёхместной — 1100 р.

Снаряжение и продукты отправляются к пристани на машине с тремя туристами. Доставка снаряжения стоит 850 р. Остальные добираются автобусом, билет на который стоит 65 р.

Продукты надо разложить по 5 кг в непромокаемые пакеты по цене 20 р., которые будут упакованы в большие мешки по цене 45 р., так, чтобы масса мешка не превышала 15 кг. В большие мешки будет упаковано и снаряжение, масса которого 230 кг.

1. Рассчитайте, сколько дней продлится поход.
2. Сколько пакетов и мешков надо купить и сколько заплатить за них?
3. Найдите и рассчитайте стоимость самого дешёвого варианта аренды.
4. Сколько будет стоить проезд туристов и доставка снаряжения?
5. Рассчитайте стоимость похода.



§ 4. Площади и объёмы

20. Формулы

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- формула

формула пути

$s = vt$					
$56 = 14t$					
$t = 56 : 14$					
$t = 4$					
Ответ: за 4 ч.					

Задача 1. Какой путь проплывёт кожистая черепаха за 3 ч, если её скорость 35 км/ч?

Решение. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо умножить скорость черепахи на время в пути: $35 \cdot 3 = 105$ (км).

Если обозначим буквой s путь, буквой v скорость и буквой t время, то получим равенство

$$s = vt.$$

Это равенство называют **формулой пути**.

Запись равенства с помощью букв называют формулой.

Например, формулами записывают правила, различные свойства арифметических действий.

Рассмотрим, какие ещё задачи можно решать по формуле пути.

Задача 2. За какое время велосипедист проедет 56 км, если его скорость 14 км/ч?

Решение. Подставим в формулу $s = vt$ значения букв s и v : $s = 56$, $v = 14$. Получим уравнение $56 = 14t$. Решив его, найдём, что $t = 56 : 14$, $t = 4$. Следовательно, велосипедист должен ехать 4 ч, чтобы проехать 56 км.

Задача 3. С какой скоростью должен лететь искусственный спутник Земли, чтобы пролететь 192 км за 24 с?

Решение. В этой задаче $s = 192$ и $t = 24$. Подставляя эти значения в формулу пути $s = vt$, получим уравнение: $192 = v \cdot 24$, $192 = 24v$. Решив уравнение, получим $v = 8$. Значит, спутник должен лететь со скоростью 8 км/с.

? Объясните, что означает каждая буква в формуле пути. Что записывают с помощью формул? Приведите примеры.

К

- 4.1** Вычислите по формуле $s = vt$ путь, пройденный:
 а) за 7 ч со скоростью 12 км/ч; б) за 15 мин со скоростью 84 м/мин.
- 4.2** Вычислите по формуле пути скорость, если:
 а) $s = 260$ км, $t = 13$ ч; б) $s = 360$ м, $t = 24$ с.
- 4.3** Вычислите по формуле пути время, если:
 а) $v = 9$ км/с, $s = 81$ км; б) $v = 18$ км/ч, $s = 198$ км.
- 4.4** Напишите формулу для вычисления периметра P прямоугольника, где стороны обозначены буквами a и b . Вычислите по этой формуле:
 а) периметр прямоугольника со сторонами 7 мм и 8 мм;
 б) сторону a прямоугольника, если $P = 34$ дм, а $b = 6$ дм.
- 4.5** Напишите формулу для вычисления периметра P квадрата со стороной a . Вычислите по этой формуле:
 а) периметр квадрата, если его сторона равна 11 м;
 б) сторону квадрата, если его периметр равен 100 дм.
- равносторонний треугольник* Треугольник, у которого все стороны равны, называют **равносторонним**.
- 4.6** Запишите формулу для вычисления периметра P равностороннего треугольника, стороны которого равны a .
 а) Вычислите по этой формуле периметр треугольника, если $a = 6$ см.
 б) Вычислите сторону треугольника, если периметр равен 48 см.
- равнобедренный треугольник* Треугольник, у которого только две стороны равны, называют **равнобедренным**. При этом равные стороны называют **боковыми сторонами**, а третью сторону — **основанием**.
- 4.7** Напишите формулу для вычисления периметра P равнобедренного треугольника, основание которого равно a , а боковая сторона — b .
 а) Вычислите по этой формуле периметр треугольника, если $a = 5$ см, $b = 6$ см.
 б) Вычислите основание треугольника, если $P = 24$ см, $b = 7$ см.
 в) Вычислите боковую сторону треугольника, если $P = 30$ см, $a = 12$ см.
- 4.8** Напишите формулой правило нахождения делимого a по делителю b , неполному частному q и остатку r . Используя эту формулу, найдите:
 а) делимое a , если $b = 8$, $q = 14$ и $r = 6$;
 б) неполное частное q , если $a = 547$, $b = 11$, $r = 8$;
 в) делитель b , если $a = 254$, $q = 31$, $r = 6$.
- 4.9** Два теплохода одновременно отошли от пристани в противоположных направлениях. Найдите расстояние между ними через t ч после начала движения, если их скорости равны 30 км/ч и 40 км/ч. Составьте формулу для решения задачи и упростите её. Что означает число 70 в получившейся формуле?
- 4.10** Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два автобуса. Один со скоростью 55 км/ч, а другой со скоростью 45 км/ч. Найдите расстояние между ними через t ч после выезда, если расстояние между двумя городами 400 км. Составьте формулу для решения задачи и упростите её. Какой смысл имеет число 100 в получившейся формуле?
- 4.11** Расстояние между Авдеево и Макеево равно 19 км. Из Авдеево в Макеево вышел турист со скоростью 5 км/ч. Составьте формулу для вычисления расстояния s до Макеево, на котором окажется турист через t ч после своего выхода.

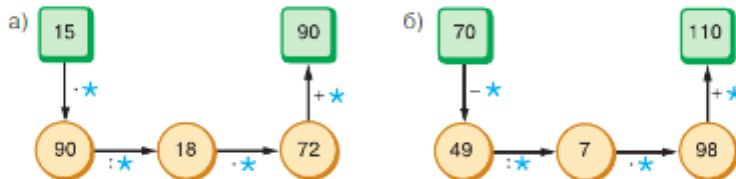
- 4.12 Ахиллес догоняет черепаху. Скорость Ахиллеса 4 м/с, а скорость черепахи 1 м/с. Сейчас расстояние между ними 126 м. Чему будет равно расстояние между Ахиллесом и черепахой через t с? Запишите ответ в виде формулы и упростите её. Какой смысл имеет число 3 в этой формуле? Через сколько секунд Ахиллес догонит черепаху?



- 4.13 Вычислите.

а) $\begin{array}{r} 72 : 8 \\ + 51 \\ : 15 \\ \cdot 9 \\ + 14 \\ \hline ? \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 56 : 7 \\ \cdot 5 \\ - 13 \\ : 9 \\ + 17 \\ \hline ? \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 63 : 9 \\ + 33 \\ : 8 \\ \cdot 13 \\ - 25 \\ \hline ? \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 54 : 6 \\ \cdot 7 \\ + 17 \\ : 10 \\ - 8 \\ \hline ? \end{array}$	д) $\begin{array}{r} 81 : 9 \\ + 41 \\ : 5 \\ \cdot 7 \\ - 17 \\ \hline ? \end{array}$
---	--	---	--	--

- 4.14 Вместо звёздочек назовите такие числа, чтобы цепочка вычислений была верной.



- 4.15 Вычислите квадраты и кубы чисел: 3; 6; 11; 12; 30.

- 4.16 а) Найдите число, если его квадрат равен: 1; 9; 25; 81; 4900.
б) Найдите число, если его куб равен: 1; 27; 64; 8000.



- 4.17 Найдите произведение, выбирая удобный способ:

а) $25 \cdot 17 \cdot 4$; в) $8 \cdot 45 \cdot 250$; д) $125 \cdot 64 \cdot 16$;
б) $125 \cdot 37 \cdot 8$; г) $2 \cdot 95 \cdot 50$; е) $40 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 125$.

- 4.18 Как изменится частное двух чисел, если делимое и делитель увеличить в одно и то же число раз? Приведите примеры.



- 4.19 Расставьте порядок выполнения действий в выражении:

а) $24 \cdot 7^2 - 16 \cdot 2^2 + 1938 : 19$; б) $12^3 \cdot 4 - 4 \cdot (84 + 14^2 \cdot 6)$.



- 4.20 Какими цифрами оканчиваются квадраты чисел? кубы чисел?



- 4.21 Лыжник бежал 3 ч со скоростью x км/ч и 2 ч со скоростью y км/ч. Сколько всего километров пробежал лыжник за эти 5 ч? Для решения задачи составьте выражение и найдите его значение при:

а) $x = 10$, $y = 11$; б) $x = 10$, $y = 15$; в) $x = 12$, $y = 14$.

- 4.22 Вычислите:

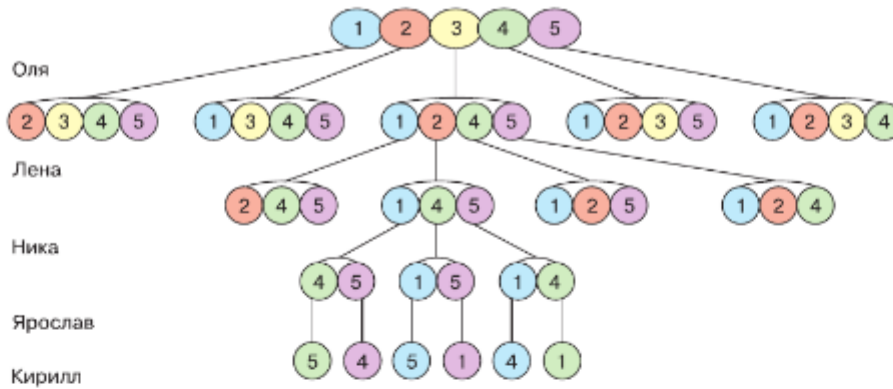
а) $3^2 + 2^2$; б) $(5^2 + 1)^2$; в) $(8^2 - 3^2) : (8 - 3)$; г) $(7^3 + 6^3) : (7^2 - 6^2)$.



- 4.23 *Разбираемся в решении.* Оле, Лене, Нике, Ярославу и Кириллу купили синий, красный, жёлтый, зелёный и сиреневый шарики. Сколькими способами они могут выбрать шарики?

Решение. У первого ребёнка (например, Оли) есть 5 вариантов выбора, у следующего (пусть это будет Лена) остаётся 4 варианта выбора, следующий будет выбирать уже из трёх шариков, следующий — из двух, последний же получает оставшийся шарик. Рассмотрим эти способы на схеме.





Каждому выбору шарика Олей соответствует четыре возможных выбора Лены, т. е. всего $5 \cdot 4$ способов. После того как Лена выбрала шарик, у Ники есть три варианта выбора, у Ярослава — два, у Кирилла — один, т. е. всего $3 \cdot 2 \cdot 1$ способов. Окончательно получаем, что для решения задачи надо найти произведение $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Шарик между детьми можно распределить ста двадцатью способами.

факториал

Произведение натуральных чисел от 1 до 5 записывают короче: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 5!$ (читают: «пять **факториал**»). $5! = 120$.

