

2.414 Найдите: а) $\frac{1}{15}$ от 15; б) 0,3 от $3\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{3}$ от 1,5; г) 0,25 от 4.

2.415 Фермеру надо вспахать участок земли размером $1\frac{7}{10}$ га. До обеда он вспахал $\frac{10}{17}$ этого участка. Сколько гектаров земли вспахал фермер до обеда?

2.416 Для приготовления блинов потребовалось $\frac{2}{5}$ кг муки, а для выпечки пирогов в $2\frac{1}{2}$ раза больше. Сколько муки потребовалось для выпечки блинов и пирогов вместе?

2.417 Найдите частное:

а) $\frac{4}{7} : \frac{16}{49}$; б) $\frac{5}{9} : \frac{1}{2}$; в) $\frac{12}{25} : \frac{8}{15}$; г) $\frac{9}{14} : \frac{18}{35}$.

2.418 Выполните деление:

а) $\frac{5}{9} : 5$; б) $\frac{4}{7} : 4$; в) $1 : \frac{5}{13}$; г) $7 : \frac{4}{7}$; д) $9 : \frac{3}{7}$; е) $4 : \frac{8}{9}$.

2.419 Вычислите значение частного:

а) $5\frac{1}{4} : \frac{4}{5}$; в) $2\frac{4}{7} : 1\frac{3}{10}$; д) $5\frac{1}{4} : 1\frac{3}{4}$; ж) $0 : 10\frac{7}{15}$;

б) $\frac{2}{13} : 2\frac{2}{13}$; г) $10\frac{3}{5} : 3\frac{3}{5}$; е) $5\frac{3}{7} : 3$; з) $5\frac{1}{16} : 1$.

2.420 Вычислите по формуле площади прямоугольника $S = ab$ значение:

а) S при $a = 5\frac{1}{7}$ и $b = \frac{4}{9}$; б) b при $S = 19$ и $a = 9\frac{1}{2}$.

2.421 Найдите скорость комбайна, который убирает полосу длиной 6 км за $\frac{3}{4}$ ч; за $1\frac{1}{2}$ ч.

2.422 Одно число в $2\frac{4}{9}$ раза больше другого. Найдите эти числа, если их разность равна $10\frac{5}{6}$.

2.423 Некоторое число умножили на $1\frac{2}{23}$, от произведения отняли $3\frac{2}{39}$ и получили $1\frac{37}{39}$. Чему равно это число?

2.424 Два прямоугольника имеют равные площади. Стороны первого прямоугольника равны $8\frac{2}{3}$ см и $1\frac{5}{7}$ см, а одна из сторон второго — $1\frac{1}{7}$ см. Чему равна другая сторона второго прямоугольника?

2.425 Представьте делитель в виде десятичной дроби и найдите частное:

а) $0,75 : \frac{1}{4}$; б) $0,8 : \frac{1}{5}$; в) $0,9 : \frac{3}{5}$; г) $0,16 : \frac{8}{25}$.

2.426 Представьте делитель в виде обыкновенной дроби и найдите частное:

а) $\frac{3}{50} : 0,3$; б) $\frac{5}{8} : 0,625$; в) $\frac{6}{25} : 0,12$; г) $\frac{1}{16} : 0,25$.

2.427 Вычислите:

$$\text{а) } 2\frac{1}{7} \cdot \left(2\frac{1}{4} : 3\frac{6}{7}\right); \quad \text{в) } \left(7\frac{1}{3} - 5\frac{1}{6}\right) : 3\frac{1}{3}; \quad \text{д) } \left(2\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6}\right) : 4\frac{1}{2};$$

$$\text{б) } \left(1\frac{2}{9} + 1\frac{5}{9}\right) \cdot 1\frac{4}{5}; \quad \text{г) } \left(2\frac{2}{15} - 1\frac{2}{5}\right) \cdot 6\frac{1}{4}; \quad \text{е) } \left(7\frac{1}{8} - 6\frac{3}{5}\right) : 4\frac{1}{5}.$$

2.428 Выполните действия:

$$\text{а) } \left(4\frac{1}{3} + 2\frac{3}{15}\right) : \left(4\frac{1}{5} - 1\frac{8}{25}\right); \quad \text{б) } \left(8\frac{11}{24} - 7\frac{1}{12}\right) : \left(3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{8}\right).$$

2.429 Вычислите:

$$\text{а) } \left(\frac{1}{6} + 0,5 + \frac{1}{8}\right) : 3\frac{1}{6}; \quad \text{в) } 12,5 \cdot 4 - 7\frac{7}{3} : 11 + 4,8 \cdot 9\frac{1}{6};$$

$$\text{б) } 9 : 0,18 - 37\frac{1}{2} \cdot 0,64; \quad \text{г) } \left(\left(1\frac{1}{5}\right)^2 - 1,08\right) : 0,03.$$

2.430 Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{2}{7}z = 1\frac{1}{7}; \quad \text{б) } \frac{3}{5}n = 2\frac{7}{10} - \frac{3}{5}; \quad \text{в) } \frac{4}{9}b + \frac{3}{7} = 1; \quad \text{г) } \frac{5}{9}m - \frac{1}{2} = \frac{5}{18}.$$

2.431 Найдите корень уравнения:

$$\text{а) } \frac{1}{9}x + \frac{4}{9}x = 3\frac{1}{18}; \quad \text{в) } n + \frac{5}{14}n = \frac{1}{7}; \quad \text{д) } \frac{2}{7}c + \frac{2}{3}c - \frac{11}{21}c = 3\frac{1}{2};$$

$$\text{б) } \frac{5}{7}y + \frac{2}{3}y - 4 = \frac{1}{7}; \quad \text{г) } y - \frac{1}{9}y = 5\frac{1}{3}; \quad \text{е) } \frac{5}{8}x + x - \frac{3}{4}x = 1\frac{3}{4}.$$

2.432 Решите уравнение:

$$\text{а) } 1\frac{5}{7} : x = \frac{6}{7} : 2; \quad \text{в) } 1\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}n + \frac{3}{7}\right) = 2\frac{1}{4};$$

$$\text{б) } a : 1\frac{3}{4} = 1\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}; \quad \text{г) } \left(\frac{5}{4}z - \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{8}.$$

2.433 Углы AOB и BOC вместе составляют развёрнутый угол AOC . При этом угол AOB в $1\frac{2}{5}$ раза больше угла BOC . Найдите градусные меры углов AOB и BOC . Выполните построение этих углов с помощью транспортира.

2.434 Луч BK делит прямой угол ABC на углы ABK и KBC . Угол ABK меньше угла KBC в $3\frac{1}{2}$ раза. Найдите градусные меры углов ABK и KBC . Постройте эти углы.

2.435 Мать старше дочери в $4\frac{4}{11}$ раза, или на 37 лет. Сколько лет каждой из них?

2.436 Масса двух арбузов равна $13\frac{3}{4}$ кг. При этом масса одного арбуза составляет $\frac{4}{7}$ массы другого арбуза. Чему равна масса каждого арбуза?

2.437 В День леса два отряда высадили саженцы 780 сосен, причём первый отряд посадил 95% числа саженцев, высаженных вторым отрядом. Сколько сосен посадил каждый отряд?

2.438 Когда велосипедист отъехал от лагеря на $25\frac{5}{6}$ км, из лагеря выехал мотоциклист и догнал его через $\frac{2}{3}$ ч. Скорость велосипедиста составляла $\frac{3}{8}$ скорости мотоциклиста. Найдите скорости мотоциклиста и велосипедиста.

2.439 Группа волонтеров для уборки мусора на Крайнем Севере $2\frac{2}{15}$ ч летела на вертолёте, а затем ещё $3\frac{3}{4}$ ч ехала на вездеходе. При этом на вертолёте она преодолела путь, в $3\frac{1}{5}$ раза больший, чем на вездеходе. С какими скоростями группа передвигалась на вертолёте и на вездеходе, если весь путь равен 504 км?

2.440 Пёс Барбос с хозяином ехали на автобусе 3 ч со скоростью 76 км/ч, затем 12 ч ехали на поезде и 2 ч шли пешком со скоростью, в 19 раз меньшей скорости автобуса. Найдите их среднюю скорость передвижения, если скорость автобуса составляет $1\frac{1}{3}$ скорости поезда.



2.441 Вычислите.

а) $200 - 101$: 3 + 37 : 5 ----- ?	б) $200 \cdot 5$ - 130 : 29 + 270 ----- ?	в) $3 \cdot 0,3$ + 4,1 : 100 · 20 ----- ?	г) $0,45 : 9$ · 6 + 2,7 : 0,01 ----- ?	д) $5,6 : 0,7$: 20 + 4,8 : 26 ----- ?
--	--	--	---	---

2.442 Запишите наибольшее и наименьшее значения выражения $\frac{4}{7}x$, если $x = 1$; $x = \frac{1}{8}$; $x = 1\frac{3}{4}$; $x = \frac{3}{8}$.

2.443 Проверьте вычисления:

а) $15 \cdot 2\frac{1}{5} = 15 \cdot 2 + 15 : 5 = 30 + 3 = 33$;

б) $24 \cdot 4\frac{1}{4} = 24 \cdot 4 + 24 : 4 = 96 + 6 = 102$;

в) $36 \cdot \frac{2}{3} = 36 + 36 : 3 = 36 + 12 = 48$;

г) $98 \cdot \frac{6}{7} = 98 - 98 : 7 = 98 - 14 = 84$.

Ответ объясните.

2.444 Найдите произведение:

а) $4\frac{3}{7} \cdot 7$; б) $9\frac{2}{5} \cdot 5$; в) $3\frac{1}{9} \cdot 3$; г) $7\frac{5}{14} \cdot 7$; д) $5\frac{7}{21} \cdot 7$.

2.445 Выполните действия:

а) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7}$; б) $\frac{1}{21} \cdot 4\frac{1}{5}$; в) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$; г) $3\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{11}$; д) $(\frac{1}{5} + \frac{1}{20}) \cdot \frac{4}{5}$; е) $(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) \cdot 12$.

2.446 Задания олимпиады по математике распечатывали на трёх принтерах. На первом принтере распечатали 35 % всех заданий, а на втором принтере — 25 % всех заданий. Сколько заданий распечатали на третьем принтере, если всего было 240 заданий?

2.447 Первое число на 1,8 меньше второго и в 2 раза меньше третьего. Найдите эти числа, если их среднее арифметическое равно 6,2.

2.448 Выполните действия:

1) $21,8 + 7,7 \cdot 105,6 : 4,2 : 12,1 - 3,25$; 2) $12,6 + 5,5 \cdot 176,4 : 2,1 : 10,5 - 4,82$.

2.449 Есть ли число:

- а) обратное самому себе; б) не имеющее обратного?

*строгие,
нестрогие
неравенства*

Кроме **строгих** неравенств со знаками $>$ и $<$, существуют **нестрогие неравенства**, для которых используют знаки \geq (больше или равно) и \leq (меньше или равно). Неравенства $2 \leq 3$ и $7 \geq 7$ верные, так как одно из условий выполнено: 2 меньше 3; 7 равно 7.

2.450 Запишите множество натуральных чисел, которые являются решениями неравенства: а) $n < 4$; б) $n \leq 3$; в) $3 \leq n \leq 10$; г) $2 < n \leq 7$; д) $1 < n < 1,5$.

2.451 Запишите число, обратное числу:

а) $\frac{3}{11}$; б) 6; в) $7\frac{1}{7}$; г) 0,25; д) 3,2.

2.452 Являются ли числа m и n взаимно обратными, если:

а) $m = 0,5$, $n = 2$; б) $m = 1,75$, $n = \frac{4}{7}$; в) $m = 0,35$, $n = 2\frac{6}{7}$?

2.453 Найдите частное и результат округлите до тысячных:

а) $4,8 : 0,9$; б) $25,31 : 2,4$; в) $234 : 21$; г) $0,00539 : 1,2$.

2.454 Округлите числа:

а) 0,588; 2,062; 3,850; 9,3762 до сотых;
б) 0,0915; 0,7549; 2,4587; 6,59012 до тысячных.

2.455 Пчёлка Лили при сборе нектара пролетела расстояние между ульем и цветком за 1 мин 15 с, а пчёлка Филя — на 16 % быстрее. Сколько времени летела Филя?

2.456 1) Телевизионная антенна улавливает 60 каналов. Из них 35 каналов Свете неинтересны, и она их никогда не включает, 0,6 от числа остальных каналов показывают новости, 0,2 от числа новостных каналов — музыкальные, а остальные — детские и познавательные, которые Света любит смотреть. Сколько каналов любит смотреть Света?

2) В библиотеке на стеллаже стояло 180 книг. Из них 60 — учебники, 0,7 от числа остальных книг — художественная литература, 0,25 от числа книг художественной литературы — познавательная, а остальные книги — справочная литература и энциклопедии. Сколько экземпляров справочной и энциклопедической литературы стояло на стеллаже?

2.457 Найдите корень уравнения:

1) $(0,3x + 0,5x) \cdot 4,5 = 10,8$; 3) $(z - 0,4z) : 0,4 = 1,2$;
2) $(0,9x - 0,4x) \cdot 7,2 = 10,8$; 4) $(0,8z + z) : 0,9 = 1,6$.

2.458 Какие числа обратны числам:

а) $\frac{10}{36}$, $\frac{13}{65}$, $\frac{31}{65}$, $\frac{13}{134}$, $\frac{17}{428}$, $\frac{10}{4}$, $\frac{36}{7}$; б) $13\frac{13}{14}$, $\frac{1}{40}$, 50, 100, 1, 0,5, 2,8?

2.459 Найдите значение выражения:

а) $\frac{6}{13} \cdot 19\frac{1}{2}$; в) $0,4 \cdot 3\frac{1}{3}$; д) $(0,3 + 0,5) \cdot 1\frac{1}{2}$;
б) $1\frac{10}{11} \cdot 3\frac{1}{7}$; г) $0,6 \cdot \frac{2}{3}$; е) $(1,3 - 0,7) \cdot 1\frac{2}{3}$.

2.460 Пятое из пяти чисел равно 21,5, первое меньше второго в 1,6 раза, третье больше первого в 2,1 раза, а четвертое больше первого в 1,8 раза. Найдите эти пять чисел, если их среднее арифметическое равно 14,7.

2.461 Найдите частное:

а) $\frac{5}{4} : \frac{2}{15}$; в) $\frac{64}{131} : \frac{32}{52}$; д) $9 : \frac{3}{4}$; ж) $1\frac{3}{7} : 1\frac{1}{14}$; и) $3\frac{8}{19} : 5\frac{15}{38}$;

б) $\frac{2}{3} : \frac{8}{9}$; г) $\frac{64}{125} : 4$; е) $9 : 4$; з) $2\frac{1}{3} : 7\frac{1}{9}$; к) $4\frac{17}{36} : 19\frac{1}{6}$.

2.462 Выполните действия:

а) $7\frac{2}{9} : 4\frac{1}{3} \cdot 9$; б) $5\frac{3}{7} : \frac{8}{21} : 2\frac{3}{8}$; в) $1\frac{11}{21} \cdot 3\frac{8}{9} : 1\frac{7}{9}$; г) $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{11} : 1\frac{1}{11}$.

2.463 Найдите значение выражения:

а) $\frac{4}{5} : 1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} - 1 : 1\frac{3}{8}$; г) $\left(2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2}\right) \cdot 9\frac{3}{5}$;

б) $2\frac{1}{6} : \left(1\frac{1}{15} - \frac{1}{5}\right) + \left(2\frac{1}{8} + \frac{3}{4}\right) : 5\frac{3}{4}$; д) $\left(10\frac{5}{13} - 7\frac{23}{26}\right) : \frac{5}{6}$;

в) $\left(\frac{1}{4} + 1\frac{11}{14}\right) \cdot \frac{14}{57} - \frac{2}{3} : 1\frac{1}{6} \cdot \frac{7}{32}$; е) $\left(\left(1\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3}{4}\right) : \frac{7}{8}$.

2.464 Решите уравнение:

а) $(z - 6) \cdot \frac{3}{7} = 3$; б) $5\frac{1}{4}y - 5\frac{1}{4} = 5\frac{1}{4}$.

2.465 С какой скоростью летел самолёт, если за $\frac{2}{5}$ ч он пролетел 360 км?

2.466 У велосипеда, изобретённого крепостным уральским мастером Ефимом Артамоновым в 1800 г., переднее колесо было больше заднего. Длина окружности переднего колеса была равна $3\frac{1}{7}$ м, а заднего — $1\frac{4}{7}$ м. Сколько оборотов делало заднее колесо за $5\frac{1}{2}$ оборота переднего колеса?

2.467 Ёмкость объёмом 15 м^3 наполняется водой через шланг за $8\frac{1}{3}$ ч. Сколько кубометров воды пропускает шланг за 1 ч?

2.468 Расход бензина в автомобиле при пробеге по городу в $1\frac{1}{3}$ раза больше, чем при пробеге по скоростной трассе. На сколько километров хватит полного бака бензина объёмом 40 л при движении по городу, если при движении по скоростной трассе на 400 км пути расходуется $\frac{5}{8}$ бака бензина?

2.469 Сейчас между автомобилями, движущимися навстречу друг другу, 126 км, и встретятся они через $\frac{14}{15}$ ч. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость одного из них составляет 80 % скорости другого.

2.470 Команда в соревновании по ориентированию на местности прошла маршрут, равный 11,5 км, причём по лугу она шла $1\frac{2}{3}$ ч, а по лесу — $1\frac{1}{4}$ ч. Путь по лесу составлял $\frac{9}{14}$ пути по лугу. Найдите скорости передвижения команды по лесу и по лугу.

2.471 Найдите значение выражения:

- а) $(1,704 : 0,8 - 1,73) \cdot 7,16 - 2,64$;
 б) $227,36 : (865,6 - 20,8 \cdot 40,5) \cdot 8,38 + 1,12$;
 в) $5,4 \cdot 0,01 - 0,1 \cdot 0,04 + 260 \cdot 0,001$;
 г) $0,08 : 0,01 - 0,00132 : 0,001 + 0,0332 : 0,01$;
 д) $0,356 : 0,01 - 0,08 : 0,1 + 2,03 : 0,001$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

1 Являются ли взаимно обратными числа:

- а) $5\frac{3}{7}$ и $\frac{7}{38}$; б) $4\frac{1}{6}$ и $\frac{25}{6}$; в) $2\frac{1}{4}$ и $0,27$

2 Найдите x , если:

- а) $1\frac{2}{3}x = \frac{3}{5}$; б) $x \cdot 1\frac{7}{9} = 1\frac{2}{3}$.

3 Выполните действия:

- а) $3\frac{1}{5} : (16 : 1\frac{1}{3})$; б) $(1 - \frac{2}{5}) : (2\frac{6}{11} : \frac{56}{121})$.

4 Найдите периметр прямоугольной комнаты, площадь которой равна $19\frac{2}{7}$ м², а длина — $3\frac{3}{14}$ м.

16. Нахождение числа по его дроби

Напомним, что с помощью деления на правильную дробь можно находить целое по его части (число по его дроби).

алгоритм нахождения числа по значению его дроби

Чтобы найти число по значению, соответствующему данной дроби, надо это значение разделить на дробь.

Рассмотрим решения задач на нахождение числа по его дроби для дробей, не являющихся правильными.

Задача 1. Убрано 3600 га подсолнечника, что составляет 0,6 всех засеянных полей. Чему равна площадь всех засеянных полей?

Решение. Так как значению 3600 соответствует дробь 0,6, то площадь всех засеянных полей равна

$$3600 : 0,6 = 36\ 000 : 6 = 6000.$$

Ответ. Площадь всех засеянных полей 6000 га.

Задача 2. Усовершенствование станка увеличило его производительность на 15 %, что позволило изготавливать за смену на 105 деталей больше. Сколько деталей изготавливал станок первоначально?

Решение. Так как 15 % равно 0,15, получаем
 $105 : 0,15 = 700$.

Ответ. Станок изготавливал первоначально 700 деталей.

Задача 3. Андрей решил 36 задач, что составило $1\frac{1}{5}$ задач, которые он планировал решить. Сколько задач он планировал решить?

Решение. Так как числу 36 соответствует дробь $1\frac{1}{5}$, то получаем

$$36 : 1\frac{1}{5} = 36 : \frac{6}{5} = 36 \cdot \frac{5}{6} = 30.$$

Ответ. Андрей планировал решить 30 задач.



Как найти число по значению его дроби?
 Как найти число по его процентам?



2.472 Найдите длину столба, если его наземная часть равна $5\frac{1}{2}$ м, а в землю врыто $\frac{3}{11}$ его длины.



2.473 Первая часть фильма длится 1,55 ч, что составляет 0,62 времени всего фильма. Найдите продолжительность фильма.

2.474 Во время распродажи цена на товар уменьшилась на 24 %, уменьшение цены составило 57,6 р. Сколько стоил товар до распродажи?

2.475 На приусадебном участке 14 соток занимает огород, что составляет 0,56 всего участка. Чему равна площадь приусадебного участка?

2.476 После того как $\frac{4}{9}$ заготовленного на зиму сена было израсходовано на кормление животных, осталось 36 т. Сколько тонн сена было заготовлено на зиму?

2.477 На детском танцевальном конкурсе было номинировано 6 участников, что составило 0,24 всех участников. Сколько всего было участников на конкурсе?



2.478 Вкладчик положил деньги в банк под 6 % годовых и в конце года получил 148,4 тыс. р. прибыли. Какая сумма была положена в банк?

2.479 При подготовке к олимпиаде Кирилл решил 25 задач. Потом он решил ещё несколько. Их количество составило 20 % от решённых ранее задач. Сколько всего задач собирался решить Кирилл, если решил $\frac{5}{6}$ всех задач?

2.480 Лесник, объезжая верхом на лошади лесные уголья, сначала проехал 18,6 км до сторожки, затем ещё $\frac{5}{6}$ пройденного пути. После этого ему осталось проехать $\frac{4}{15}$ всего пути. Сколько километров составляет весь путь лесника?

2.481 Найдите число, если известно, что $\frac{1}{3}$ этого числа равна 0,6 от числа 18.

2.482 Найдите число, если 45 % этого числа составляют 28 % от числа 180.

- 2.483** Город Тула знаменит своими самоварами, которые в XIX в. изготавливали из разных материалов: зелёной меди (латуни), красной меди, томпака и мельхиора. Мельхиор содержал 60 % меди, 25 % цинка, а остальную часть сплава составлял никель. Какую массу имел мельхиоровый самовар, если масса никеля в нём составляла 1,8 кг?



- 2.484** Три бригады посадили саженцы ели для нового леса. Первая бригада посадила 35 % всех саженцев, вторая — 60 % оставшихся саженцев, а третья — остальные 520 саженцев. Сколько всего саженцев посадили?

- 2.485** Три бригады ремонтировали дорогу. Первая бригада отремонтировала 0,4 дороги, вторая — 0,6 оставшегося участка дороги, а третья — остальные 11,52 км. Найдите длину дороги.

- 2.486** Бригада железнодорожников в первый день отремонтировала $\frac{2}{9}$ всего участка железнодорожного пути, во второй день — $\frac{1}{7}$ оставшегося участка пути, а в третий — остальные 6 км. Сколько километров железнодорожного пути отремонтировала бригада за три дня?

- 2.487** Если на калькуляторе есть клавиша %, то, например, найти число, 3,9 % которого составляет 12,48, можно по следующему алгоритму: $12,48 \div 3,9 \%$. Найдите по этому алгоритму число:

а) 37,8 % которого равны 5,2542; б) 4,36 % которого равны 7,3684.

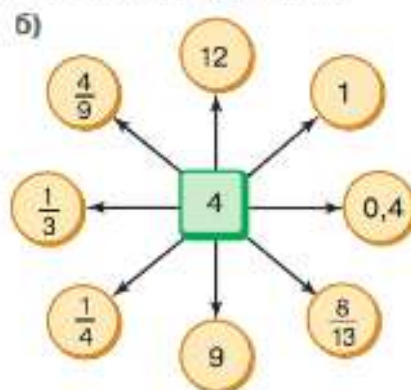
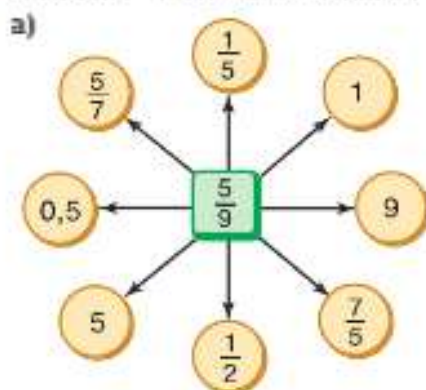
Если такой клавиши нет, то переведите проценты в десятичные дроби и вычислите.