- 4.24** Коля начал догонять Алёшу, когда тот отплыл на 18 м. Догонит ли Коля Алёшу через 4 мин, если будет плыть со скоростью 20 м/мин, а Алёша плывёт со скоростью 15 м/мин?
- 4.25** На координатной прямой отметьте точки $P(4)$, $Q(6)$, $R(0)$ и $T(9)$. Найдите длину (в единичных отрезках) отрезков PQ , RT , QT .
- 4.26** Проведите прямую через точки A и B и отметьте точки M и N так, чтобы точка M лежала между A и B , а точка A — между M и N . Какие точки лежат на отрезке AB ; на луче NM и на отрезке NM ?
- 4.27** Докажите, что: а) $800 < 25 \cdot 43 < 1500$; б) $2100 < 36 \cdot 78 < 3200$.
- 4.28** 1) Бетон содержит (по массе) 5 частей цемента, 8 частей песка и 16 частей щебня. Чему равна масса бетона, если в нём щебня больше, чем цемента, на 143 кг?
2) Сплав Вуда, применяемый в системах пожарной сигнализации, состоит из 4 частей висмута, 2 частей свинца, 1 части олова и 1 части кадмия (по массе). Чему равна масса сплава, если в нём висмута на 147 г больше, чем кадмия?

Д

- 4.29** Масса M товара с упаковкой (её называют массой *брутто*) состоит из массы товара (*нетто*) и массы p упаковки (тары). Запишите это правило в виде формулы, если масса одного изделия равна m и в упаковке n изделий. Вычислите по формуле массу брутто ящика, в котором 20 кастрюль, массой 800 г каждая, а масса ящика 3 кг.
- 4.30** а) Вычислите, используя формулу пути, расстояние s , если $v = 14$ км/ч, $t = 4$ ч.
б) Используя формулу пути, вычислите время t , если $s = 385$ м, $v = 55$ м/с.
- 4.31** Используя формулу периметра прямоугольника, вычислите:
а) P , если $a = 25$ см, $b = 35$ см; б) a , если $P = 156$ м, $b = 42$ м.
- 4.32** Найдите сторону квадрата, если его периметр равен 196 м.

- 4.33 Раствор состоит из 3 частей соли и 22 частей воды (по массе). Чему равна масса всего раствора, если воды в нём на 380 г больше, чем соли?
- 4.34 У Павлика и Ромы была удачная рыбалка. Они поймали 12 окуней, 18 плотвичек и 10 подлещиков. Сколько рыб поймал каждый, если улов Павлика оказался в 4 раза меньше улова Ромы?
- 4.35 Внучка моложе бабушки на 48 лет, а бабушка старше внучки в 5 раз. Сколько лет бабушке и сколько лет внучке?
- 4.36 Найдите корень уравнения:
 а) $(6x + 2x) \cdot 17 = 136$; в) $(9a + a) : 13 = 20$;
 б) $(9y - 4y) : 17 = 10$; г) $132 : (12b - b) = 4$.
- 4.37 Найдите значение выражения: а) $161\,460 : 78 \cdot 106$; б) $106\,920 : 99 \cdot 202$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Из одного города одновременно выехали два автомобиля. Скорость одного v_1 км/ч, другого — v_2 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через t ч?

- Составьте формулу для нахождения расстояния $s_{\text{н}}$ между автомобилями, если автомобили движутся в противоположных направлениях.
- Составьте формулу для нахождения расстояния $s_{\text{од}}$ между автомобилями, если автомобили будут двигаться в одном направлении и $v_1 < v_2$.
- Составьте формулу для нахождения расстояния $s_{\text{од}}$ между автомобилями, если автомобили будут двигаться в одном направлении и $v_2 < v_1$.
- Заполните таблицу.

v_1 , км/ч	60	70	75	65	48
v_2 , км/ч	55	70	65	75	56
t , ч	3	2	4	4	5
$s_{\text{н}}$, км					
$s_{\text{од}}$, км					

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- квадратный сантиметр
- площадь
- равные фигуры
- равновеликие фигуры

21. Площадь. Формула площади прямоугольника

С величиной *площадь* мы часто встречаемся в жизни: площадь квартиры, площадь поля и т. д. Как можно измерить площадь фигуры?

На рисунке 4.1 фигура состоит из 7 квадратов, стороны которых равны 1 см. *Площадь* одного такого квадрата называют **квадратным сантиметром**. Пишут: 1 см^2 .

Значит, площадь всей фигуры равна 7 см^2 .

Если фигуру можно разбить на n квадратов со стороной 1 см, то её *площадь* будет равна $n \text{ см}^2$.

Выведем правило для вычисления площади прямоугольника. У прямоугольника на рисунке 4.2 ширина равна 3 см,

а длина — 6 см. Разобьём прямоугольник на квадраты со стороной 1 см. Получим, что прямоугольник разбит на 3 столбика, в каждом столбике по 6 квадратов. Значит, прямоугольник состоит из $3 \cdot 6 = 18$ таких квадратов, и его площадь равна 18 см^2 .

Прямоугольник имеет два измерения — длину и ширину.

площадь
прямоугольника

✓ Чтобы найти площадь прямоугольника, надо **перемножить два его измерения**.

Запишем это утверждение в виде формулы. Обозначим длину прямоугольника буквой a , ширину — буквой b , а площадь — буквой S , тогда

$$S = ab.$$

Эту формулу называют формулой площади прямоугольника.

⊙ Две фигуры называют **равными**, если они совпадают при наложении.

Свойства площади фигур.

1. Площади равных фигур равны.

Линия $PQKRLT$ на рисунке 4.3 разбивает прямоугольник $ABMN$ на две части. Площадь одной части равна 8 см^2 , а другой — 10 см^2 . Площадь прямоугольника $ABMN$ равна $3 \cdot 6 = 18 \text{ (см}^2\text{)}$, но $18 = 8 + 10$.

2. Площадь фигуры равна сумме площадей её частей.

Отрезок LN разбивает прямоугольник $KLMN$ на два равных треугольника: KLN и MNL (рис. 4.4).

В этом случае площадь каждого треугольника равна половине площади всего прямоугольника.

Квадрат — это прямоугольник, у которого все стороны равны. Поэтому площадь S квадрата равна $a \cdot a = a^2$ и формула площади квадрата имеет вид

$$S = a^2.$$

Поэтому **квадратом числа a** называют запись a^2 .

площадь квадрата

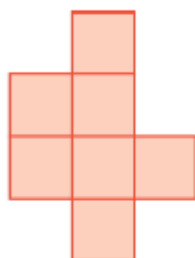


Рис. 4.1



Рис. 4.2

? Чему равна сторона квадрата, площадь которого равна 1 дм^2 ? Фигуру разбили на 12 квадратов со стороной 1 мм. Чему равна её площадь?

Как найти площадь прямоугольника?

Сформулируйте свойства площади фигур.

Как найти площадь квадрата?

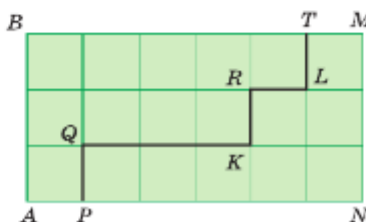


Рис. 4.3

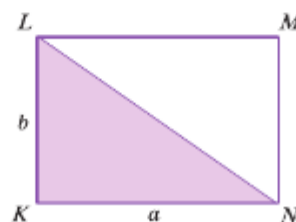


Рис. 4.4

К

- 4.38 Назовите равные многоугольники на рисунке 4.5.
- 4.39 Равны ли листы этого учебника? Почему?
- 4.40 Равны ли стёкла одной оконной рамы?
- 4.41 Чему равны площади фигур P , Q и R на рисунке 4.6, если сторона каждой клетки равна 1 дм?
- 4.42 Вычислите площадь фигуры, изображённой на рисунке 4.7, если длина стороны каждой клетки равна 1 см, пользуясь алгоритмом:
1. Подсчитайте, сколько полных клеток занимает фигура.
 2. Подсчитайте, сколько она занимает неполных клеток.
 3. Полученное количество неполных клеток разделите на 2.
 4. Сложите результаты команд 1 и 3.
- 4.43 В треугольнике ABC известны стороны: $AB = 6$ см, $BC = 8$ см, $CA = 10$ см. Чему равен периметр равного ему треугольника QST ?
- 4.44 Найдите равные отрезки среди отрезков ST , MP , CD , OK , EF , если $ST = 40$ мм, $MP = 32$ см, $CD = 4$ см, $OK = 2$ дм, $EF = 20$ см.
- 4.45 Длина прямоугольника равна 5 см 2 мм, а его ширина — 2 см 6 мм. Вычислите его площадь.
- 4.46 Ширина прямоугольника $MNKS$ равна 42 см, а длина на 7 см больше. Найдите площадь прямоугольника.
- 4.47 Длина прямоугольника $CDOP$ равна 56 мм, а ширина в 4 раза меньше.
- а) Найдите площадь прямоугольника $CDOP$.
 - б) Найдите площадь каждого из треугольников, на которые отрезок CO разбивает этот прямоугольник.
- 4.48 Сторона квадрата равна 14 см. Найдите его площадь.
- 4.49 Площадь квадрата равна 49 дм^2 . Найдите его сторону.
- 4.50 Сколько клеток содержит каждая фигура на рисунке 4.8? Какие из этих фигур имеют одинаковую площадь? Назовите среди них равные фигуры.
- 4.51 Существуют ли неравные фигуры, имеющие равные площади? Приведите пример.

равновеликие
фигуры

Фигуры, имеющие одинаковую площадь, называют **равновеликими**.

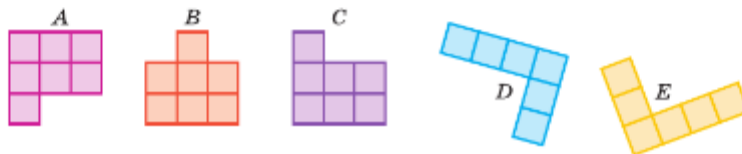


Рис. 4.8



Рис. 4.5

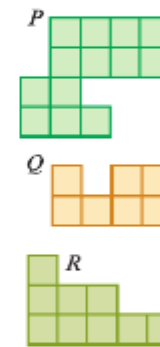


Рис. 4.6

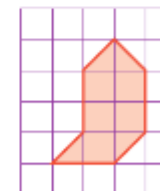


Рис. 4.7



- 4.52 Выясните, какие фигуры на рисунке 4.9 являются равновеликими.

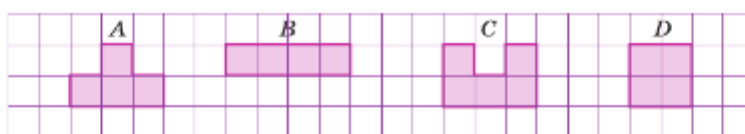


Рис. 4.9

- 4.53 Даны два равновеликих прямоугольника. В первом прямоугольнике длина равна 18 см, а ширина на 4 см меньше длины. Во втором прямоугольнике ширина равна 12 см. Найдите длину второго прямоугольника.
- 4.54 Длина прямоугольника равна 20 см, а ширина — 5 см. Найдите сторону квадрата, равновеликого данному прямоугольнику.



- 4.55 Вычислите.

а) $39 : 3$	б) $28 : 2$	в) $72 : 3$	г) $80 : 20$	д) $100 : 10$
+ 37	+ 40	: 12	- 15	- 7
: 5	: 3	+ 44	: 30	: 14
- 11	- 5	: 23	+ 19	- 25
: 55	: 15	- 35	- 5	- 75
— ?	— ?	— ?	— ?	— ?

- 4.56 Вместо звёздочек назовите такие числа, чтобы цепочка была верной.



- 4.57 Вычислите: $2!$; $8!$; $10!$.

- 4.58 Составьте задачу по уравнению: а) $13t = 65$; б) $4v = 48$; в) $2(c - 6) = 56$.