- 2.488** Вычислите.

$\begin{array}{r} 6 - 1,2 \\ : 8 \\ \cdot 10 \\ : 5 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 - 0,79 \\ : 0,3 \\ + 5,3 \\ : 1,5 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 - 4,5 \\ : 1,5 \\ \cdot 1,7 \\ + 4,9 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 10 : 2,5 \\ \cdot 1,5 \\ : 12 \\ \cdot 18 \\ \hline ? \end{array}$
--	--	---	--

- 2.489** Найдите частное от деления числа в квадратике на число в кружочках.



- 2.490** Во сколько раз обратное число больше числа: $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{9}$, 0,4?

Ц 2.491

Запишите число, которое больше своего обратного числа в: 3 раза; 11 раз.

2.492 Во время ремонта пол в кухне размером $4,2 \times 3,6$ м решили выложить кафельной плиткой. В магазине можно было купить плитку размером $0,3 \times 0,3$ м по цене 200 р. за штуку и размером $0,4 \times 0,4$ м по цене 320 р. за штуку. Какую плитку купить выгоднее? Сколько рублей составит выгода?

2.493 1) Миша шёл с одной и той же скоростью. Сколько километров пройдёт Миша за $1\frac{1}{4}$ ч, если за $\frac{5}{12}$ ч он прошёл $2\frac{1}{2}$ км?
2) Поезд шёл с одной и той же скоростью. Сколько километров пройдёт поезд за $3\frac{1}{4}$ ч, если за $\frac{3}{8}$ ч он прошёл $22\frac{1}{2}$ км?

2.494 Вычислите:

1) $1\frac{1}{4} : 2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{2}{7}$; 2) $4\frac{1}{3} \cdot 1\frac{7}{8} : \frac{13}{15}$; 3) $1\frac{3}{7} \cdot \frac{11}{15} : 4\frac{5}{7}$; 4) $1\frac{6}{7} : 3\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{9}$.

2.495 Найдите значение выражения:

1) $(7,061 : 2,3 - 2,2) \cdot (4,2 + 17,391 : 5,27)$;
2) $(3,7 + 14,058 : 6,39) \cdot (23,641 : 4,7 - 4,6)$.

Д

2.496 Никита прошёл на лыжах 400 м, что составило $\frac{4}{15}$ всей дистанции. Чему равна длина дистанции?

2.497 Комбайнёр на новом комбайне убрал зерно с поля за 56 ч и затратил времени на 30 % меньше, чем на старом комбайне. Сколько времени потребовалось бы для выполнения этой работы на старом комбайне?

2.498 Найдите высоту опоры для моста, если она возвышается над водой на 3,3 м, что составляет $\frac{3}{20}$ её длины.

2.499 Строители в конце года сдали 432 тыс. м² жилья, что превысило запланированную площадь на 8 %. Сколько тысяч квадратных метров жилья должны были сдать строители?

2.500 Луч BC делит угол ABD на два угла ABC и DBC так, что угол ABC составляет 0,45 угла DBC . Найдите градусные меры углов ABD и DBC , если угол ABC равен $13,5^\circ$.

2.501 Длина первого из трёх участков беговой дистанции эстафеты по лёгкой атлетике составляла 45 % длины всей дистанции, длина второго участка — 0,8 от длины первого. Чему равна длина всей дистанции, если длина третьего участка составила 380 м?

2.502 Из морозильника в столовой взяли 15,6 кг мяса и затем ещё $\frac{7}{13}$ этого количества. После этого в морозильнике осталось $\frac{3}{5}$ находившегося там изначально мяса. Сколько килограммов мяса было в морозильнике?

2.503 После того как туристы преодолели на байдарках 0,48 всего пути, им осталось пройти ещё 24 км. Чему равна протяжённость всего пути?

2.504 Элеватор в первый день отгрузил из одной колонны 40 % имеющегося зерна, во второй день — 60 % остатка, а в третий день — последние 96 т. Сколько зерна было в колонне элеватора?

- 2.505** Учащимся шестых классов было предложено выбрать один из трёх видов спорта, которым они будут заниматься во время дополнительного часа физкультуры. Плавание выбрали $\frac{5}{12}$ всех шестиклассников, 0,6 от числа пловцов выбрали гимнастику, а остальные — карате. Сколько всего учащихся в шестых классах, если занятия карате выбрали на 6 человек меньше, чем плавание?
- 2.506** Найдите значение выражения:
- $0,08 : 10 + 723 : 1000 - 1,32 : 100;$
 - $0,357 \cdot 100 - 0,0297 \cdot 1000 - 0,1 \cdot 10;$
 - $209,57 - 1845,69 : ((81,3 - 78,5) \cdot (4,2 + 2,85));$
 - $409,3 - 399,3 : ((2,95 + 3,1) \cdot (47,7 - 41,1)).$

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Сколько страниц нужно прочитать ученику, если:

- 18 страниц составляют 15% от нужного количества страниц;
- $\frac{2}{7}$ от нужного количества страниц составляют 40 страниц;
- 110 страниц — это $1\frac{2}{3}$ от нужного количества страниц;
- 135 страниц составляют 0,9 нужного количества страниц;
- прочитав 45 страниц, ученик прочитает пятую часть нужного количества страниц;
- прочитав половину и ещё четверть нужного количества страниц, ученик прочитает 102 страницы?

17. Дробные выражения

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- дробное выражение
- числитель, знаменатель дробного выражения

Частное двух натуральных чисел равно дроби, числитель которой — делимое, а знаменатель — делитель. Например, $3 : 7 = \frac{3}{7}$, $12 : 16 = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$. Частное от деления одного выражения на другое также можно записать с помощью черты.

Например,

$$(82,3 - 45,4) : (12,7 + 36,5) = \frac{82,3 - 45,4}{12,7 + 36,5}$$

Дробным выражением называют запись частного двух чисел или выражений, в которой знак деления обозначен чертой.

Например, $\frac{4}{7} - \frac{5}{9}$, $\frac{m-n}{m+n}$, $\frac{4,8}{cd}$ — дробные выражения.

Выражение, стоящее над чертой, называют **числителем** дробного выражения, а выражение, стоящее под чертой, — **знаменателем** дробного выражения. *Числителем и знаменателем дробного выражения могут быть числа, а также числовые или буквенные выражения.*

Действия с дробными выражениями выполняют по правилам действий с обыкновенными дробями. Последним выполняется действие деления: значение выражения в числителе делится на значение выражения в знаменателе.

Пример 1. Вычислим значение выражения $\frac{1\frac{2}{5}}{\frac{2}{3}}$.

Умножим числитель и знаменатель этого дробного выражения на 15 (наименьший общий знаменатель чисел $1\frac{2}{5}$ и $\frac{2}{3}$), получим в числителе и знаменателе натуральные числа:

$$\frac{1\frac{2}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{1\frac{2}{5} \cdot 15}{\frac{2}{3} \cdot 15} = \frac{15 + 6}{10} = \frac{21}{10} = 2,1.$$

Пример 2. Выполним умножение выражений $\frac{12,3}{2,8}$ и $2\frac{1}{3}$.

$$\frac{12,3}{2,8} \cdot 2\frac{1}{3} = \frac{12,3}{2,8} \cdot \frac{7}{3} = \frac{12,3 \cdot 7}{2,8 \cdot 3} = \frac{4,1}{0,4} = \frac{41}{4} = 10,25.$$

Пример 3. Сложим выражения $\frac{2}{0,9}$ и $\frac{5}{1,8}$.

$$\frac{2}{0,9} + \frac{5}{1,8} = \frac{20}{9} + \frac{50}{18} = \frac{20}{9} + \frac{25}{9} = \frac{45}{9} = 5.$$

При сложении дробных выражений можно сначала представить их в виде обыкновенных дробей, а потом уже выполнять сложение.

Сложить можно и так:

$$\frac{2}{0,9} + \frac{5}{1,8} = \frac{4 + 5}{1,8} = \frac{9}{1,8} = \frac{90}{18} = 5.$$

? Что называют дробным выражением? Приведите пример.
Назовите числитель и знаменатель дробного выражения $\frac{2a + b}{4nm}$.

К

2.507 Назовите числитель и знаменатель дробного выражения:

а) $\frac{3,6}{4,5}$; б) $\frac{5\frac{3}{4}}{6\frac{1}{7}}$; в) $\frac{4,2 - 3\frac{1}{11}}{8,49 \cdot 7,1}$; г) $\frac{4c - 8a}{7xy}$.

2.508 Запишите дробное выражение, у которого числитель $5n + 4m$, а знаменатель $8,1c - s$.

2.509 Запишите частное $(5,5 \cdot 3,6 - 3,7) : (10,8 : 2,7 - 3,6)$ в виде дробного выражения и найдите его значение.

2.510 Вычислите: а) $\frac{3,6}{14,4}$; б) $\frac{3,75}{2,5}$; в) $\frac{2,8}{0,35}$; г) $\frac{0,02}{0,005}$.

2.511 Найдите значение выражения: а) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{9}}$; б) $\frac{7}{\frac{3}{5}}$; в) $\frac{5}{\frac{9}{2}}$; г) $\frac{6,5}{1,3}$.

2.512 Вычислите: а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$; б) $\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{5}$; в) $\frac{1,6 \cdot 14,4 \cdot 4,2}{7,2 \cdot 3,2 \cdot 37,8}$; г) $\frac{1,9 \cdot 4,38 \cdot 5,4}{3,6 \cdot 0,73 \cdot 5,7}$.

2.513 Выполните действие:

а) $0,51 \cdot \frac{2}{3}$; б) $\frac{3}{7} \cdot 42,7$; в) $56,25 \cdot \frac{4}{45}$; г) $6,3 : 2\frac{1}{4}$;
 б) $2,816 : \frac{4}{7}$; в) $0,144 : \frac{12}{13}$; е) $\frac{21}{23} \cdot 9,2$; г) $6\frac{4}{7} \cdot 5,6$.

2.514 Найдите значение выражения:

а) $\frac{3,1}{1,7} + \frac{6,7}{5,1}$; б) $\frac{2,5}{4,4} + \frac{4,6}{13,2}$; в) $\frac{6,8}{7,2} - \frac{2,7}{3,6}$; г) $\frac{2,4}{7,7} - \frac{2,8}{12,1}$.

2.515 Вычислите значение дробного выражения:

а) $\frac{\frac{3}{7} \cdot 1,1 - 1\frac{1}{6} : 0,05}{\frac{1}{7} : 0,25 \cdot 2\frac{2}{5}}$; б) $\frac{18,55 - \frac{4}{35} \cdot 4,2}{3\frac{1}{2} \cdot 2,12 : 70}$;
 б) $\frac{0,3 \cdot 7,4 : 0,37 - 1\frac{11}{14} \cdot 0,7}{1 + 2\frac{1}{8} \cdot 0,16 : 0,01}$; г) $\frac{(2,75 \cdot \frac{3}{5} + 2,2 : 1) \cdot 1\frac{1}{11}}{(\frac{39}{40} - 0,575) : \frac{4}{5} \cdot 0,8}$.

2.516 Найдите значение выражения $\frac{n}{7,4 - 6,2} + \frac{n}{1,3 + 5,9}$ при:

а) $n = 2\frac{1}{5} + 3\frac{4}{7}$; б) $n = 1,2 \cdot (1 - 0,4)$.

2.517 Вычислите значение выражения $\frac{2a}{c} - \frac{a}{2c}$, если:

а) $a = 17,2 - 9,4$ и $c = 43 - 31,8$; б) $a = 4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{3}$ и $c = 6\frac{4}{5} + 8\frac{1}{3} - \frac{2}{15}$.

2.518 а) Значение выражения $\frac{6,3 - 5,085}{1,8 \cdot 13,5}$ можно найти на калькуляторе по алгоритму $6,3 - 5,085 \div 1,8 \div 13,5 =$. Выполните вычисления по этому алгоритму.

б) Составьте для калькулятора алгоритм нахождения значения выражения и выполните по нему вычисления:

а) $\frac{2,8 \cdot 10,5}{6 \cdot 44,8}$; б) $\frac{0,85 : 3,4 + 1,92}{6,2 \cdot 0,28}$; в) $\frac{632,315 : 34,6 + 9,7525}{4,04 \cdot 6,25}$; г) $\frac{(6,3 - 3,8) : 0,005}{3,625 : 2,9}$.



2.519 Вычислите.

а) $162 - 127$
 $\quad : 7$
 $\quad \cdot 19$
 $\quad + 15$
 $\quad \quad ?$

б) $900 : 150$
 $\quad \cdot 70$
 $\quad - 312$
 $\quad \quad : 18$
 $\quad \quad ?$

в) $1,5 \cdot 6$
 $\quad : 1,8$
 $\quad \cdot 0,12$
 $\quad + 0,44$
 $\quad \quad ?$

г) $7 - 2,1$
 $\quad : 7$
 $\quad \cdot 1,4$
 $\quad + 0,02$
 $\quad \quad ?$

д) $3,6 + 3,2$
 $\quad : 0,2$
 $\quad - 33,5$
 $\quad \quad \cdot 9$
 $\quad \quad ?$

- 2.520** На координатной прямой отмечены числа n и m (рис. 2.10). Отметьте на координатной прямой точку с координатой: $2n$; $n \cdot \frac{1}{2}$; $n : \frac{1}{2}$; $m \cdot \frac{1}{3}$; $m : \frac{1}{3}$; $n : \frac{2}{3}$?



Рис. 2.10

- В 2.521** Найдите значение выражения: а) $\left(\frac{2}{3} : \frac{4}{9}\right)^2$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{4}{9}\right)^2$; в) $\left(\frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} : \frac{7}{18}\right)^3$.

- В 2.522** Найдите произведение дробей $\frac{4}{5}$ и $\frac{13}{9}$ и произведение дробей, обратных данным. Каким свойством обладают эти два произведения? Проверьте ваше предположение ещё на одном примере. Докажите это свойство в общем виде (с помощью буквенных выражений).

- 2.523** Сравните значения выражения $1\frac{1}{13} : c$ при $c = 1$; $c = \frac{2}{13}$; $c = 1\frac{1}{7}$; $c = \frac{14}{9}$.

- 2.524** Составьте задачу, которая решается с помощью уравнения:

а) $c \cdot 4 = \frac{1}{9}$; б) $2\frac{1}{4} - a = 1\frac{1}{3}$; в) $3\frac{1}{6} : z = \frac{1}{6}$.

- В 2.525** Шестеро друзей ели арбуз. Первый съел шестую часть арбуза, второй — пятую часть остатка, третий — треть того, что оставил второй, четвёртый — четверть нового остатка, пятый — половину того, что оставил четвёртый, а шестой доел остатки арбуза. Кто из друзей съел больше всех?

- 2.526** Высота рябины составляет $\frac{4}{9}$ высоты берёзы. Найдите высоту берёзы, если высота рябины 2 м.

- 2.527** Автомат изготавливает в час 4 детали, что составляет 16 % того, что надо изготовить. Сколько деталей требуется изготовить? Сколько времени это займёт?

- 2.528** На клумбе 55 % всех цветов составляют ирисы. Остальные 9 цветов — флоксы. Сколько ирисов на клумбе?

- 2.529** Масса солёной рыбы составляет 88 % массы свежей рыбы. Сколько нужно взять свежей рыбы, чтобы получить 616 кг солёной?

- 2.530** Чему равно число, если:

а) 45 % его равны 54; б) $\frac{11}{20}$ его равны 4,4; в) 0,7 его равны $2\frac{4}{5}$?

- 2.531** Площадь дома равна 108 м^2 и составляет $\frac{3}{5}$ площади всех построек на участке. Постройки составляют $\frac{2}{9}$ площади участка. Найдите площадь участка и выразите её в сотках.

- 2.532** Таня запланировала прочитать за неделю 80 % повести. За первый день она прочитала 16 страниц повести, что составило 20 % запланированного. Сколько страниц в повести?

- 2.533** 1) В гостинице 200 номеров. Из них одноместные номера составляют 40 %, двухместных номеров на 32 больше, чем одноместных, а остальные — номера люкс. Сколько номеров люкс в гостинице?

2) В театре 800 мест. Из них 55 % — места в партере, в амфитеатре на 200 мест меньше, чем в партере, а остальные — в бельэтаже. Сколько мест в бельэтаже?

Д

2.534 Вычислите: а) $6,76 \cdot \frac{5}{13}$; б) $9,8 : 1\frac{3}{4}$; в) $8,4 \cdot 1\frac{3}{7}$; г) $14,3 : 1\frac{5}{8}$.

2.535 В викторине Таня набрала на 3 очка больше Маши. Сколько очков заработали Таня и Маша вместе, если Таня набрала $\frac{4}{11}$, а Маша $\frac{7}{22}$ всех очков?

2.536 Мотоциклист движется со скоростью 90 км/ч, а велосипедист — 15 км/ч. Какое время потребуется велосипедисту, чтобы проехать $\frac{1}{5}$ того расстояния, которое мотоциклист преодолет за 4 ч?

2.537 Для изготовления большого красного медного самовара тульские мастера использовали сплав меди и цинка. Какую массу имел самовар, изготовленный из сплава куска меди объёмом $1,2 \text{ дм}^3$ и куска цинка объёмом $0,8 \text{ дм}^3$, если масса 1 см^3 меди приблизительно 9 г, а масса 1 см^3 цинка приблизительно 7 г?

2.538 Глава повести занимает 10,5 страницы, что составляет 0,15 всей повести. Повесть составляет $\frac{7}{16}$ всей книги. Сколько страниц в книге?

2.539 Вычислите значение дробного выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{2,16 \cdot 0,55 \cdot 4,5}{2,7 \cdot 0,15 \cdot 1,2}; & \text{в) } \frac{11\frac{1}{4} : \frac{9}{32}}{21\frac{1}{3} \cdot 5\frac{1}{4} - 10\frac{2}{13} \cdot 4\frac{8}{11}}; \\ \text{б) } \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{9}{11}}{\frac{3}{7} \cdot 5\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{11}}; & \text{г) } \frac{30,6 : 14\frac{4}{7} + 13,2 : 1\frac{1}{3}}{1\frac{5}{16} : 1,75}. \end{array}$$

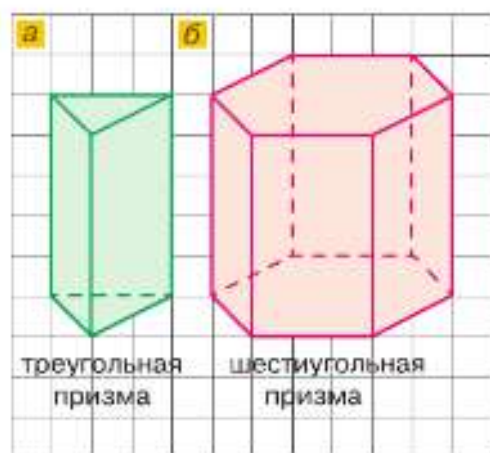


Рис. 2.11

призма

Фигуры на рисунке 2.11 называют **призмами**. У прямой призмы боковые грани — прямоугольники, а верхнее и нижнее основания — равные многоугольники. Название призмы зависит от того, какой многоугольник лежит в её основании. Прямоугольный параллелепипед — это четырёхугольная призма.

Призмы и пирамиды являются примерами многогранников. На рисунке 2.12 изображены различные многогранники — геометрические тела, ограниченные со всех сторон многоугольниками.

2.540 Практическая работа

Оборудование: карандаш, линейка, циркуль, транспортир, плотная бумага, ножницы, клей.

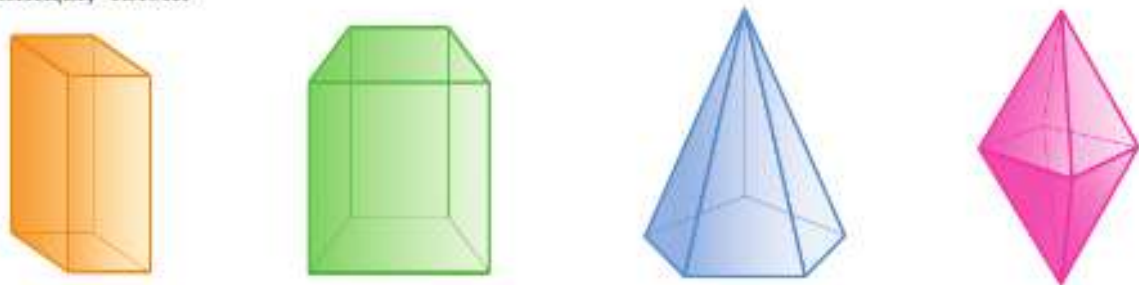


Рис. 2.12

а) *Задание:* склейте модель треугольной призмы (рис. 2.11, а).

Порядок работы:

1) На плотном листе бумаги постройте развёртку треугольной призмы в натуральную величину (рис. 2.13, а), используя задачу 1.136 на с. 34 для построения треугольников.

2) Склейте модель треугольной призмы.

б) *Задание:* сделайте модель шестиугольной призмы (рис. 2.11, б).

Порядок работы:

1) На плотном листе бумаги постройте развёртку шестиугольной призмы в натуральную величину (рис. 2.13, б), используя задачу 2.140 на с. 63 для построения шестиугольников.

2) Склейте модель шестиугольной призмы.

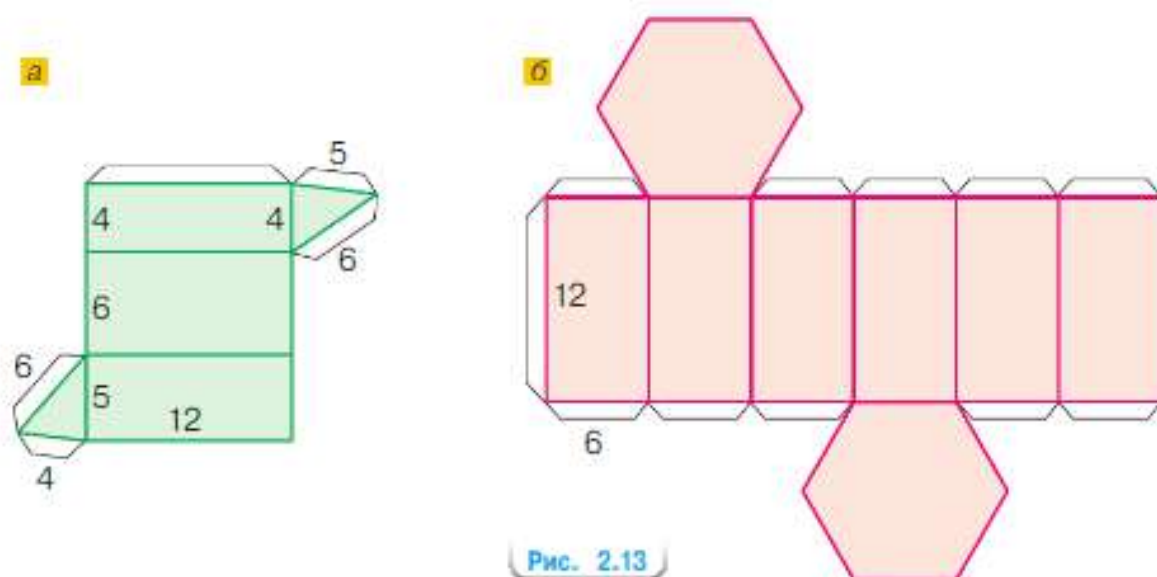


Рис. 2.13

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Найдите значение дробного выражения $\frac{\frac{15}{16} : \frac{25}{22}}{\frac{5}{7} : 1\frac{1}{14}}$.
- Расстояние между двумя населёнными пунктами s км. Пройдя четверть пути со скоростью v км/ч, пешеход остановился отдохнуть на 15 минут. Оставшуюся часть пути пешеход преодолел со скоростью на 2 км/ч большей.
 - Составьте дробное выражение для нахождения времени, затраченного на первую четверть пути.
 - Составьте дробное выражение для нахождения времени, затраченного на оставшуюся часть пути.
 - Составьте выражение для нахождения времени, затраченного на весь путь. Является ли составленное выражение дробным?
 - Сколько времени занял весь путь, если расстояние между населёнными пунктами 72 км, а $v = 6$ км/ч?



История дробей насчитывает около пяти тысячелетий. Впервые доли числа встречаются в египетских папирусах и на вавилонских глиняных табличках. Первой дробью, которую стали использовать, стала половина, затем появились четверть, треть и т. д. У египтян использовались дроби с числителем единица: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ и т. д. Дроби записывались с помощью иероглифов. Только дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$ имели своё обозначение. При расчётах дроби записывали в виде суммы. Например,

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}, \quad \frac{7}{15} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{120}.$$

Существовали специальные таблицы, в которых дроби представлялись в виде суммы долей. Египтяне умели складывать, делить и умножать доли числа. Египетские дроби использовались древнегреческими учёными и математиками других стран до Средних веков.