- 4.59 Существует ли число, которое не является корнем уравнения:

а) $z : z = 1$; б) $0 : z = 0$; в) $z \cdot 1 = z$?

- 4.60 Что произойдёт с произведением двух натуральных чисел, если одно число увеличить:

а) на 1; б) на 10; в) в 10 раз? Приведите примеры.

- 4.61 Какое число получится, если:

а) наибольшее трёхзначное число умножить на 1000;
 б) число, записанное двойкой с шестью последующими нулями, разделить на 1000?

- 4.62 Для некоторых троек чисел a , b , c выполняется равенство $a^2 + b^2 = c^2$, например $3^2 + 4^2 = 5^2$. (Проверьте!) Обладают ли таким свойством тройки чисел: а) 6, 8, 10; б) 12, 13, 15? Найдите ещё одну такую тройку.

- 4.63 За 1 ч в цистерну поступает n л воды, а d л воды поступит за t ч. Составьте формулу, выражающую d через t и n .

- 4.64 Цена 1 кг товара равна a , стоимость x кг этого товара равна s . Напишите формулу, выражающую x через s и a .

В 4.65 Сколько можно составить различных вариантов расписания на четверг для пяти-классников, если у них в этот день пять уроков: математика, физкультура, история, литература, ОБЖ?

Д 4.66 а) Пассажирский поезд проезжает за час 55 км, а поезд «Сапсан» — в 5 раз больше. На сколько больше проедет поезд «Сапсан», чем пассажирский поезд, за 3 ч?
 б) Ручка стоит 55 р., а альбом в 5 раз дороже. На сколько 3 альбома дороже 3 ручек?

в) Ученик за день делает 55 деталей, а мастер — в 5 раз больше. На сколько деталей больше сделает мастер, чем ученик, за 3 дня?
 Сравните решения этих задач.

4.67 1) От города до озера 138 км. Сколько времени затратил рыбак на дорогу туда и обратно, если до озера он ехал на автобусе, а возвращался на электричке? Скорость автобуса равна 46 км/ч, а электрички — 69 км/ч.

2) Расстояние между домом и музыкальной школой 1152 м. Опаздывая, Катя бежала в школу со скоростью 128 м/мин, а обратно шла со скоростью 64 м/мин. Сколько времени потратила Катя на дорогу туда и обратно?

4.68 Найдите значение выражения:

- 1) $(5782 : 413 + 27) \cdot (1608 : 134 - 7) - 150$;
 2) $245 + (8802 : 326 + 24) \cdot (4608 : 384 - 8)$.

Д

4.69 Длина участка, имеющего форму прямоугольника, равна 48 м, а его ширина в 3 раза меньше. Чему равна площадь этого участка?

4.70 Под огород отведён участок прямоугольной формы площадью 216 м². Чему равна ширина огорода, если его длина 18 м?

4.71 Начертите прямоугольник $KLMN$ со сторонами 8 см и 4 см. Проведите отрезок LN . Чему равны площади треугольников NKL и LMN ?

4.72 В квадрате $MNSO$ со стороной 6 см проведены отрезки MS и NO .

- а) Найдите площадь каждого из четырёх получившихся треугольников.
 б) Из двух треугольников сложили новый квадрат. Найдите его площадь.

4.73 По формуле пути $s = vt$ найдите:

- а) расстояние, которое пролетит пуля за 6 с со скоростью 400 м/с;
 б) время, за которое карась проплывёт 216 см со скоростью 27 см/с;
 в) скорость кенгуру, который за 7 с преодолел 105 м.

4.74 По формуле периметра прямоугольника $P = 2(a + b)$ найдите:

- а) периметр P , если $a = 4$ м 5 дм, $b = 2$ м 3 см;
 б) сторону a , если $P = 5$ см, $b = 12$ мм.

4.75 От пристани в 14:00 отплыл теплоход, а через 1 ч вслед за ним вышел другой теплоход. Чему будет равно расстояние между ними в 19:00 того же дня, если скорость первого теплохода 30 км/ч, а скорость второго — 15 км/ч?



4.76 Выразите:

- а) в дециметрах: 4 км; 4 км 70 м; 400 см; 80 000 см;
 б) в сантиметрах: 2 м; 5 м 8 дм; 600 мм; 90 000 м.

4.77 Вычислите: $(55 + 14\ 445 : 321) \cdot (319 - 283)$.

Ц 4.78 *Развивай воображение.* На рисунке 4.10, а изображены фигуры, сложенные из кубиков, а на рисунке 4.10, б показан их вид сверху. Что неверно на рисунке б? Что надо в нём изменить?

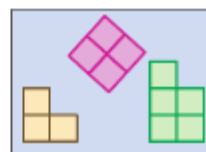


Рис. 4.10

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

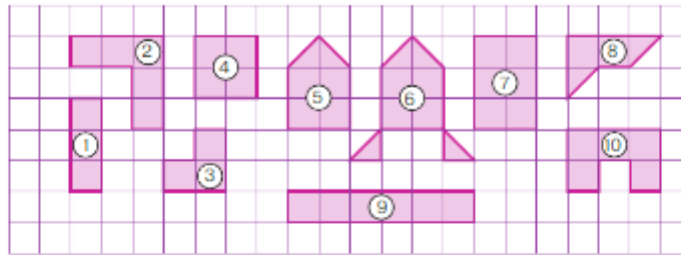


Рис. 4.11

Рассмотрите рисунок 4.11.

- 1 Сторона каждой клетки на рисунке 4.11 равна 1 см. Найдите площадь каждой фигуры и заполните таблицу.
- 2 Запишите номера равновеликих фигур.

№ фигуры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Площадь, см										

22. Единицы измерения площадей

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- квадратный метр
- гектар
- ар

Для измерения площадей используют следующие единицы: **квадратные миллиметры** (мм^2), **квадратные сантиметры** (см^2), **квадратные дециметры** (дм^2), **квадратные метры** (м^2) и **квадратные километры** (км^2).

В зависимости от того, что надо измерить, выбирают разные единицы площади.

Например, площадь дома измеряют в квадратных метрах. *Квадратный метр — это площадь квадрата со стороной 1 м.* Площадь страны измеряют в квадратных километрах. *Квадратный километр — это площадь квадрата со стороной 1 км.*

Площади полей измеряют в **гектарах** (га), а небольших земельных участков — в **арах** (а). Гектар — это площадь квадрата со стороной 100 м, а ар (сотка) — это площадь квадрата со стороной 10 м. Значит,

$$1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2; \quad 1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2; \quad 1 \text{ га} = 100 \text{ а}.$$

Так как $1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$, то в 1 дм^2 содержится $10 \cdot 10$ квадратных сантиметров, т. е.

$$1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2.$$

Так же получаем, что

$$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2.$$

Так как $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$, то

$$1 \text{ м}^2 = 10\,000 \text{ см}^2.$$

При вычислении площади прямоугольника его длину и ширину надо выразить в одинаковых единицах.

Пример 1. Найдём площадь прямоугольника, длина которого 7 м 40 см, а ширина 16 см.

Выразим длину в сантиметрах:

$$7 \text{ м } 40 \text{ см} = 740 \text{ см.}$$

Значит, площадь прямоугольника равна

$$740 \cdot 16 = 11\,840 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Пример 2. Найдём площадь прямоугольника со сторонами 60 см и 3 дм.

Выразим длину стороны в дециметрах:

$$60 \text{ см} = 6 \text{ дм.}$$

Значит, площадь прямоугольника равна

$$6 \cdot 3 = 18 \text{ (дм}^2\text{)}.$$



Сколько квадратных метров содержит 1 а; 1 га?

Сколько гектаров содержит квадратный километр?

Объясните, почему $1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2 = 10\,000 \text{ см}^2$.

Попробуйте объяснить значение слова *сотка*.

Во сколько раз каждая последующая единица площади больше предыдущей?

Расположите в порядке убывания площади: 1 см^2 , 1 км^2 , 1 мм^2 , 1 а , 1 м^2 , 1 дм^2 , 1 га .

К

4.79 Площадь каждой клетки на рисунке 4.12 равна 16 мм^2 . Найдите площади фигур.

4.80 Вычислите площадь квадрата, сторона которого равна 1 дм 5 см.

4.81 Ширина прямоугольника 10 см 3 мм, а длина в 7 раз больше. Вычислите его площадь.

4.82 Вычислите площадь прямоугольника, если у него одна сторона равна 8 м 14 см, а другая в 2 раза меньше.

4.83 Найдите длину картофельной гряды, если её ширина 60 см, а площадь 12 м^2 .

4.84 Найдите ширину прямоугольного склада, если длина склада равна 79 м, а его площадь — 3634 м^2 .



4.85 Чему равна площадь прямоугольного парка, если его ширина 2 км, а длина на 1 км больше? Выразите эту площадь в гектарах.

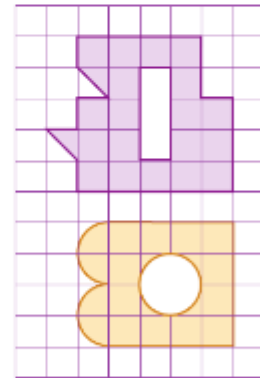


Рис. 4.12



Названия единиц измерения всегда произносят полностью.

Например:

- 70 мм^2 — семьдесят квадратных миллиметров.
- 14 га — четырнадцать гектаров (не га!).
- $1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2$ — один квадратный дециметр равен ста квадратным сантиметрам.
- 3 га = $30\,000 \text{ м}^2$ — три гектара равны тридцати тысячам квадратных метров.

4.86 Вычислите площадь прямоугольного поля и выразите её в гектарах, если длина поля равна 2 км 200 м, а его ширина на 1 км 400 м меньше.

4.87 Чему равна площадь прямоугольника, если одна его сторона 60 см, а другая в 3 раза меньше? Выразите эту площадь в квадратных дециметрах.

4.88 Выразите:

а) в квадратных метрах: 4 га; 12 га 13 а; 136 соток; 234 а;

б) в гектарах: 240 000 м²; 32 км² 18 га;

в) в арах: 34 га; 5 га 3 а; 50 600 м²; 6 км² 19 га;

г) в гектарах и арах: 750 а; 30 400 м².

4.89 Сколько саженцев можно разместить вдоль забора на полосе шириной 3 м и площадью 99 м², если для посадки саженца нужен участок 3 × 3 м?

4.90 Планы двух огородов изображены на рисунке 4.13. На 1 сотку требуется 20 кг извести. Сколько извести потребуется на оба огорода?

4.91 Чтобы обработать шлифовальной машиной 1 м² пола, уходит 3 мин. Сколько времени потребуется на обработку пола в двух комнатах площадью 21 м² и 36 м²?

4.92 Сколько центнеров хлопка соберут с трёх полей площадью 128 га, 255 га и 417 га, если с 1 га собирают 26 ц хлопка?

4.93 Фермер засеял горохом 3 а, а кукурузой и свёклой вместе в 5 раз большую площадь. Для посева ржи осталось поле, в 2 раза большее, чем засеянные горохом, кукурузой и свёклой вместе. Найдите общую посевную площадь.

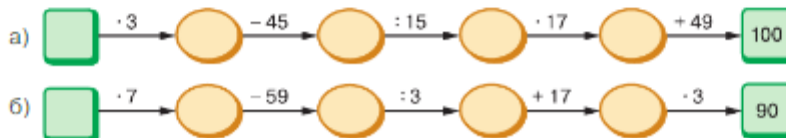
4.94 Две стены комнаты покрасили краской. Для покраски первой стены на каждый квадратный метр уходило 125 г краски, а для покраски второй стены — 115 г. Сколько понадобится краски, если длина первой стены 6 м, длина второй стены 5 м, а высота комнаты 3 м?