В Вавилоне, как вы знаете, использовали шестидесятеричные дроби. Вавилонскими дробями пользовались греческие и арабские учёные.

Эти дроби мы используем при переводе минут и секунд в часы:

$$12 \text{ ч } 16 \text{ мин } 3 \text{ с} = 12 + \frac{16}{60} + \frac{3}{60^2} \text{ ч}.$$

Римская система дробей была связана с мерой веса асса. Эта мера делилась на 12 долей. $\frac{1}{12}$ асса называлась унцией.

В XVIII в. наибольшее распространение получили дроби со знаменателем 10, так как они наиболее удобны для вычислений.

ПРИМЕНЯЕМ МАТЕМАТИКУ

- Петя может покрасить забор за 8 ч, а Миша — за 10 ч. Успеют ли они покрасить весь забор до тренировки, которая начнётся через 5 ч?
- 1) Фарфор может состоять из 1 части полевого шпата, 3 частей кварца и 6 частей каолина (белая глина). Найдите массу вазы, если в ней кварца на 0,24 кг больше, чем полевого шпата.
2) Сплавы магния используют в производстве ракет и авиационных турбин, корпусов приборов, дисков автомобильных колёс и др. Их существует несколько видов. Часто сплав состоит из 1 части алюминия, 2 частей цинка и 18 частей магния. Сколько получилось этого сплава, если в нём магния на 3,9 т больше, чем цинка?
- Как разделить поровну семь дынь между 12 гостями, если каждую дыню можно разрезать только на равные части и частей должно быть не больше 5?
- Который сейчас час, если оставшаяся часть суток в $1\frac{2}{5}$ раза больше прошедшей?



Антикварная китайская фарфоровая ваза. Фарфор был получен: в 620 г. — в Китае, в 1708 г. — в Европе, в 1749 г. — в России

5. В небольшом городке 10 памятников архитектуры (рис. 2.14). Туристу хочется посетить их все, не проходя дважды по одной и той же улице. Может ли он это сделать?
6. В магазине продают два сорта конфет по цене 200 р. и 300 р. Стоимость конфет каждого сорта для приготовления ассорти одинакова. По какой цене надо продавать ассорти этих конфет, чтобы не обмануть покупателя и магазину не иметь убытка?
7. По рецепту для приготовления трёх порций молочного коктейля требуется: 250 г молока, 8 столовых ложек мороженого и по 2 ложки или варенья, или мёда, или сиропа. Нужно приготовить коктейль для 8 гостей. Найдите массу каждого продукта для приготовления коктейля. Одна столовая ложка мороженого, варенья, мёда или сиропа содержит 15 г данного продукта.

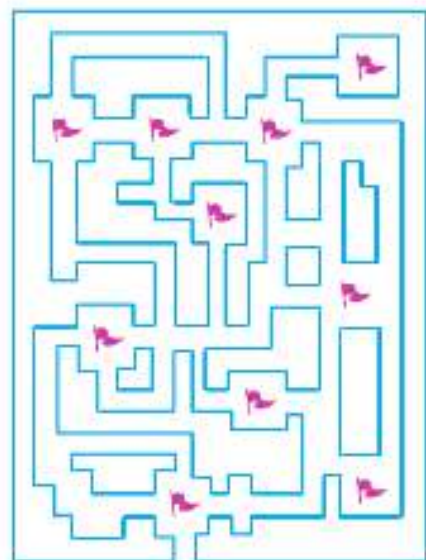


Рис. 2.14

8. Участники благотворительного концерта передали 5,7 млн р. городу, пострадавшему после наводнения. На ремонт школ и детских садов было использовано $\frac{5}{16}$ этой суммы, на отправку детей на отдых в другие регионы — $\frac{3}{16}$ этой суммы, на ремонт больниц — в 2 раза больше, чем на отдых детей, оставшуюся сумму направили на ремонт стадиона. Сколько денег было направлено на ремонт стадиона и на отдых детей?
9. Бандероли отправляются массой от 100 г до 2 кг. Какую наименьшую сумму потребуется заплатить за отправку в лагерь наборов карандашей и наборов красок для рисования 17 детям? Масса набора красок для рисования равна $\frac{2}{5}$ кг, а масса набора карандашей — $\frac{1}{40}$ кг. Тарифы на отправку бандероли приведены в таблице справа.

Вид бандероли и масса	Цена, р.
Простая, 100 г	48
Заказная, 100 г	84
Каждые последующие полные/неполные 20 г любой бандероли	3,6

10. Чтобы рассчитать расстояние до телевизора, нужно умножить диагональ телевизора на коэффициент 1,6. Измерьте диагональ вашего телевизора и найдите оптимальное расстояние для просмотра телепередач.
11. *Задача Эйлера.* Решив все свои сбережения поделить поровну между всеми сыновьями, некто составил завещание: «Старший из моих сыновей должен получить 1000 рублей и восьмую часть остатка; следующий — 2000 рублей и восьмую часть нового остатка; третий сын — 3000 рублей и восьмую часть следующего остатка и т. д.». Определите число сыновей и размер завещанных сбережений.
12. *Надпись на гробнице знаменитого древнего математика Диофанта* составлена в виде математической задачи.
Путник! Здесь прах погребён Диофанта. И числа поведают могут, о чудо, сколь долгод был век его жизни. Часть шестую его представляло прекрасное детство. Двенадцатая часть протекла ещё жизни — покрылся пухом тогда подбородок. Седьмую в бездетном браке провёл Диофант. Прошло пятилетие; он был очастливлен рождением прекрасного первенца сына. Коему рок половину лишь

жизни прекрасной и светлой дал на земле по сравнению с отцом. И в печали глубокой старец земного удела конец восприял, переживши года четыре с тех пор, как сына лишился. Скажи, сколько лет жизни достигнув, смерть восприял Диофант?

13. Известному писателю Л. Н. Толстому очень понравилась следующая задача. Артели косцов надо было скосить два луга, один вдвое больше другого. Половину дня артель косила большой луг. После этого артель разделилась пополам: первая половина осталась на большом лугу и докосила его к вечеру до конца; вторая же половина косила малый луг, на котором к вечеру ещё остался участок, скошенный на другой день косцом за один день работы. Сколько косцов было в артели?
14. Задача Л. Ф. Магницкого. Некий человек нанял работника на год, обещал ему дать 12 рублей и кафтан. Но тот, работав 7 месяцев, восхотел уйти и просил достойной платы с кафтаном. Хозяин дал ему по достоинству расчёт 5 рублей и кафтан, и ведательно есть, а коликие цены оный кафтан был.
15. К табунчику пришли три казака покупать лошадей. «Хорошо, я вам продам лошадей, — сказал табунчик, — первому продам я полтабуна и ещё половину лошади, второму — половину оставшихся лошадей и ещё пол-лошади, третий также получит половину оставшихся лошадей с полулошадью. Себе же оставлю только 5 лошадей». Удивились казаки, как это табунчик будет делить лошадей на части. Но после некоторых размышлений они успокоились, и сделка состоялась. Сколько лошадей продал табунчик каждому из казаков?
16. Длина маршрутной тропы на гору Малое Седло в Кисловодске равна 5,4 км. Подняться на гору можно разными способами:
- 1) пройти по тропе пешком;
 - 2) подняться в вагончике канатной дороги, который едет $\frac{1}{16}$ ч. Затем пройти оставшиеся 2 км.

Рассчитайте время различных вариантов похода, если обычно средняя скорость восхождения на гору составляет 1,5 км/ч, а спуска — в два с половиной раза больше. При этом не забудьте добавить время на то, чтобы поесть, полюбоваться чудесными видами природы и отдохнуть.



Кисловодск. Гора Малое Седло



§ 3. Отношения и пропорции

18. Отношения

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- отношение двух чисел
- отношение величин
- взаимно обратные отношения

Числа можно сравнивать двумя способами: вычислением *разности* (на сколько больше, меньше); вычислением *частного* (во сколько раз больше, меньше, или *какую часть* одно число составляет от другого).

Задача 1. Ученик решил 4 задачи из пяти. Какую часть задач он решил?

Решение. Так как всего 5 задач, то одна задача составляет $\frac{1}{5}$ всех задач, а 4 задачи составляют $\frac{4}{5}$ всех задач.

Тот же ответ получим, разделив 4 на 5: $4 : 5 = \frac{4}{5}$. Ответ также можно записать десятичной дробью или в процентах.

Ответ. $\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$.

Частное $\frac{a}{b}$ ($a : b$) двух чисел a и b называют **отношением** этих чисел. Отношение $\frac{a}{b}$ показывает, во сколько раз число a больше числа b , или *какую часть* число a составляет от числа b .

Если значения двух величин выражены одной и той же единицей измерения, то их отношение называют также **отношением этих величин** (отношением длин, отношением масс, отношением площадей и т. д.).

Задача 2. Площадь катка 480 м^2 . От снега расчистили 320 м^2 катка. а) Какую часть катка расчистили от снега? б) Во сколько раз весь каток больше расчищенной его части?

Решение. а) Чтобы найти расчищенную часть катка, составим отношение $320 : 480$ и получим

$$320 : 480 = \frac{320}{480} = \frac{2}{3}$$

б) Чтобы узнать, во сколько раз площадь катка больше площади расчищенной части, найдём отношение:

$$480 : 320 = \frac{480}{320} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1,5.$$

Ответ. а) Расчищено $\frac{2}{3}$ катка; б) весь каток в 1,5 раза больше расчищенной части.

Числа $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$ взаимно обратны, поэтому и отношения 2 к 3 и 3 к 2 также называют взаимно обратными.

Если однородные величины выражены разными единицами измерения, то необходимо перейти к одной единице измерения и затем найти их отношение.

Задача 3. Масса кошки 4,4 кг, а масса котёнка 99 г. Найдите отношение массы котёнка к массе кошки.

Решение. Выразим массу кошки в граммах. Получим $4,4 \text{ кг} = 4400 \text{ г}$. Значит, отношение массы котёнка к массе кошки равно $\frac{99}{4400} = \frac{9}{400} = 0,0225$.

Ответ. Масса котёнка составляет 0,0225, или 2,25 %, массы кошки.

Если рассматриваются разнородные величины, то их отношение — новая величина.

Например, если расстояние измеряется в метрах, а время — в секундах, то скорость (отношение расстояния ко времени) — в метрах в секунду (м/с) и т. д. В виде отношений могут быть выражены: концентрация раствора, производительность труда, урожайность, цена.

Задача 4. В спортивном лагере отдыхали 105 детей, причём число девочек относилось к числу мальчиков, как 3 : 4. Сколько было девочек и сколько мальчиков в лагере?

Решение. Все 105 детей составляют $3 + 4 = 7$ частей, значит, на одну часть приходится $105 : 7 = 15$ детей. Тогда на три части приходится $15 \cdot 3 = 45$ детей, а на четыре — $15 \cdot 4 = 60$ детей. Значит, в лагере было 45 девочек и 60 мальчиков.

Ответ. 45 девочек и 60 мальчиков.

алгоритм деления
числа в данном
отношении

Чтобы разделить число m в данном отношении $a : b$, можно:

- 1) разделить число m на сумму $a + b$ членов отношения;
- 2) результат умножить на каждый член отношения.

- ? Что называют отношением двух чисел? Что оно показывает?
 Как можно записать отношение числа a к числу b ?
 Как найти отношение однородных величин, выраженных в разных единицах измерения?
 Как разделить число m в отношении $a : b$?

К

- 3.1 Составьте отношения чисел: 113 к 5; 21 к 30; 11,3 к $\frac{1}{2}$; 6,78 к 0,3; $5\frac{2}{5}$ к 7,4; 0,55 к 0,77. Какие из них равны?
- 3.2 Замените отношение дробных чисел равным ему отношением целых чисел:
 а) $0,5 : 2,5$; б) $6\frac{4}{17} : \frac{19}{17}$; в) $1,65 : 6\frac{5}{12}$.



Отношение можно прочитать разными способами. Например, отношение $27 : 19$ можно читать так:

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| Р. п. | В. п. | Д. п. | В. п. |
|-------|-------|-------|-------|
- отношение числа двадцать семь к числу девятнадцать;

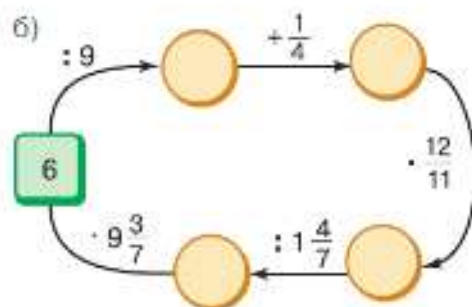
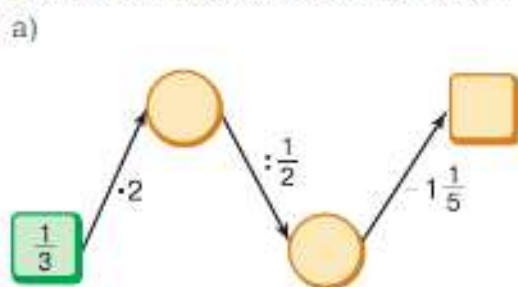
Р. п.	В. п.	В. п.
-------	-------	-------
 - отношение чисел двадцать семь и девятнадцать;

Р. п.	Д. п.
-------	-------
 - отношение двадцати семи к девятнадцати.

- 3.3 Тесто разделили на две части: для пирожков с капустой 890 г и для пирожков с мясом 980 г. Какую часть теста взяли для пирожков с капустой? Какую часть теста взяли для пирожков с мясом? Какую часть тесто для пирожков с капустой составляет от теста для пирожков с мясом?
- 3.4 На отрезке AB отмечена точка D , так что $AD = 11$ см и $BD = 55$ см. Какую часть отрезка AB составляет отрезок BD ? Какую часть отрезка AB составляет отрезок AD ?
- 3.5 Ширина прямоугольника равна 12,4 см. Найдите отношение ширины к длине прямоугольника, если его площадь равна $17,98$ см². Запишите отношение, обратное полученному отношению. Что показывают эти отношения?
- 3.6 Начертите прямоугольники, отношение сторон которых равно: а) $2 : 1$; б) $1 : 1$; в) $2 : 3$. Как называется прямоугольник в случае б)?
- 3.7 В каком отношении в сплаве взяты олово и сурьма, если сплав содержит 3,76 кг олова и 0,8 кг сурьмы? Какую часть сплава (по массе) составляет олово и какую часть — сурьма?
- 3.8 Урок истории длился 45 мин, из них 25 мин ушло на просмотр документального фильма. Какую часть урока занял просмотр фильма?
- 3.9 На клумбе 42 тюльпана. Из них 24 красных, а остальные — белые. Какую часть тюльпанов составляют белые тюльпаны, а какую — красные? Чему равно отношение числа красных тюльпанов к числу белых тюльпанов и что оно показывает?
- 3.10 Две проходческие бригады строили тоннель, двигаясь навстречу друг другу. Первая бригада построила $\frac{5}{9}$ всего тоннеля, а вторая — остальную часть. Во сколько раз часть тоннеля, построенная первой бригадой, больше части, построенной второй бригадой?
- 3.11 Три токаря сделали несколько деталей. Первый сделал четверть всех деталей, второй — треть всех деталей, третий — оставшиеся. Во сколько раз третий токарь сделал больше деталей, чем первый? Какую часть составляют детали, сделанные вторым токарем, от деталей, сделанных третьим токарем?

- 3.12** Картофель разложили в 3 ящика. В первый положили 0,2 всего картофеля, во второй — 0,5 всего картофеля, а в третий — 0,3 всего картофеля. Что показывает отношение:
 а) 0,2 к 0,5; б) 0,2 к 0,3; в) 0,5 к 0,3; г) $(0,5 + 0,3)$ к 0,2?
- 3.13** а) В классе 30 учащихся, из них 6 человек получили за контрольную работу оценку «5». Какая часть класса получила оценку «5»? Сколько процентов всех учащихся это составляет?
 б) Из 1000 семян моркови не взошло 20 семян. Найдите, сколько процентов семян взошло (процент всхожести).
- 3.14** За жилищно-коммунальные услуги семья платила 3250 р. в месяц. После подорожания счёт за месяц составил 3900 р. На сколько процентов подорожали жилищно-коммунальные услуги?
- 3.15** Что показывает отношение:
 а) числа всех карандашей, расфасованных в коробки, к числу коробок;
 б) стоимости купленных тетрадей к их количеству;
 в) количества собранного зерна к площади поля;
 г) объёма куба к его высоте?
- 3.16** Три отряда волонтеров собирали мусор в парке. Первый отряд собрал мусор с 45 % всей площади, второй — с 30 %, а третий — с 25 %. Вычислите, округлив ответ до десятых, сколько процентов составляет площадь, убранная:
 а) первым отрядом, от площади, убранной двумя другими отрядами;
 б) вторым отрядом, от площади, убранной двумя другими отрядами;
 в) первым отрядом, от площади, убранной третьим отрядом;
 г) вторым отрядом, от площади, убранной первым отрядом;
 д) третьим отрядом, от площади, убранной вторым отрядом.
- 3.17** Ученик прочитал в 3 раза меньше страниц книги, чем ему осталось прочитать. Определите:
 а) какую часть страниц книги прочитал ученик, а какую — осталось;
 б) сколько процентов страниц книги прочитано и сколько осталось прочитать;
 в) какую часть от прочитанных страниц составляют те, что осталось прочитать.
- 3.18** а) Математику в седьмом классе изучают за 210 уроков на трёх курсах: алгебре, геометрии и вероятности и статистике. Найдите число уроков по каждому курсу, если число уроков алгебры и число уроков геометрии относятся как 3 : 2, а вероятность и статистика изучается 35 уроков.
 б) Сплав массой 4,56 кг состоит из олова и сурьмы, массы которых относятся, как 47 : 10. Сколько в сплаве килограммов сурьмы?
- 3.19** Найти, сколько процентов число 9,614 составляет от числа 83,6, можно, выполнив вычисление на калькуляторе по алгоритму $9,614 \div 83,6 \%$. Используя калькулятор:
 а) найдите, сколько процентов составляет 0,1141 от 45,64 и 20,447 от 25,4;
 б) решите задачу: «На овощной базе из 426 ц овощей продали 375 ц. Сколько процентов овощей продали? Сколько процентов овощей осталось продать?» Ответ округлите до десятых долей процента.
- 3.20** Вычислите.
- | | | | | |
|--|---|---|--|--|
| $\begin{array}{r} 15 \cdot 10 \\ + 350 \\ : 25 \\ \cdot 20 \\ - 150 \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} 900 : 15 \\ \cdot 9 \\ + 260 \\ : 16 \\ \cdot 20 \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} 1 \cdot 4 \\ - 0,1 \\ \cdot 6 \\ : 4,5 \\ + 0,38 \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} 1,4 + 3,6 \\ : 0,25 \\ \cdot 0,14 \\ - 2,7 \\ \cdot 7,3 \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} 3 \cdot 1,6 \\ - 1,2 \\ : 1,8 \\ - 0,2 \\ \cdot 0,4 \\ \hline ? \end{array}$ |
|--|---|---|--|--|

3.21 Выполните вычисления в цепочке.



3.22 На сколько надо уменьшить знаменатель дробей $\frac{3}{17}$, $\frac{6}{32}$, $\frac{7}{55}$, $\frac{2}{13}$, чтобы получить дробь $\frac{1}{5}$?

3.23 Выразите в процентах число: 0,3; 0,85; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{20}$; 1; 4; $4\frac{9}{25}$; $16\frac{11}{40}$.

3.24 Четверть от половины числа равна одной четвертой. Найдите это число.

Ц 3.25 *Развивай внимание.* Кто быстрее найдёт в таблице последовательно все числа от 26 до 50?

а)

40	33	36	26	30
41	39	28	37	31
42	47	34	29	43
44	49	35	38	46
32	48	45	50	27

б)

47	46	37	30	33
27	44	42	39	36
50	41	34	43	31
38	48	28	49	26
29	40	45	32	35

3.26 Вычислите значение выражения:

а) $0,3 \cdot \frac{5}{6}$; б) $\frac{5}{6} : 0,6$; в) $\frac{2\frac{2}{7} + 1\frac{3}{14}}{3,5}$; г) $\frac{6,3}{2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}}$; д) $\frac{7,2 \cdot 1,5}{0,4 \cdot 0,8}$; е) $\frac{2,7}{0,09}$

3.27 На печать художественной литературы израсходовали $\frac{3}{4}$ привезённой в типографию бумаги, а на детскую литературу ушло $\frac{2}{9}$ от количества бумаги, израсходованного на художественную литературу. Сколько бумаги израсходовали на детскую литературу, если всего привезли 24 т бумаги?

3.28 Напольной плиткой покрыто $\frac{2}{5}$ площади квартиры. На пол на кухне ушло $17,5 \text{ м}^2$ плитки, что составило $\frac{5}{9}$ всей напольной плитки. Какова площадь квартиры?

3.29 Вычислите объём прямоугольного параллелепипеда, у которого:

- 1) ширина 1,5 м и составляет $\frac{5}{6}$ длины, а высота в 1,8 раза меньше длины;
- 2) длина 15,3 м и составляет 0,9 высоты, а высота в 3,4 раза больше ширины.

Д

- 3.30 На тренировке у Кати из 18 прыжков на льду не получились 3, а у Даши из 21 прыжка не получились 2. Найдите, какую часть составляют удачные прыжки от числа прыжков для каждой из девочек. Кто прыгает лучше: Катя или Даша?
- 3.31 Володя и Денис соревновались в стрельбе в тире. Володя сделал 60 выстрелов и попал в мишень 42 раза, а Денис сделал 70 выстрелов и попал 56 раз. Кто стреляет лучше?
- 3.32 Для того чтобы заквасить капусту, хозяйка взяла 0,7 кг моркови и 4,9 кг капусты. В каком отношении по массе были взяты морковь и капуста?
- 3.33 На пути от автовокзала до пункта назначения автобус сделал две остановки. Протяжённость участка дороги до первой остановки равна 32 км, от первой до второй остановки — 28 км, а от второй остановки до пункта назначения — 40 км. Какую часть пути занимает каждый участок?
- 3.34 Для приготовления рассола при засолке огурцов на 1200 г воды взяли 40 г соли. Найдите процентное содержание соли в рассоле. Рассол получился крепким, поэтому добавили ещё 800 г воды. Каким стало процентное содержание соли в рассоле?
- 3.35 Школьники собрали за год 720 кг макулатуры, превысив прошлогодний рекорд на 100 кг. На сколько процентов больше собрано макулатуры в этом году?
- 3.36 Среди ребят, занимающихся в спортивном центре, 44 % занимается футболом, 27 % — баскетболом, остальные — лёгкой атлетикой.
- а) Какой процент составляют ребята, занимающиеся футболом, от ребят, занимающихся игровыми видами спорта?
- б) Какой процент составляют ребята, занимающиеся футболом, от ребят, занимающихся футболом или лёгкой атлетикой?
- 3.37 Измерения первого прямоугольного параллелепипеда a см, b см и c см, а второго — x см, y см и z см. Найдите отношение объёма первого параллелепипеда к объёму второго и вычислите его значение при $a = 8$, $b = 5$, $c = 0,2$, $x = 15$, $y = 4$, $z = 0,3$.
- 3.38 Выполните действия:

$$а) \frac{3\frac{1}{12} + 2\frac{1}{6} - \frac{1}{8}}{1,4 + 0,6 \cdot 4,5};$$

$$б) \frac{10\frac{10}{11} : 12}{2\frac{21}{22}} \cdot 6\frac{1}{2};$$

$$в) \frac{8 : 2\frac{2}{5}}{5\frac{1}{4} : 7} : \frac{2\frac{1}{7} : \frac{5}{7}}{4 : \frac{8}{9}}.$$

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

1 Найдите отношение:

а) 125 к 5;

в) 0,4 к 25;

д) $2\frac{3}{4}$ к $3\frac{1}{5}$;

б) 5 к 125;

г) 0,7 к 0,2;

е) $4\frac{2}{7}$ к 0,14.

- 2 Найдите отношение величин:
- а) 4 кг к 1 т; г) 10 а к 500 га;
 б) 45 мин к 1 ч 15 мин; д) 80 л к 2 м³;
 в) 28 дм к 3 м; е) 12 км к 2 ч.
- 3 Выразите в процентах отношение:
- а) 2 мм к 1 см; б) 3 мин к 1 ч.
- 4 Верно ли?
- а) Произведение двух взаимно обратных отношений равно 1.
 б) Частное двух взаимно обратных отношений равно 1.
 в) Отношение двух чисел уменьшится, если каждое из них разделить на 5.
 г) Отношение $a : b$ показывает какую часть число a составляет от числа b .