4.95 Вычислите.

а) $70 : 5$	б) $48 : 4$	в) $15 \cdot 6$	г) $17 \cdot 3$	д) $75 : 25$
$\begin{array}{r} + 2 \\ - 4 \\ - 64 \\ : 11 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} - 2 \\ - 9 \\ : 45 \\ + 18 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} - 21 \\ : 23 \\ + 49 \\ : 13 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} + 49 \\ : 25 \\ + 38 \\ : 14 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} - 19 \\ + 8 \\ : 13 \\ - 20 \\ \hline ? \end{array}$

4.96 Найдите первое число цепочки.



4.97 Выполните умножение, выбирая удобный способ:

а) $2 \cdot 128 \cdot 500$; в) $125 \cdot 85 \cdot 8$; д) $25 \cdot 374 \cdot 4$;
 б) $25 \cdot 31 \cdot 12$; г) $8 \cdot 207 \cdot 50$; е) $16 \cdot 17 \cdot 125$.

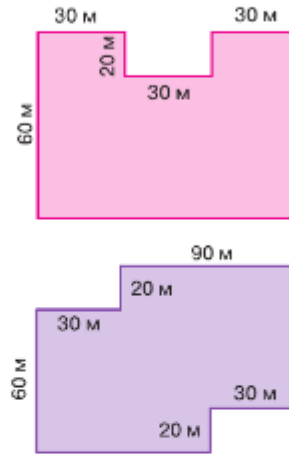


Рис. 4.13

4.98 Не вычисляя, определите, сколько сотен получится в частном:
 а) $3069 : 9$; б) $2584 : 8$; в) $3927 : 11$; г) $6590 : 5$.

4.99 Всегда ли верно:

- равные фигуры имеют равные периметры;
- некоторые неравные фигуры имеют равные площади;
- любой квадрат является прямоугольником;
- некоторые прямоугольники являются квадратами;
- если прямоугольники равновелики, то они равны?

4.100 **Десятина** — старорусская мера площади. Такую площадь имел квадрат со стороной, равной десятой части версты. Сравните десятину с 1 га.

4.101 Прямоугольник $MNPК$ разбит на два треугольника (рис. 4.14). Найдите площадь треугольника KPN , если:

- $MN = 6$ м 75 см, $MK = 64$ м; б) $MN = 9$ дм 5 см, $MK = 15$ дм 8 см.

4.102 На рисунке 4.15 изображена фигура $PRSKLN$.

- Найдите площади и периметры трёх частей, на которые разбита эта фигура.
- Найдите площадь и периметр всей фигуры.
- Равна ли площадь фигуры сумме площадей её частей?
- Равен ли периметр фигуры сумме периметров её частей? Объясните свой ответ.

4.103

- Сколько квадратов на рисунке 4.16? Залишите равные квадраты.
- Разделите прямоугольник $AEZV$ на две равные фигуры, состоящие из квадратов, тремя способами.

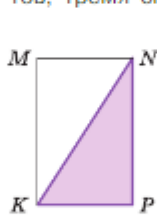


Рис. 4.14

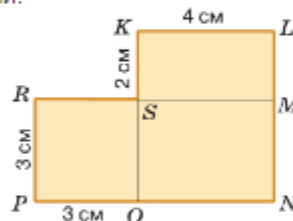


Рис. 4.15

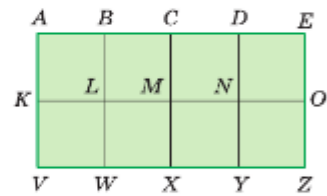


Рис. 4.16



4.104 На рисунке 4.17 изображены фигуры. Найдите их площади.

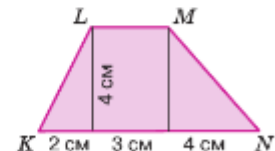
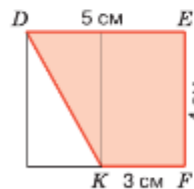
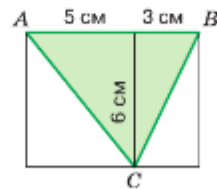


Рис. 4.17

4.105 Одновременно навстречу друг другу выползали две улитки. Одна ползёт со скоростью 7 см/мин, а другая — 5 см/мин. Через сколько минут улитки встретятся, если расстояние между ними 192 см? Придумайте и решите похожую задачу:

- про два станка, которые должны изготовить 192 детали, если один штампует в минуту 7 деталей, а другой — 5 деталей;
- про двух братьев, которые должны покрасить 192 м забора;
- про двух комбайнёров, которые должны убрать пшеницу на 192 га.

- 4.106 Выполните действия: а) $4 \cdot 7^3 - 5 \cdot 3^3$; б) $(6^2 - 5^2)^3$; в) $7! : 40$; г) $3! + 3^3$; д) $5! - 5^2$.
- 4.107 Купили 100 плиток размером 15×30 см для ремонта пола в ванной комнате размером три с половиной метра на два.
- Хватит ли этих плиток для ремонта?
 - Сколько целых плиток будет использовано при укладке пола?
 - Какое количество плиток надо докупить, чтобы настелить весь пол?
- 4.108 По схеме на рисунке 4.18 составьте выражение и вычислите его значение.

- 4.109 1) За три дня Дима прочитал 54 страницы книги. В первый день он прочитал в 2 раза больше, чем во второй, а в третий — на 6 страниц меньше, чем в первый. Сколько страниц читал Дима в каждый из этих дней?
- 2) Три садовых участка занимают площадь 36 соток. Первый участок в 3 раза меньше третьего, а второй участок на 1 сотку больше третьего. Сколько соток занимает каждый участок?



- 4.110 Выполните действия:

- $34\,560 : 12 : 8 : 24$;
- $116\,424 : 56 : 21 : 9$;
- $81 \cdot 5520 : 27 : 18$;
- $296\,192 : 89 : 64 \cdot 35$.



- 4.111 Ширина прямоугольного участка 53 м, а его длина на 17 м больше ширины. Вычислите периметр и площадь участка.
- 4.112 Длина сада прямоугольной формы 400 м, а ширина 300 м. Найдите площадь сада и выразите её в арах; в гектарах.
- 4.113 Выразите:
- в квадратных сантиметрах: $8 \text{ дм}^2 26 \text{ см}^2$; $4 \text{ м}^2 6 \text{ см}^2$;
 - в арах: $5 \text{ га } 72 \text{ м}^2$; $3 \text{ км}^2 24 \text{ га}$; $33 \text{ км}^2 81 \text{ га } 7 \text{ м}^2$; $8 \text{ км}^2 21 \text{ м}^2$.
- 4.114 На поле площадью 3 га выращивают тюльпаны. Сколько сортов тюльпанов выращивают на поле, если на каждый сорт выделено:
- 15 соток;
 - 25 а?
- 4.115 С конвейера старого поколения в час сходит 32 автомобиля, а с конвейера нового поколения — на 20 автомобилей больше. Сколько нужно времени, чтобы с конвейера старого поколения сошло столько же автомобилей, сколько их сходит за восьмичасовую смену с конвейера нового поколения?
- 4.116 Найдите периметр треугольника, у которого длина первой стороны 5 м 4 см, второй — втрое короче, а третьей — на 1 м 16 см больше разности длин первой и второй сторон.
- 4.117 Составьте формулу для вычисления фигуры, изображённой на рисунке 4.19. Вычислите площадь при $a = 10$ см, $b = 6$ см, $c = 2$ см.
- 4.118 Первый печатный станок печатает в час 15 тыс. листов, а второй на 3 тыс. листов меньше. Сколько времени потребуется второму станку на работу, которую выполняет первый станок за 8 ч?

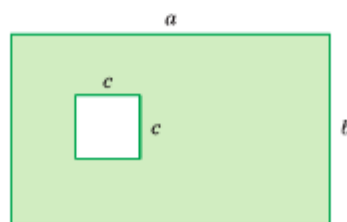
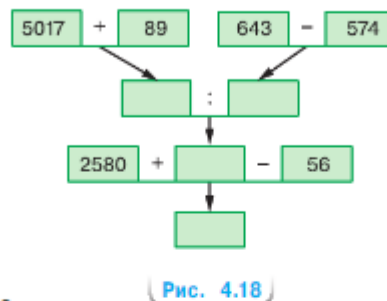


Рис. 4.19

- 4.119** Урожайность — это масса продукции (урожая), полученной с единицы посевной площади. Запишите формулу для нахождения массы M урожая с площади S , если урожайность обозначена буквой m . Найдите по этой формуле:
- урожай подсолнечника, полученный агрофирмой с поля площадью 45 га при урожайности 60 ц с гектара;
 - урожайность капусты, если собрали 240 кг с участка площадью 16 м².
- 4.120** Вычислите:
- $17^2 + 6^2$; б) $(17 + 6)^2$; в) $17 + 6^2$.
- 4.121** Выполните действия:
- $890\,065 + (361\,040 - 1154 \cdot 208)$; б) $500\,114 - (264\,202 - 2042 \cdot 124)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Выпишите номера верных утверждений:
 - 1 га = 10 000 м²;
 - 400 а = 4 га;
 - 5 а < 500 дм²;
 - 20 м² > 10 000 см².
- Выпишите номера неверных утверждений:
 - площадь участка со сторонами 30 м и 50 м равна 15 а;
 - площадь участка со сторонами 300 м и 50 м равна 15 а;
 - площадь участка со сторонами 300 м и 500 м равна 15 га.
- * Длина прямоугольника 25 м. При какой ширине прямоугольника его площадь:
 - будет равна 1 а; б) будет больше 1 а; в) будет меньше 1 а?
- Найдите значение выражения:
 - $2 \cdot 3^3 + 4 \cdot 2^4$; б) $(3^3 - 2^4)^2$.

23. Прямоугольный параллелепипед

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- прямоугольный параллелепипед
- грань
- ребро
- вершина
- измерения прямоугольного параллелепипеда
- куб

Классная комната, системный блок компьютера, брикет мороженого, обувная коробка дают представление о **прямоугольном параллелепипеде**. Его поверхность состоит из 6 **прямоугольников** (рис. 4.20), которые называют **гранями** **прямоугольного параллелепипеда**.

В прямоугольном параллелепипеде противоположные грани равны.

На рисунке 4.20 противоположными являются грани $ABCD$ и $EFGH$, $ABFE$ и $DCGH$, $AEDH$ и $BFGC$.

Стороны граней называют **рёбрами параллелепипеда**, а вершины граней — **вершинами параллелепипеда**.

У прямоугольного параллелепипеда 12 рёбер и 8 вершин.

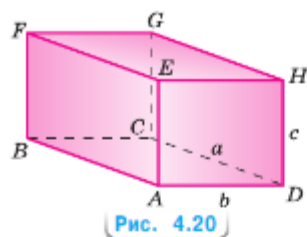


Рис. 4.20



Поваренная соль



Пирит

Например, у параллелепипеда $ABCDEFGH$ на рисунке 4.20 рёбра $AE, BF, CG, DH, AD, EH, FG, BC, DC, HG, EF, AB$ и вершины A, B, C, D, E, F, G, H .

Из каждой вершины прямоугольного параллелепипеда выходит три ребра, длины которых называют измерениями параллелепипеда (обозначены буквами a, b и c на рисунке 4.20). Прямоугольный параллелепипед имеет три измерения — длину, ширину и высоту.