Проверочная работа № 2

- 1 Разделите число 693 в отношении:
- а) 1 : 98; г) 4 : 7;
 б) 2 : 7; д) 34 : 43;
 в) 2 : 5; е) 2 : 3.
- 2 Рассмотрите рисунок 3.1 и ответьте на вопросы.
- а) Какую часть площадь дома составляет от площади участка?
 б) Во сколько раз площадь гаража меньше площади дома?
 в) Найдите отношение площади дома к площади огорода и отношение площади огорода к площади дома.
 г) Площадь выделенную под огород планируют разделить в отношении 1 : 5. Меньшую из полученных площадей займёт парник. Найдите площадь парника.



Рис. 3.1

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- пропорция
- крайние члены
- средние члены

19. Пропорция

Два отношения могут быть равными или неравными. А два равных отношения можно соединить знаком равенства.

Например, в отношениях $5,2 : 1,3$ и $9,6 : 2,4$ частные равны 4. Значит, можно записать равенство

$$5,2 : 1,3 = 9,6 : 2,4, \text{ или } \frac{5,2}{1,3} = \frac{9,6}{2,4}.$$

Равенство двух отношений называют **пропорцией**:

$$a : b = c : d, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

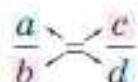


Пропорцию можно читать двумя способами. Например:

- отношение 5,2 к 1,3 равно отношению 9,6 к 2,4;
- 5,2 так относится к 1,3, как 9,6 к 2,4.

Отношения $4,6 : 2,3$ и $52,8 : 17,6$ не равны, потому что $4,6 : 2,3 = 2$, а $52,8 : 17,6 = 3$, и, значит, пропорцию из этих отношений составить нельзя.

Числа a , b , c и d называют членами пропорции. В дальнейшем будем считать, что все члены пропорции не равны 0.



В пропорции $a : b = c : d$, или $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, числа a и d называют **крайними членами**, а числа b и c — **средними членами пропорции**.

Эти названия условны. Если поменять правую и левую части пропорции: $c : d = a : b$, то крайние члены станут средними и наоборот.

Найдём произведение средних членов и произведение крайних членов пропорции $\frac{5,2}{1,3} = \frac{9,6}{2,4}$.

$$1,3 \cdot 9,6 = 12,48; \quad 5,2 \cdot 2,4 = 12,48.$$

Следовательно, $1,3 \cdot 9,6 = 5,2 \cdot 2,4$.

основное свойство пропорции

Произведение крайних членов в пропорции равно произведению её средних членов:

$$a \cdot d = b \cdot c.$$

Верно и следующее утверждение:

Если для чисел a , b , c , d не равных нулю, выполняется $a \cdot d = b \cdot c$, то можно составить пропорцию $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Например, для чисел 5, 7, 15 и 21 можно составить пропорцию $\frac{21}{15} = \frac{7}{5}$, так как $21 \cdot 5 = 15 \cdot 7 = 105$. Из пропорции можно составить ещё семь новых пропорций. Для этого, например, поменяем местами крайние члены:

$$\frac{5}{15} = \frac{7}{21}.$$

Произведение крайних и произведение средних членов не изменились. Эти произведения не изменятся, если в данной пропорции поменять местами средние члены.

В пропорции можно: 1) переставлять местами средние члены; 2) переставлять местами крайние члены; 3) средние члены сделать крайними и крайние — средними членами.

Пользуясь основным свойством пропорции, можно находить неизвестный её член по трём известным членам.

Пример 1. Найдём неизвестный средний член x в пропорции $0,6 : x = 4 : 17$.

Используя основное свойство пропорции, запишем

$$x \cdot 4 = 0,6 \cdot 17, \text{ отсюда } x = \frac{0,6 \cdot 17}{4}; \quad x = 2,55.$$

Пример 2. Решим уравнение $\frac{1\frac{3}{4}}{6,85} = \frac{0,35}{t}$.

По основному свойству пропорции получим

$$6,85 \cdot 0,35 = 1\frac{3}{4} \cdot t, \text{ откуда } t = \frac{6,85 \cdot 0,35}{1\frac{3}{4}}.$$

Вычислим значение t , представив $1\frac{3}{4}$ в виде десятичной дроби 1,75 и сократив выражение на 0,35:

$$t = \frac{6,85 \cdot 0,35}{1,75} = \frac{6,85}{5} = 1,37.$$



Что называют пропорцией?

Назовите крайние и средние члены пропорции $x : y = t : z$.

Сформулируйте основное свойство пропорции.

Как проверить, образуют ли два отношения пропорцию?

Как найти неизвестный член пропорции?

К

3.39 Запишите в виде равенства утверждение:

- а) 8 так относится к 7, как 4 относится к 3,5;
 б) 0,6 так относится к $\frac{2}{3}$, как 21 относится к $23\frac{1}{3}$;
 в) отношение $\frac{2}{9}$ к 0,2 равно отношению 17 к 15,3.

Проверьте, являются ли полученные равенства пропорциями.

3.40 Из каких отношений $0,5 : 2,5$, $3,4 : 85$, $\frac{3}{4} : 3,75$ можно составить пропорцию?

3.41 Проверьте, верно ли равенство, используя основное свойство пропорции:

- а) $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2} = 28 : 18$; в) $3\frac{1}{5} : 8 = 1 : 32$; д) $\frac{32}{4} = \frac{56}{7}$;
 б) $10,5 : 7 = 5\frac{1}{4} : 3\frac{1}{2}$; г) $\frac{0,43}{0,9} = \frac{0,131}{0,27}$; е) $\frac{17}{1,4} = \frac{2,4}{0,07}$.

3.42 Найдите неизвестный член пропорции:

- а) $t : 42,4 = 26,1 : 63,6$; в) $4,5 : 2,25 = y : 3,5$;
 б) $4\frac{1}{2} : 2\frac{2}{5} = 3\frac{1}{4} : t$; г) $\frac{25}{6} : x = \frac{20}{21} : \frac{4}{7}$.

3.43 Найдите неизвестный член пропорции:

- а) $\frac{42,6}{x} = \frac{5,34}{4,45}$; в) $\frac{1,7}{2,1} = \frac{5,1}{p}$;
 б) $\frac{32,4}{8} = \frac{y}{0,6}$; г) $\frac{q}{0,08} = \frac{9,8}{0,28}$.

3.44 Составьте ещё пропорции, переставив члены данной пропорции:

- а) $4 : 16 = 7 : 28$; б) $\frac{24}{0,4} = \frac{36}{0,6}$; в) $\frac{p}{q} = \frac{l}{k}$.

3.45 Решите пропорцию:

а) $\frac{13,7}{4} = \frac{9t}{3,6}$;

в) $\frac{1,5}{a + 0,03} = \frac{6,3}{0,21}$;

б) $\frac{1}{3}a : 6 = 14 : 0,7$;

г) $4\frac{4}{5} : 2,5 = 1\frac{1}{2} : (0,4 + b)$.

3.46 Составьте восемь пропорций из равенства $12 \cdot 4 = 160 \cdot 0,3$.

П

3.47 Вычислите.

$$\begin{array}{r} \text{а) } 16 \cdot 10 \\ - 90 \\ : 7 \\ \cdot 5 \\ - 28 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 800 : 25 \\ \cdot 30 \\ - 510 \\ : 10 \\ \cdot 2 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 7 : 5 \\ - 0,2 \\ \cdot 6 \\ + 3,8 \\ : 5 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г) } 0,5 \cdot 20 \\ + 2,3 \\ : 4,1 \\ + 5,2 \\ : 0,2 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{д) } 4 - 2,8 \\ \cdot 7 \\ : 0,4 \\ \cdot 0,01 \\ + 3,3 \\ \hline ? \end{array}$$

3.48 Подставьте вместо знака вопроса знак действия так, чтобы получилось верное равенство:

а) $\frac{5}{6} ? \frac{6}{11} = 1$;

б) $3 ? 2\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$;

в) $\frac{5}{9} ? \frac{7}{9} = \frac{5}{7}$;

г) $\frac{5}{14} ? 0,7 = \frac{1}{4}$.

3.49 Найдите отношение величин:

а) 2,4 см к 60 м;

б) 10 т к 250 кг;

в) 1 мин к 12 с;

г) 600 см^3 к 2 м^3 .

3.50 Найдите число, если $\frac{3}{7}$ этого числа равны $\frac{7}{18}$ этого числа.

3.51 Какое число надо отнять от числителя и знаменателя дроби $\frac{13}{33}$, чтобы получить дробь $\frac{1}{6}$?

В 3.52 Какие фигуры (рис. 3.2) являются развёртками (штрихами отмечены равные отрезки):

а) треугольной призмы; б) четырёхугольной призмы; в) треугольной пирамиды?

3.53 На ёлочной гирлянде из 60 лампочек не горит 6 лампочек. Сколько процентов составляют горящие лампочки от всех лампочек?

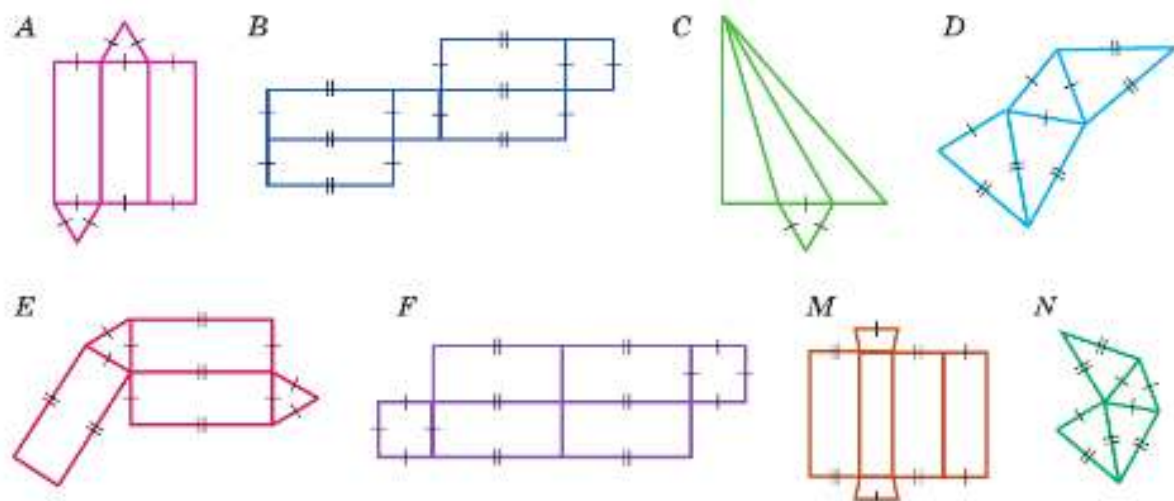


Рис. 3.2

- 3.54** Градусные меры углов M и N равны 70° и 56° . Какую часть угла M составляет угол N ? Во сколько раз угол N больше угла M ?
- 3.55** В начале зимы лыжи стоили 1800 р., а в конце сезона — 1200 р. На сколько процентов была снижена цена? Сколько процентов новая цена составляет от прежней цены?
- 3.56** В многоэтажном доме двухкомнатные и трёхкомнатные квартиры, причём на каждые 3 двухкомнатные квартиры приходится одна трёхкомнатная. Сколько процентов составляют двухкомнатные квартиры от общего числа квартир? Сколько всего квартир в доме, если в доме 384 двухкомнатные квартиры?