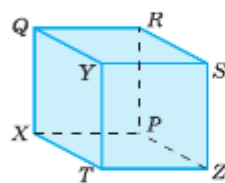


Рис. 4.21

Куб — это прямоугольный параллелепипед, у которого все измерения одинаковы (рис. 4.21). Поэтому поверхность куба состоит из шести равных квадратов.

Кубы создаёт и сама природа. Например, кристаллы поваренной соли и пирита имеют форму куба. Из пирита производят чугун.



Какие предметы дают представление о прямоугольном параллелепипеде?

Из каких фигур состоит поверхность прямоугольного параллелепипеда?

Что такое измерения прямоугольного параллелепипеда?

Сколько пар противоположных граней у прямоугольного параллелепипеда? Сколько у него рёбер; вершин? Назовите рёбра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из вершины F (см. рис. 4.20).

Является ли куб прямоугольным параллелепипедом?

К

4.122 На рисунке 4.21 изображён куб.

- Назовите все грани, рёбра, вершины куба.
- Какие рёбра являются сторонами грани $QRPX$?
- Какие вершины принадлежат верхней грани?
- Какие рёбра равны ребру RS ?
- Какие грани равны грани $YQRS$?

4.123 Найдите, сколько метров проволоки нужно для изготовления каркасов пяти прямоугольных параллелепипедов (рис. 4.22).

В4.124 **Разбираемся в решении.** Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда (т. е. сумму площадей его граней), если его измерения равны 4 дм, 7 дм и 5 дм.

Решение. Вычислим площади граней (см. рис. 4.22). Площадь грани с измерениями 4×7 дм равна $4 \cdot 7 = 28$ (дм²), площадь грани с измерениями 4×5 дм равна $4 \cdot 5 = 20$ (дм²), площадь грани с измерениями 7×5 дм равна $7 \cdot 5 = 35$ (дм²). Так как площади противоположных граней равны, то площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна $2 \cdot 28 + 2 \cdot 20 + 2 \cdot 35 = 166$ (дм²).

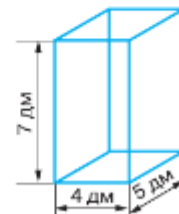


Рис. 4.22

- 4.125 Вычислите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны:
а) 2 дм, 4 дм и 6 дм; б) 6 м, 7 м и 13 дм.

- 4.126 Из одинаковых блоков длиной 120 мм, шириной 90 мм и высотой 60 мм сложили фигуру, изображённую на рисунке 4.23. Найдите площадь поверхности этой фигуры.

- 4.127 Необходимо оклеить снаружи подарочную коробку без крышки. Длина коробки 35 см, ширина 20 см и высота 18 см. Какое наименьшее количество листов размером 30×21 см понадобится для этого?

- 4.128 Найдите площадь поверхности куба с ребром 6 дм.

- 4.129 Комнату длиной 5 м, шириной 4 м и высотой 3 м требуется оклеить обоями. Рулон обоев имеет размеры 1 м в ширину и 10 м в длину. Какое наименьшее количество рулонов нужно закупить для оклейки комнаты, если в комнате есть окно площадью 3 м^2 и дверь площадью 2 м^2 ?

- 4.130 Составьте формулу площади S поверхности прямоугольного параллелепипеда, у которого:

- а) длина равна 8, ширина — 7, высота — h ;
б) длина равна 13, ширина — m , высота — h ;
в) длина равна n , ширина — m , высота — h ;
г) длина равна n , ширина и высота равны m ;
д) длина, ширина и высота равны n .

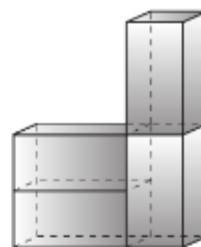


Рис. 4.23



- 4.131 Вычислите.

а) $4 \cdot 16$	б) $19 \cdot 3$	в) $32 \cdot 3$	г) $4 \cdot 14$	д) $2 \cdot 26$
$+ 11$	$- 9$	$: 48$	$+ 40$	$- 7$
$: 15$	$: 12$	$\cdot 15$	$: 48$	$: 3$
$\cdot 2$	$\cdot 25$	$\cdot 3$	$\cdot 35$	$\cdot 6$
$: 2$	$: 50$	$: 45$	$: 5$	$: 5$
?	?	?	?	?

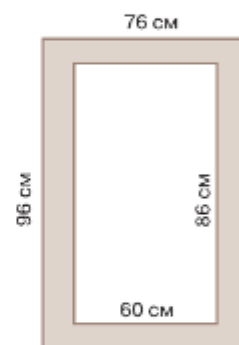


Рис. 4.24

- 4.132 Выполните действие деления:

а) $5418 : 18$; б) $3939 : 13$; в) $6075 : 15$; г) $3248 : 16$; д) $2392 : 8$.

- 4.133 Сравните площади:

а) 11 см^2 и 1 дм^2 ; б) 40 м^2 и 4 а ; в) 6 м^2 и 600 дм^2 ; г) 3 км^2 и 2 га .

- 4.134 Чему равна сторона квадрата, если его площадь:

а) 9 м^2 ; б) 36 см^2 ; в) 64 дм^2 ; г) 1600 см^2 ?

- 4.135 Какими могут быть длина и ширина прямоугольного участка, если его площадь равна 1 км^2 ? Приведите два примера.

- 4.136 Куб числа равен: а) 64; б) 1; в) 125. Найдите число, которое возвели в куб.

- 4.137 В Великобритании, США, Канаде, Австралии применяется земельная мера **акр**, которая равна 4047 м^2 . Сравните 1 а и 1 акр.

- 4.138 Найдите площадь рамы окна на рисунке 4.24.

- 4.139 Оля, Лена, Даша, Полина и Зоя готовятся к прыжкам в длину. Сколькими способами они могут встать в очередь на выполнение прыжка?

- 4.140 Иван Петрович и Пётр Иванович находятся на расстоянии $2 \text{ км } 400 \text{ м}$ и идут навстречу друг другу. Через сколько минут они встретятся, если скорость Ивана Петровича равна 85 м/мин , а Петра Ивановича — 75 м/мин ?

- 4.141** 1) С двух станций метро навстречу друг другу движутся два поезда, и скорость одного из них на 50 м/мин меньше скорости другого. Сейчас расстояние между ними 6 км 200 м. Найдите скорость каждого поезда, если известно, что они придут на одну станцию через 4 мин.
2) Два катера, двигаясь навстречу друг другу, должны встретиться через 6 мин. Сейчас расстояние между ними 4 км 380 м. Найдите скорости этих катеров, если известно, что скорость первого на 70 м/мин меньше скорости второго.
- 4.142** Вычислите значение выражения:
1) $(10\,312 + 121 \cdot 48) : (1224 - 976)$; 2) $(34 \cdot 141 + 12\,678) : (1191 - 879)$.

Д

- 4.143** Составьте формулу для нахождения площади S поверхности куба с ребром a .
- 4.144** Напишите формулу для вычисления суммы L длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда, если его измерения a , b и c .
- 4.145** Вычислите площадь поверхности и сумму длин всех рёбер куба, если его ребро равно 7 дм.
- 4.146** Найдите массу краски, необходимой для покраски деревянной детали (рис. 4.25), если расход краски на 1 см^2 поверхности равен 3 г.
- 4.147** Найдите площадь и периметр прямоугольного фасада дома с длиной 105 м и высотой 27 м.
- 4.148** Максим догонял Антона на велосипеде со скоростью 215 м/мин, а Антон шёл со скоростью 90 м/мин. Через сколько минут Максим догонит Антона, если сейчас расстояние между ними равно 1 км 500 м?
- 4.149** Составьте схему вычисления выражения и найдите его значение:
а) $(24 \cdot 258 : 43 + 4590 : 102 - 20) : 13$;
б) $(372 + 118 \cdot 6) : (38 \cdot 35 - 34 \cdot 37) - 12$.
- 4.150** Установите закономерность и найдите три следующих числа в ряду:
а) 12, 14, 16, ...; в) 1, 5, 25, ...; д) 2, 5, 4, 8, 6, 11, ...;
б) 3, 6, 12, 24, ...; г) 1, 4, 9, 16, ...; е) 1, 8, 27,

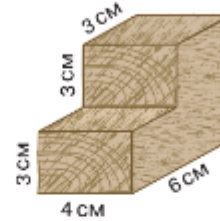


Рис. 4.25

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Волонтеры собрали подарки для детей к Новому году и сложили их в коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда размером $60 \times 40 \times 50$ см. Грани коробки договорились заклеймить оберточной бумагой, а рёбра коробки украсить мишурой.

- Сколько граней имеет коробка? Сколько рёбер у коробки?
- Найдите площадь каждой грани коробки.
- Сколько метров мишуры понадобится для украшения коробки?
- * В таблице представлены различные размеры оберточной бумаги. Выберите наиболее выгодный вариант покупки, чтобы оклеить бумагой все грани коробки (без нахлёста).

Размер, см × см	Цена, р
40 × 70	50
60 × 60	75
50 × 50	50
40 × 120	90

24. Объёмы. Объём прямо-угольного параллелепипеда

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- объём
- литр
- кубический сантиметр
- миллиметр



Рис. 4.26

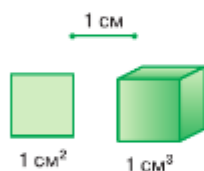


Рис. 4.27



Рис. 4.28

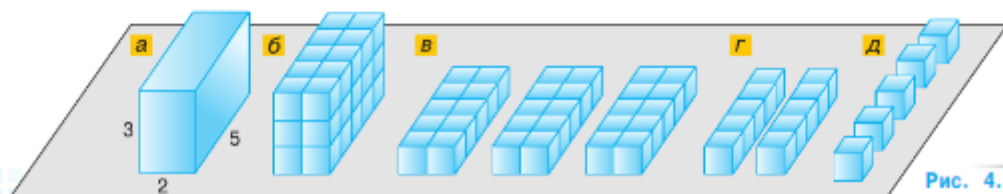


Рис. 4.29

В литровое ведро можно налить или бензин, или масло, или мёд. Масса будет разной, а объём — один и тот же. С помощью такого же ведёрка из мокрого песка получают фигуры, имеющие одинаковый **объём** (рис. 4.26).

Объёмы фигур обладают свойствами, похожими на свойства площади:

- 1) равные фигуры имеют равные объёмы;
 - 2) объём всей фигуры равен сумме объёмов её частей.
- Для сравнения объёмов двух сосудов можно наполнить первый из них водой и перелить её во второй сосуд.

Если воды в первом сосуде не останется, а второй сосуд не заполнится, то объём первого сосуда меньше объёма второго; если же второй сосуд заполнится, а в первом воды не останется, то объёмы сосудов равны; а если второй сосуд заполнится и в первом останется вода, то объём первого сосуда больше объёма второго.

Для измерения объёмов используют следующие единицы: **кубический миллиметр** (мм^3), **кубический сантиметр** (см^3), **кубический дециметр** (дм^3), **кубический метр** (м^3), **кубический километр** (км^3).

Кубический сантиметр — это объём куба с ребром 1 см (рис. 4.27). **Кубический дециметр** называют также **литром**, а **кубический сантиметр** — **миллилитром**:

$$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3, \quad 1 \text{ мл} = 1 \text{ см}^3.$$

На рисунке 4.28 фигура состоит из 5 кубиков с ребром 1 см. Значит, её объём равен 5 см^3 .

Выведем правило вычисления объёма прямоугольного параллелепипеда. Пусть прямоугольный параллелепипед имеет измерения 5 см, 2 см и 3 см (рис. 4.29, а). Разобьём его на кубики с ребром 1 см (рис. 4.29, б). Получим 3 горизонтальных слоя толщиной 1 см (рис. 4.29, в), состоящие из двух полосок длиной 5 см (рис. 4.29, г). Каждая полоска содержит 5 кубиков с ребром 1 см (рис. 4.29, д). Получаем, что объём каждой полоски равен 5 см^3 , каждого слоя — $2 \cdot 5 \text{ (см}^3\text{)}$. Значит, объём всего параллелепипеда равен $(2 \cdot 5) \cdot 3 = 30 \text{ (см}^3\text{)}$.

объем
прямоугольного
параллелепипеда

✓ Чтобы найти объем прямоугольного параллелепипеда, надо **перемножить три его измерения** (длину, ширину и высоту). Получили формулу объема V прямоугольного параллелепипеда с измерениями a , b и c :

$$V = abc.$$

Если ребро куба равно 5 мм, то объем куба равен $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$, т. е. 125 мм^3 .

объем куба

Объем V куба с ребром a равен $a \cdot a \cdot a = a^3$. Получим формулу объема куба:

$$V = a^3.$$

Именно поэтому запись a^3 называют **кубом числа a** .

Объем куба с ребром 1 м равен 1 м^3 . А так как $1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$, то $1 \text{ м}^3 = 10^3 \text{ дм}^3$.

Также устанавливаем, что

$$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3; \quad 1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ л};$$

$$1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3; \quad 1 \text{ км}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ м}^3.$$

- ? Чему равен объем фигуры, которая состоит из 14 кубиков, с ребром 1 дм каждый?
 Что такое кубический миллиметр; кубический метр?
 Что такое литр? Сколько в нём кубических сантиметров?
 По какой формуле вычисляют объем прямоугольного параллелепипеда? Что означают в этой формуле буквы V , a , b и c ? По какой формуле вычисляют объем куба?
 Могут ли равные фигуры иметь различные объемы?

К

4.151 На рисунке 4.30 показаны фигуры, составленные из кубиков с ребром 1 см. Чему равны объемы и площади поверхностей этих фигур?

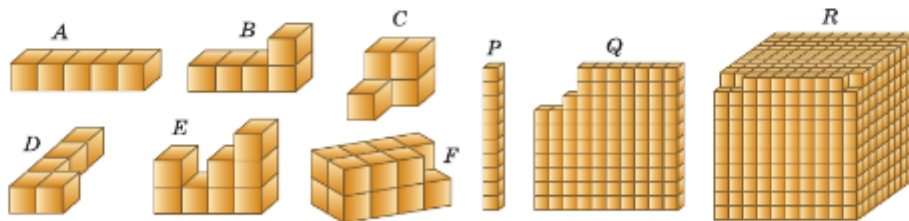


Рис. 4.30

- 4.152 Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда, если:
- | | |
|---|---|
| а) $a = 7 \text{ см}, b = 4 \text{ см}, c = 10 \text{ см};$ | г) $a = 9 \text{ м}, b = 5 \text{ дм}, c = 14 \text{ м};$ |
| б) $a = 40 \text{ дм}, b = 30 \text{ дм}, c = 40 \text{ дм};$ | д) $a = 13 \text{ м}, b = 5 \text{ дм}, c = 30 \text{ см}.$ |
| в) $a = 4 \text{ дм } 2 \text{ см}, b = 1 \text{ дм } 3 \text{ см}, c = 80 \text{ см};$ | |

4.153 Найдите высоту прямоугольного параллелепипеда, если площадь его верхней грани равна 32 см^2 , а объем — 224 см^3 .



- 4.154 а) Объем кабинета математики равен 120 м^3 , высота — 3 м, ширина — 5 м. Вычислите длину кабинета и площади пола, потолка и каждой стены.
б) Вычислите объем своего классного кабинета. Сколько кубических метров воздуха приходится на одного ученика?

- 4.155 Определите объем куба, ребро которого равно:
а) 9 м; б) 4 дм 7 см; в) 1 дм 5 мм.

- 4.156 Площадь поверхности куба равна 150 дм^2 . Найдите, чему равен его объем.

- 4.157 Выразите в кубических:

- а) миллиметрах: 6 см^3 724 мм^3 ; 13 см^3 7 мм^3 ;
б) сантиметрах: 5 дм^3 430 см^3 ; 6 дм^3 45 см^3 ;
в) метрах и дециметрах: 13 620 000 см^3 ; 4590 дм^3 .

- 4.158 Картонная коробка с какими измерениями вместительнее: 10 см, 9 см, 18 см или 6 см, 12 см, 15 см?



- 4.159 Длина бассейна 50 м, ширина 24 м, а глубина 2 м.

- а) Сколько кубометров воды нужно, чтобы наполнить бассейн?
б) Сколько упаковок плитки размером $50 \times 50 \text{ см}$ понадобится, чтобы покрыть такой бассейн, если в упаковке 20 плиток?

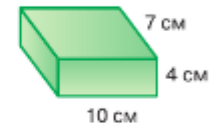
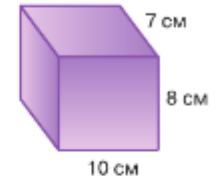
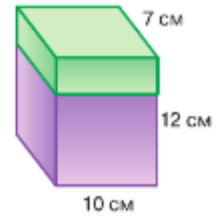


Рис. 4.31



- 4.160 Прямоугольный параллелепипед (рис. 4.31) состоит из двух частей.

- а) Вычислите объем параллелепипеда и его частей. Равен ли объем параллелепипеда сумме объемов его частей?
б) Вычислите площадь поверхности параллелепипеда и его частей. Равны ли площади поверхности параллелепипеда и сумма площадей поверхностей его частей? Объясните почему.

- 4.161 Найдите ребро куба, объем которого равен объему прямоугольного параллелепипеда с измерениями 9 см, 4 см и 6 см.

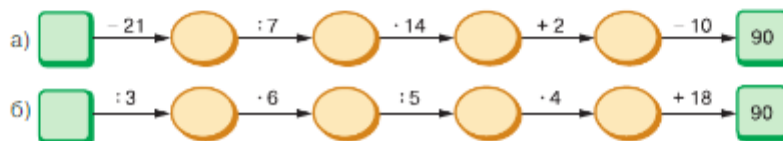
- 4.162 Для строительства дома заказали деревянный брус размером $6000 \times 200 \times 100 \text{ мм}$. Какое целое количество штук такого бруса содержится в 1 м^3 ?



- 4.163 Вычислите.

а) $52 : 2$	б) $72 : 24$	в) $95 : 5$	г) $96 : 3$	д) $84 : 28$
$+ 24$	$\cdot 12$	$+ 56$	$+ 28$	$\cdot 18$
$: 25$	$+ 34$	$: 3$	$: 4$	$+ 46$
$\cdot 36$	$: 5$	$\cdot 8$	$\cdot 5$	$: 20$
$: 18$	$+ 56$	$\cdot 3$	$: 25$	$\cdot 3$
?	?	?	?	?

- 4.164 Найдите первое число цепочки.



- 4.165 Вычислите: а) $3^3 + 5^2$; б) $2^3 + 6^2$; в) $5^3 + 5$; г) $10^3 - 100$.



Формулу $V = abc$ можно прочитать так:

- Объем «ва» прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх его измерений «а», «бэ» и «цэ».
- «Вэ» равно произведению «а», «бэ» и «цэ».

Названия единиц объема читают полностью. Например:

- 14 мм^3 — четырнадцать кубических миллиметров;
- $2 \text{ м}^3 = 2000 \text{ дм}^3$ — два кубических метра равны двум тысячам кубических дециметров.

- 4.166** Найдите число десятков в частном:
а) $1888 : 8$; б) $903 : 7$; в) $1768 : 13$; г) $2605 : 5$.

- 4.167** Как изменится объем прямоугольного параллелепипеда, если:
а) увеличить его ширину в 3 раза;
б) увеличить его ширину в 3 раза, а длину в 4 раза;
в) увеличить его ширину в 3 раза, длину в 4 раза, а высоту в 2 раза?

- 4.168** Назовите в прямоугольном параллелепипеде (рис. 4.32):
а) верхнюю и нижнюю грани;
б) две грани, имеющие общее ребро;
в) грани, имеющие общую вершину;
г) горизонтальные ребра.

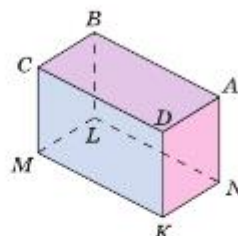


Рис. 4.32

- 4.169** Четыре одинаковых вагона вмещают 24 контейнера. Сколько контейнеров могут вместить 20 таких вагонов?

- 4.170** 1) Площадь первой грядки в 3 раза меньше площади второй грядки. Найдите площадь каждой грядки, если площадь второй грядки на 6 м^2 больше площади первой грядки.
2) Найдите площадь каждой комнаты, если площадь первой комнаты в 3 раза больше площади второй комнаты, а площадь второй комнаты на 28 м^2 меньше площади первой комнаты.

- 4.171** Найдите значение выражения:
1) $574 \cdot (4086 + 3092)$; 3) $1\,452\,168 : (5690 - 5474)$;
2) $678 \cdot (55\,152 - 54\,663)$; 4) $1\,686\,073 : (5100 - 4753)$.

Д

- 4.172** Вычислите объемы фигур (рис. 4.33), если объем каждого кубика равен 1 мм^3 .
4.173 Вычислите, чему равен объем прямоугольного параллелепипеда (см. рис. 4.32), если $KN = 6 \text{ дм}$, $KD = 7 \text{ дм}$, $LN = 11 \text{ дм}$.
4.174 Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 34 м , 18 м и 26 м .
4.175 Амбар, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, заполнен зерном на высоту 2 м . Длина амбара 25 м , ширина 4 м . Найдите массу зерна в амбаре, если масса 1 м^3 зерна равна 765 кг .

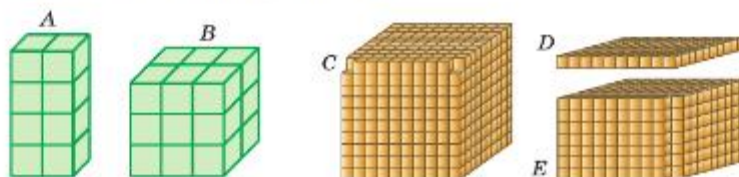


Рис. 4.33

- 4.176** Выразите в кубических сантиметрах:
а) $3 \text{ дм}^3 530 \text{ см}^3$; б) $4 \text{ дм}^3 80 \text{ см}^3$; в) $5 \text{ дм}^3 300 \text{ см}^3$; г) $24\,000 \text{ мм}^3$; д) $360\,000 \text{ мм}^3$.
- 4.177** Найдите ширину прямоугольного параллелепипеда, если его длина 14 см, высота 9 см, а объём 1512 см^3 .
- 4.178** По формуле $V = abc$ найдите:
а) V , если $a = 4 \text{ м}$, $b = 3 \text{ м}$, $c = 15 \text{ м}$;
б) c , если $V = 3094 \text{ см}^3$, $b = 13 \text{ см}$, $a = 17 \text{ см}$;
в) b , если $V = 13\,600 \text{ см}^3$, $a = 25 \text{ см}$, $c = 34 \text{ см}$;
г) cb , если $V = 1206 \text{ дм}^3$, $a = 18 \text{ см}$.
Что значит произведение cb ?
- 4.179** Внук моложе дедушки на 48 лет. Запишите формулу, выражающую a — возраст дедушки через b — возраст внука. Найдите по этой формуле:
а) a , если $b = 4$; б) a , если $b = 11$; в) b , если $a = 64$.
- 4.180** Какими единицами объёма целесообразно измерять объём комнаты, пачки печенья, водохранилища?
- 4.181** Выполните действия:
а) $600\,601 - 5036 \cdot (38\,772 - 38\,731) - 75\,248$;
б) $76\,600 + 412\,500 : (93\,856 - 93\,756) + 2797$;
в) $(2706 + 898) : 68 - 44$;
г) $(20^2 + 11^2 - 13^2) : 44 + 893$;
д) $(16\,281 : 27 - 53) \cdot 24 - 200$;
е) $2214 : (12^2 + 15^2) + 36$.



Старорусские меры измерения объёма жидкостей: *ведро* (около 12 л), *штоф* (десятая часть ведра), *бочка* (40 вёдер), а для сыпучих веществ: *кадка* (14 пудов ржи, или около 230 кг), *куль* (9 пудов ржи, или около 100 кг).

Английские и американские меры измерения жидкостей, которые используются и в настоящее время: *баррель* (около 159 л), *галлон* (4,5 л), *бушель* (около 36 л), *пинта* (от 470 до 568 см³).

- 4.182** Сравните единицы измерения объёма, о которых сказано выше. Какие из них больше 1 м^3 ?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

- Выразите:
а) 20 дм^3 в литрах; в кубических сантиметрах;
б) 5 л в кубических дециметрах; в кубических сантиметрах;
в) $25\,000 \text{ см}^3$ в кубических дециметрах; в литрах.
- Найдите объём прямоугольного параллелепипеда с измерениями 10 см, 2 дм и 1 м.
- Найдите высоту прямоугольного параллелепипеда объёмом 3960 мм^3 и площадью основания 120 мм^2 .
- Найдите площадь основания прямоугольного параллелепипеда объёмом 1716 л и высотой 110 см.
- Площадь поверхности куба равна 96 см^2 . Найдите, чему равен объём.

Проверочная работа № 2

1 Используя таблицу:

№ параллелепипеда	Длина	Ширина	Высота	Объём
1	20 см	8 см	5 дм	
2	5 м	2 м		60 м ³
3		20 м	50 см	18 м ³

- а) найдите объём первого прямоугольного параллелепипеда;
 б) выразите высоту второго прямоугольного параллелепипеда в дециметрах;
 в) найдите площади каждой грани третьего параллелепипеда;
 г) выясните, может ли поместиться: первый прямоугольный параллелепипед внутри второго; второй прямоугольный параллелепипед внутри третьего.
- 2 Во сколько раз объём куба с ребром 2 дм меньше объёма куба с ребром 2 м?
- 3 Выразите в кубических метрах и дециметрах:
 а) 4 265 003 см³; б) 1 200 дм³.



Более 200 лет назад применялись различные единицы для измерения величин, что затрудняло развитие науки, торговли. Поэтому была нужна единая система мер с простыми соотношениями между единицами.

В 1795 г. метрическая система впервые была сформирована и официально принята во Франции. В ней были определены единицы: метр; акр; гектар; стер (позднее получил название кубический метр); литр; грамм; франк (французская валюта).

В 1832 г. немецкий учёный Карл Гаусс ввёл метрическую систему в науку. Метрическая система постепенно вытеснила местные и национальные системы в других странах.

В 1863 г. британские учёные определили единицы длины, массы и времени как «фундаментальные единицы». Все другие единицы измерения получались из этих базовых единиц. В качестве базовых величин были выбраны метр, грамм и секунда.

Для внедрения новых единиц в повседневную практику были созданы эталоны. Эталоном метра стала линейка из сплава платины и иридия длиной в одну сорок миллионную часть Парижского меридиана. Эталон килограмма из такого же сплава соответствовал массе одного литра (дм³) воды при температуре 4 °С. Эти эталоны хранятся во Франции. Соотношения между единицами одной величины равнялись 10, 100, 1000 и т. д.

В России введение метрической системы мер началось с 1899 г. Большие заслуги в распространении этой системы мер в нашей стране принадлежат Дмитрию Ивановичу Менделееву, великому русскому химику.

К настоящему времени метрическая система официально принята во всех государствах мира, кроме США, Либерии и Мьянмы.

Но и в наши дни иногда пользуются старыми единицами.

Моряки измеряют расстояния *милями* (1852 м) и *кабельтовыми* (десятая часть мили, т. е. около 185 м), скорость — *узлами* (1 миля в час). Массу алмазов измеряют в *каратах* (200 мг, т. е. пятая часть грамма — масса пшеничного зерна). Объём нефти измеряют в *баррелях*, диагонали мониторов и телевизоров — в *дюймах* и т. д.

ПРИМЕНЯЕМ МАТЕМАТИКУ

- Сколько потребуется машин грузоподъемностью 5 т для перевозки 428 рулонов линолеума шириной 15 дм и длиной 200 дм, если масса одного квадратного дециметра линолеума равна 25 г?
- Новогодний подарок упакован в коробку в форме куба с ребром 45 см (рис. 4.34). Сколько требуется ленты для обвязки крест-накрест этой коробки, если на бантик нужно ещё 40 см?
- Из листа бумаги размером 20×20 см вырезали прямоугольник со сторонами 12 см и 18 см.
 - Можно ли из остатка вырезать квадрат со стороной 9 см?
 - Какой квадрат наибольшей площади можно вырезать из остатка?



Рис. 4.34

- Вокруг прямоугольной клумбы проложили дорожку одинаковой ширины (рис. 4.35). Длина внешнего края дорожки на 16 м больше длины внутреннего. Найдите ширину дорожки.
- На рисунке 4.36 изображён план квадратного участка, по углам которого растут четыре больших дерева. Владельцы участка хотят увеличить его площадь вдвое так, чтобы деревья остались вне участка и участок остался квадратным. Возможно ли это сделать?
- Найдите массу детали, изготовленной из стального листа (рис. 4.37), если 1 см^2 этого листа имеет массу 45 г. Размеры на рисунке даны в сантиметрах.
- Бабушка попросила Лену, Олю, Таню и Ярослава прополоть две квадратные клумбы, у которых стороны равны 2 м и 4 м. Ярослав решил так: маленькая клумба в 2 раза меньше большой, поэтому я выполню сорняки на маленькой клумбе и оставлю девочкам прополку большой клумбы, чтобы им было меньше полоть. Будут ли согласны девочки с таким решением?
- Миша составил выражение для вычисления площади спортивной площадки на даче (см. план на рисунке 4.38):

$$(8 \cdot 6) : 2 - 4 \cdot 6 : 2.$$

Объясните его рассуждения и найдите значение этого выражения.

- Рассчитайте, сколько коробок печенья надо заказать для изготовления 5300 новогодних подарков, если пачки печенья размером $10 \times 6 \times 4$ см находятся в коробке размером $60 \times 54 \times 44$ см, а в подарок кладут одну пачку печенья.
- Объём воды в озёрах земного шара около $230\,000 \text{ км}^3$.
 - Какой высоты будет башня в форме прямоугольного параллелепипеда, если его основание — квадрат со стороной 0,5 м, а объём башни равен объёму воды в озёрах?
 - Сравните высоту такой башни с расстоянием от Земли до Луны. Недостающие данные найдите самостоятельно.

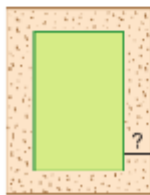


Рис. 4.35

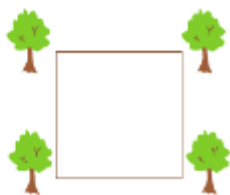


Рис. 4.36

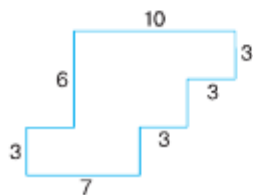


Рис. 4.37

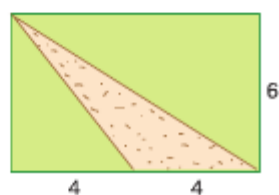


Рис. 4.38

11. Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–6.

В начале июня Маша, Андрей и Лена приехали отдыхать к бабушке и дедушке в деревню Дальняя. Их участок (рис. 4.39) находится на пересечении улицы Солнечной и переулка Нужного. Калитка расположена со стороны переулка. Въезд машин в гараж находится со стороны улицы. При входе на участок слева от калитки находится дом, перед которым вдоль улицы растут вишни. Справа от калитки расположена хозяйственная постройка, в которой находится баня. Кроме дома, гаража и бани, есть маленький сарай для сельскохозяйственных инструментов рядом с яблоневым садом, огород, в котором располагаются теплица площадью 27 м^2 и парник. Между домом и баней есть площадка, площадь которой равна 81 м^2 . Она замощена плиткой размером $50 \times 50 \text{ см}$. Остальная площадь участка занята газоном, и на нём размещён батут, обозначенный цифрой 8.

Маша, Андрей и Лена решили помочь дедушке соединить дорожками шириной 1 м все хозяйственные постройки, которые планируется замостить такой же плиткой, как на площадке (на плане дорожки показаны серым цветом). А ещё они задумали разбить на газоне большую трёхъярусную клумбу, отмеченную на плане цифрой 9. На первом ярусе ребята хотят посадить тагетес (бархатцы), на втором — виолу (анютины глазки), а на третьем — агератум. Норма высадки на 1 м^2 тагетеса — 60 кустиков, виолы — 70 кустиков и агератума — 80 кустиков рассады.

1. Определите на плане положение улицы и переулка.
2. Определите, какими цифрами на плане обозначены объекты, и заполните таблицу.

Объект	Дом	Гараж	Баня	Сарай	Парник	Теплица
Цифра						

3. Найдите площадь дома и гаража в квадратных метрах.
4. Найдите расстояние от запланированной дорожки до батута.
5. Сколько упаковок плитки нужно купить для дорожек, если в упаковке 5 штук?
6. Определите размер клумбы. Сколько кустиков каждой рассады надо заказать для клумбы, план которой представлен на рисунке 4.40?

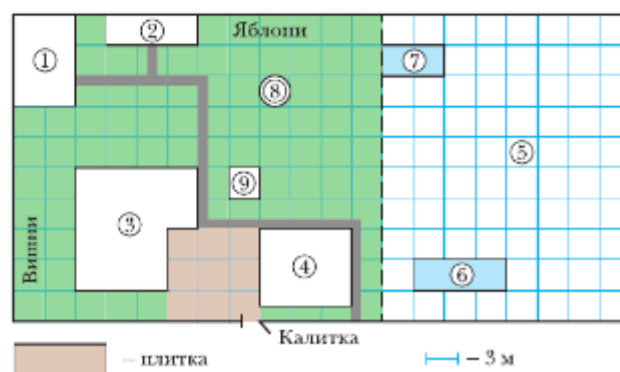


Рис. 4.39

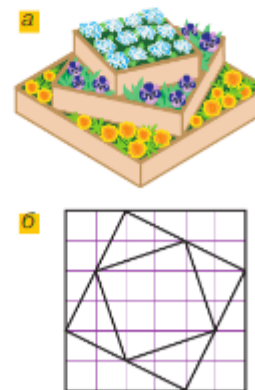


Рис. 4.40

ОТВЕТЫ

§ 1. Натуральные числа и нуль. Шкалы

1.11. 208 т. 1.12. 1060 г. 1.39. 1980 лошадей. 1.41. а) 3948; б) 2466; в) 646; г) 31.
 1.75. 1385 млн км. 1.76. 4 ч. 1.77. 325 км. 1.78. 1) В 3 раза; 2) в 3 раза. 1.79. 1) 10;
 2) 11 592; 3) 49 050; 4) 2120. 1.88. 5100 м, на 350 м. 1.89. За 4 мин. 1.90. 231 км.
 1.91. а) 875; б) 9150; в) 459; г) 804. 1.115. 1) 15 км/ч; 2) 4 ч. 1.116. 1) 3; 2) 3943.
 1.122. 539 м. 1.123. 20 мин. 1.124. а) 14 559; б) 584; в) 420; г) 80. 1.151. 72 т.
 1.152. а) 234 детали; б) на 18 деталей. 1.153. На 2 ч. 1.154. 1) 459; 2) 548; 3) 87;
 4) 94; 5) 1500; 6) 1100. 1.162. а) 34; б) 98; в) 28; г) 20 060. 1.181. 172 км. 1.182. 6 сне-
 жинок. 1.185. 1) 93; 2) 54; 3) 27; 4) 27. 1.194. в) 98 421 000; 00 012 489. 1.197. 33 мин.
 1.198. а) 2 ч; б) 4 мин. 1.199. а) 20; б) 9191; в) 201; г) 107.

§ 2. Сложение и вычитание натуральных чисел

2.45. 1) 41; 2) 889; 3) 108; 4) 21 000. 2.48. 690 кг. 2.49. 61 книга. 2.55. 15 см 4 мм.
 2.56. 60 см. 2.57. 18 ящиков. 2.59. а) 44 250; б) 1992; в) 45; г) 24; д) 1620; е) 46.
 2.98. 151 контейнер. 2.105. На 12 страниц. 2.108. 363 см. 2.110. 28 мест. 2.111. 60 мест.
 2.114. 8 ч. 2.115. а) 1916; б) 798; в) 2542; г) 1530. 2.161. 486 кг. 2.164. а) 33 см; б) 8 см;
 в) 6 см. 2.165. 1) 5175; 2) 5645. 2.180. 1) 46; 2) 26. 2.181. а) 38 995; б) 67 860; в) 7658;
 г) 1 385 040. 2.182. 35 см. 2.197. а) 417; б) 728; в) 1238; г) 1640. 2.226. 1) 576 729;
 2) 387 384; 3) 703 902; 4) 18 540. 2.232. 150 бутылок. 2.233. 18. 2.234. а) 83; б) 3220.

§ 3. Умножение и деление натуральных чисел

3.50. а) 49; б) 25; в) 46; г) 30. 3.52. а) 35 яблоч; б) 15 автомобилей. 3.54. 1) 3623;
 2) 1913. 3.57. 1260 кг. 3.58. 31 см. 3.59. 1140 пачек. 3.61. а) 560 км; б) 9 ч. 3.65. а) 74;
 б) 74. 3.66. а) 10; б) 7; в) 5; г) 55. 3.117. а) 150; б) 24; в) 100; г) 834. 3.118. 1) 103;
 2) 642; 3) 625; 4) 167. 3.121. 9 м 60 см. 3.122. На 1 м/с. 3.124. 51 км 600 м.
 3.125. 1) 14 см; 2) 19 см. 3.126. 1) 40; 2) 8605. 3.129. В 4 раза. 3.132. 175 т.
 3.133. 1480 м^3 ; 1600 м^3 . 3.135. 25 см 5 мм. 3.137. а) 8; б) 11; в) 153; г) 32; д) 65;
 е) 26. 3.140. а) 38 231; б) 1900. 3.168. 35 клиентов. 3.169. 60 бочек, 840 р. 3.171. 1) 960;
 2) 1095; 3) 36; 4) 144. 3.181. а) 79 017; б) 585 200. 3.238. а) 4706; б) 24; в) 38;
 г) 12; д) 7; е) 99. 3.242. 3 пирожных. 3.244. 1) 15 км/ч; 2) 13 км/ч; 3) 5 порций;
 4) 6 дней. 3.245. 1) 104; 2) 2500; 3) 26 000; 4) 11. 3.253. 117 платформ. 3.254. 31 гриб.
 3.256. 32 м^2 . 3.257. 40 л. 3.258. 1 кг 800 г. 3.259. 270 мл. 3.260. 1200 кг и 1050 кг.
 3.261. 334 девочки и 289 мальчиков. 3.262. а) 96 288; б) 135 108; в) 5467; г) 1; д) 30;
 е) 7550. 3.281. а) 1; б) 4; в) 207; г) 101. 3.282. а) 3; б) 4; в) 17; г) 7. 3.283. а) 2507;
 б) 7; в) 3024; г) 54. 3.284. 1260 кг. 3.285. 75 л. 3.288. 27 954. 3.289. 16 094.
 3.291. а) 183; б) 64; в) 171; г) 603. 3.292. а) 1; б) 29 397; в) 19; г) 0. 3.293. а) 10 560;
 б) 807; в) 7007; г) 7240. 3.294. 155 км. 3.295. Через 10 с. 3.322. 141. 3.324. 1) 61 и
 427; 2) 472 и 4248; 3) 45 и 360; 4) 81 и 648. 3.327. а) 82; б) 60; в) 2; г) 65. 3.328. а) 72;
 б) 72; в) 810 000; г) 25. 3.331. 720 м. 3.332. 600 км. 3.333. 735. 3.334. 798 000.
 3.362. 1) 175 га; 2) 60 т. 3.367. 1173 а. 3.368. а) 3202; б) 23 780; в) 11 800; г) 8400.
 3.402. 1) 14 л; 2) 25 ц. 3.414. 1) 62; 2) 40; 3) 27; 4) 26. 3.415. 16 552. 3.421. а) 11;
 б) 1196; в) 117; г) 114. 3.429. а) 15; б) 8; в) 12; г) 15. 3.430. 46.



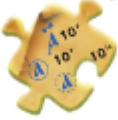

§ 4. Площади и объёмы

4.22. а) 13; б) 676; в) 11; г) 43. 4.28. 1) 377 кг; 2) 392 г. 4.33. 500 г. 4.34. 8 рыб,
 32 рыбы. 4.35. 60 лет; 12 лет. 4.36. а) 1; б) 34; в) 26; г) 3. 4.37. а) 219 420; б) 218 160.
 4.67. 1) 5 ч; 2) 27 мин. 4.68. а) 55; б) 449. 4.75. 90 км. 4.77. 3600. 4.106. а) 1237;
 б) 1331; в) 126; г) 33; д) 95. 4.110. 1) 15; 2) 11; 3) 920; 4) 1820. 4.111. 246 м, 3710 м^2 .
 4.118. 10 ч. 4.120. а) 325; б) 529; в) 53. 4.121. а) 1 011 073; б) 489 120. 4.140. Через
 15 мин. 4.141. 1) 750 м/мин и 800 м/мин; 2) 330 м/мин и 400 м/мин. 4.142. 1) 65;
 2) 56. 4.148. Через 12 мин. 4.149. а) 13; б) 3. 4.170. 1) 3 м^2 , 9 м^2 ; 2) 14 м^2 , 42 м^2 .
 4.171. 1) 4 120 172; 2) 331 542; 3) 6723; 4) 4859. 4.175. 153 т. 4.181. а) 318 877;
 б) 83 522; в) 9; г) 901; д) 13 000; е) 42.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Ар** 141
аршин 117
- Баррель** 154
бёрковец 51
буквенное выражение 60
- Ведро** 154
верста 117
вершина
 параллелепипеда 146
 — треугольника 17
 — угла 23
вычитаемое 52
- Галлон** 154
гектар 141
грань
 параллелепипеда 146
гривна 117
- Двойное неравенство** 33
деление нацело 94
 — с остатком 94
 — шкалы 27
делимое 86
делитель 86, 118
десятина 144
дециметр 17
длина отрезка 16
дополнительные лучи 23
дюжина 75
дюйм 117
- Единичный отрезок** 28
- Значение буквы** 60
 — выражения 60
золотник 51
- Измерения прямоуголь-
ника** 137
 — прямоугольного
 параллелепипеда 147
- Квадрат** 137
 — числа 113
километр 17
класс числа 12
координата точки на
 прямой 28
координатная прямая 28
корень уравнения 69
кратное 118
куб 147
 — числа 113, 151
- Литр** 150
локоть 26
ломаная 17
луч 23
- Метр** 17
 — квадратный 141
 — кубический 150
метрическая система
 мер 155
миллиард 12
миллиметр 17
миллион 12
миля 155
многоугольник 17
множитель 79
- Натуральный ряд** 11
неизвестное вычитае-
мое 70
 — делимое 87
 — слагаемое 70
 — уменьшаемое 70
неизвестный делитель 87
 — множитель 87
неполное частное 94
неравенство 33
- Объём куба** 151
 — прямоугольного
 параллелепипеда 151
основание степени 113
остаток 94
отрезок 16
- Периметр** 17
пинта 154
плоскость 22
площадь квадрата 137
 — поверхности
 параллелепипеда 147
 — прямоугольника
 137
показатель степени 113
порядок действий
в вычислениях 107
признаки делимости 123,
124
произведение 79
прямая 22
прямоугольный
 параллелепипед 146
пуд 51, 117
пядь 26
- Равновеликие фигуры** 138
равные фигуры 137
разложение числа
 на множители 81, 118
 — — по разрядным
 слагаемым 46, 114
разность 52
разряды натурального
числа 11
- расстояние между
 точками 17
ребро параллелепи-
педа 146
- Сажень** 26, 117
сантиметр 16
свойства вычитания 52,
61
 — делимости 123
 — сложения 44, 45,
61
 — умножения 79, 98
система счисления 11
 — — десятичная 41
 — — позиционная 41,
76
слагаемое 44
сравнение натуральных
чисел 33
 — отрезков 16
степень числа 113
столбчатая диаграмма 38
сторона треугольника 17
 — угла 23
сумма 44
 — разрядных
 слагаемых 114
- Таблица** 8
тонна 27
треугольник 17
- Угол** 23
уменьшаемое 52
упрощение выражения 98
уравнение 69
- Факториал** 135
формула 132
 — пути 132
фунт 51, 117
фут 117
- Цена деления** 27
центнер 27
цифры 11, 41
- Частное** 86
числа многозначные 12
 — натуральные 11
 — простые 118
 — составные 118
числовое выражение 60
- Шкала** 27
штрих шкалы 27
- Ярд** 117

ОГЛАВЛЕНИЕ

Дорогие ребята!	3
Глава I. Натуральные числа	5
§ 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И НУЛЬ. ШКАЛЫ	7
 1. Представление числовой информации в таблицах	7
2. Цифры и числа	11
3. Отрезок и его длина. Ломаная. Многоугольник	16
4. Плоскость, прямая, луч, угол	22
5. Шкалы и координатная прямая	27
6. Сравнение натуральных чисел	33
7. Представление числовой информации в столбчатых диаграммах	38
Применяем математику	42
§ 2. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ	44
 8. Действие сложения. Свойства сложения	44
9. Действие вычитания. Свойства вычитания	52
10. Числовые и буквенные выражения	60
11. Уравнение	69
Применяем математику	77
§ 3. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ	79
 12. Действие умножения. Свойства умножения	79
13. Действие деления	86
14. Деление с остатком	94
15. Упрощение выражений	98
16. Порядок действий в вычислениях	107
17. Степень с натуральным показателем	113
18. Делители и кратные	118
19. Свойства и признаки делимости	123
Применяем математику	130
§ 4. ПЛОЩАДИ И ОБЪЕМЫ	132
 20. Формулы	132
21. Площадь. Формула площади прямоугольника	136
22. Единицы измерения площадей	141
23. Прямоугольный параллелепипед	146
24. Объемы. Объем прямоугольного параллелепипеда	150
Применяем математику	156
ОТВЕТЫ	158