- 3.57** Можно ли составить пропорцию из двух отношений:
 а) $3,06 : 0,9$ и $4,08 : 1,2$; б) $0,0056 : 0,14$ и $0,136 : 0,34$.
- 3.58** Найдите неизвестный член пропорции:
 а) $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{7} = 2\frac{1}{3} : t$; в) $y : \frac{2}{3} = 8\frac{1}{6} : 2\frac{1}{3}$;
 б) $3\frac{1}{3} : s = 4\frac{2}{3} : 1\frac{1}{6}$; г) $5\frac{1}{7} : \frac{6}{7} = z : \frac{12}{17}$.
- 3.59** Продолжительность светового дня 4 февраля составила 8,4 ч. Сколько процентов составила продолжительность светового дня от суток?
- 3.60** Аня дошла из дома до парка за 5 мин и, надев ролики, увеличила скорость движения на 120 м/мин. Через 35 мин после выхода из дома оказалось, что она преодолела путь 6505 м. С какой скоростью Аня шла из дома до парка?
- 3.61** Найдите число, если разность $\frac{7}{9}$ этого числа и 0,4 равна 1.
- 3.62** Найдите значение выражения:
 а) $746,2 : (5,6 \cdot 6,5) - 204,12 : (2,7 \cdot 7,2)$;
 б) $299,71 : (3,4 \cdot 4,3) - 8,06 : (2,6 \cdot 6,2)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Рассмотрите пропорцию $6,72 : 3,2 = x : \frac{1}{2}$ и выполните для неё следующие задания:

- 1 Запишите крайние члены пропорции.
- 2 Запишите средние члены пропорции.
- 3 Найдите неизвестный член пропорции. Каким свойством пропорции вы воспользовались?
- 4 Составьте ещё несколько пропорций, переставляя её члены.
- 5* Допишите задачу так, чтобы она решалась с помощью исходной пропорции: «Улитка проползла 6 м 72 см за 3,2 ч...»

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- прямо пропорциональные величины
- обратно пропорциональные величины

a	1	2	4	8
P	4	8	16	32

20. Прямая и обратная пропорциональные зависимости

Если сторона квадрата равна a , то его периметр находят по формуле $P = 4a$. Для вычисления периметра надо знать величину a , т. е. P зависит от a . Между величинами a и P существует зависимость, которая обладает следующим свойством: отношение этих величин остаётся постоянным ($\frac{P}{a} = 4$).

При увеличении (уменьшении) стороны квадрата в несколько раз его периметр увеличивается (уменьшается) во столько же раз (см. таблицу). Такие величины называют прямо пропорциональными величинами.

✓ Две величины называют **прямо пропорциональными**, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Такие величины обладают следующим свойством: *отношения соответствующих значений прямо пропорциональных величин равны.*

Прямо пропорциональная зависимость существует между скоростью и пройденным расстоянием, количеством товара и его стоимостью, производительностью и сделанной работой и т. д.

● Если стороны прямоугольника равны a и b , то его площадь вычисляется по формуле $S = ab$. Рассмотрим прямоугольники, у которых площадь равна 12 м^2 .

При увеличении (уменьшении) значения одной стороны в несколько раз значение другой стороны уменьшается (увеличивается) во столько же раз (см. таблицу), а произведение величин остаётся постоянным. Такие величины называют обратно пропорциональными величинами.

a	b
1	12
2	6
3	4
4	3
6	2
12	1

✓ Две величины называют **обратно пропорциональными**, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

Такие величины обладают следующим свойством: *произведения соответствующих значений обратно пропорциональных величин равны.*

Обратно пропорциональная зависимость существует между скоростью и временем при одинаковом расстоянии, количеством товара и его ценой при определённой сумме покупки и т. д.

Не всякие две величины являются прямо пропорциональными или обратно пропорциональными. Например, масса котёнка увеличивается при увеличении его возраста, но эти величины не являются пропорциональными, так как при утроении возраста масса котёнка не утраивается.



Рассмотрим задачи на пропорциональные величины, которые можно решить с помощью пропорции.

Задача 1. Из 3,5 кг семян подсолнечника получили 1,4 кг масла. Сколько масла получится из 9,5 кг семян?

Решение. Обозначим буквой x массу масла, полученного из 9,5 кг семян, и запишем кратко условие задачи в виде схемы:

	Масса семян	Масса масла
Отжим I	↓ 3,5 кг	1,4 кг ↓
Отжим II	↓ 9,5 кг	x кг ↓

Если взять в несколько раз больше семян по массе, то и масса отжатого из них масла увеличится во столько же раз, значит, зависимость между массой семян и массой полученного масла прямо пропорциональная. Такую зависимость можно обозначить одинаково направленными стрелками. Запишем пропорцию и найдём её неизвестный член:

$$\frac{3,5}{9,5} = \frac{1,4}{x}; \quad x = \frac{9,5 \cdot 1,4}{3,5} = 3,8.$$

Ответ. 3,8 кг.

Задача 2. Расстояние между двумя городами первый поезд проходит со средней скоростью 60 км/ч за 4 ч. За сколько часов пройдёт то же расстояние второй поезд, если его средняя скорость 80 км/ч?

Решение. Обозначив буквой x время движения второго поезда, запишем кратко условие задачи:

	Время	Скорость
Поезд I	↓ 4 ч	60 км/ч ↑
Поезд II	↓ x ч	80 км/ч ↑

Зависимость между скоростью и временем движения при одном и том же значении расстояния обратно пропорциональная, так как если увеличить скорость поезда в несколько раз, то время во столько же раз уменьшится. Обозначим такую зависимость противоположно направленными стрелками. Запишем пропорцию и найдём её неизвестный член:

$$\frac{4}{x} = \frac{80}{60}; \quad x = \frac{4 \cdot 60}{80} = 3.$$

Ответ. 3 ч.

- ?** Какие величины называют прямо пропорциональными? Каким свойством они обладают?
 Приведите примеры прямо пропорциональных величин.
 Какие величины называют обратно пропорциональными? Каким свойством они обладают?
 Приведите примеры обратно пропорциональных величин.
 Приведите примеры величин, у которых зависимость не является ни прямо, ни обратно пропорциональной.

К

- 3.63** Найдите, зависимость между какими величинами прямо пропорциональная, обратно пропорциональная, а между какими не является пропорциональной:
- а) время движения поезда и пройденный за это время путь при постоянной скорости;
 - б) количество одинакового товара и его стоимость;
 - в) число рабочих одинаковой квалификации и время выполнения определённой работы;
 - г) масса деревянного бруска и его длина;
 - д) время работы снегоуборочной техники и число единиц одинаковой техники;
 - е) цена товара и его количество при определённой сумме покупки;
 - ж) возраст человека и его рост;
 - з) площадь квадрата и длина его стороны;
 - и) высота прямоугольного параллелепипеда и его объём при постоянной площади основания;
 - к) урожайность зерна с 1 га и масса зерна при постоянной площади посева;
 - л) множители при данном произведении;
 - м) делимое и делитель при данном частном.

Решите задачи **3.64–3.75**, используя пропорцию.

- 3.64** Труба длиной 2,5 м имеет массу 11,8 кг. Найдите массу такой же трубы длиной 4 м.
- 3.65** Из 25,5 м шерстяной ткани пошили 15 юбок. Сколько ткани нужно для 5 таких юбок?
- 3.66** Шесть станков штампуют нужное количество деталей за 9 ч. За сколько часов штампуют такое же количество деталей 9 таких же станков?
- 3.67** Из города А в город В турист ехал на машине 6,5 ч со скоростью 56 км/ч. Сколько времени потратил бы турист, двигаясь со скоростью 65 км/ч?
- 3.68** Из 364 выпускников музыкальной школы 91 хочет продолжить образование. Какой процент выпускников хочет продолжить музыкальное образование?
- 3.69** При модернизации производства заменили 75 % станков. Сколько всего станков на производстве, если заменили 45 станков?
- 3.70** Из аэропорта вылетает 400 самолётов ежедневно. Из них 280 по внутренним рейсам. Какой процент внутренних рейсов и какой — международных?
- 3.71** На АвтоВАЗе было запланировано в год выпустить 300 000 автомобилей, однако план был выполнен на 115 %. Сколько автомобилей выпустил АвтоВАЗ?
- 3.72** За 3 месяца шахтёры отправили на коксоперерабатывающее предприятие 72 % запланированного угля. Сколько процентов запланированного количества угля отправят шахтёры за 5 месяцев, если будут работать с той же производительностью?
- 3.73** За 5 дней было собрано 22,5 % всей пшеницы. Сколько дней потребуется, чтобы собрать 94,5 % всей пшеницы?
- 3.74** При производстве яблочного пюре на 9 частей пюре приходится 2 части отходов. Сколько отходов получится при производстве 24,5 т яблочного пюре?
- 3.75** На ценнике указана стоимость 150 г сыра — 84,57 р. Чему равна стоимость 450 г этого же сыра?



3.76 Вычислите.

$$\begin{array}{r} \text{а) } 500 + 310 \\ : 90 \\ \cdot 60 \\ - 120 \\ : 14 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 910 : 13 \\ + 8 \\ - 14 \\ : 160 \\ \cdot 350 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 1,5 \cdot 0,6 \\ + 2,5 \\ : 1,7 \\ - 0,6 \\ : 0,2 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г) } 6,8 + 2,2 \\ : 6 \\ + 3 \\ \cdot 0,2 \\ : 1,8 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{д) } 5 - 3,6 \\ \cdot 4 \\ : 14 \\ : 0,02 \\ + 0,7 \\ \hline ? \end{array}$$

В 3.77 Представьте дроби $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{36}$ в виде суммы двух дробей с числителем 1.

3.78 Из чисел 4, 5, 16 и 20 составьте три пропорции.

3.79 Какими могут быть средние члены пропорции, если её крайние члены 7 и 8? Приведите примеры.

В 3.80 Найдите x :

$$\text{а) } \frac{x}{8} = \frac{2x}{16};$$

$$\text{б) } \frac{x}{16} = \frac{x}{4};$$

$$\text{в) } \frac{x}{16} = \frac{4}{x};$$

$$\text{г) } \frac{4}{7} = \frac{x}{x};$$

$$\text{д) } \frac{x}{x} = \frac{x}{9}.$$

3.81 Найдите отношение:

а) 3 ч к 20 мин;

в) 0,1 т к 0,2 кг;

д) 4 см² к 0,4 дм²;

б) 0,7 дм² к 0,1 см²;

г) 6 ч к 1 сут;

е) 6 га к 120 а.

3.82 Отметьте на координатной прямой число m для пропорции $\frac{p}{q} = \frac{m}{n}$ (рис. 3.3).



Рис. 3.3

Ц, 3.83 *Развивай память.* Развить слуховую и зрительную память поможет пирамида из двузначных чисел. Числа в пирамиде могут быть другие.

а) Для проверки слуховой памяти попросите кого-нибудь прочитать числа из первой строки, после чего вы по памяти их записываете по порядку. Затем вторую строку и т. д. Если сможете без ошибок записать числа трёх строк, то слуховая память у вас хорошая, если больше, то отличная. Если допускаете ошибки при записи первых трёх строк, то меняйте числа и тренируйтесь.

б) При проверке зрительной памяти сначала закройте всю пирамиду, а затем на 5–15 с (в зависимости от количества чисел в строке) откройте первую строку и, закрыв её, по памяти запишите числа по порядку. Если записали числа правильно, переходите ко второй строке и т. д.

26	28	46					
69	38	17	42				
41	74	16	53	20			
65	52	81	23	46	19		
37	71	91	17	77	64	33	
12	84	35	25	71	59	23	30

3.84 Найдите неизвестный член пропорции:

$$\text{а) } 7 : 28 = 5,5 : 4x;$$

$$\text{в) } 1,35 : 0,6 = 1,08 : 0,4x;$$

$$\text{б) } 3x : 11 = 1\frac{1}{2} : 2\frac{3}{4};$$

$$\text{г) } 2\frac{1}{4} : 1 = 3x : \frac{2}{3}.$$

3.85 Можно ли составить пропорцию из чисел:

а) 13; 9; 7; 29; б) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $1\frac{3}{4}$; $1\frac{7}{8}$?

3.86 Используя равенство произведений $14 \cdot 6 = 42 \cdot 2$, составьте две пропорции.

3.87 Отрезок MK равен 24 м, отрезок LN — 6 дм. Чему равно отношение отрезков MK и LN ? Какую часть отрезка MK составляет отрезок LN ?

3.88 В забеге принимали участие 350 школьников. Из них 64 % — мальчики, а остальные — девочки. На сколько больше участвовало в забеге мальчиков, чем девочек?

3.89 Выполните действия:

а) $\frac{(3,4 + 4,3) \cdot 3\frac{4}{9}}{(8,6 - 5,5) : \frac{9}{11}}$; б) $\frac{\frac{1}{9} : \frac{5}{18} + 3,125 \cdot 0,8}{\left(4\frac{5}{6} - 4\frac{1}{3}\right) : 1\frac{2}{29}} + 23\frac{4}{5}$.

3.90 1) В каждой партии из 1500 фонариков в среднем 18 фонариков бракованные. Какой процент всей партии составляют исправные фонарики?

2) В партии на 1200 шариковых ручек приходится 15 ручек, которые не пишут. Какой процент от всей партии составляют пишущие ручки?

В 3.91 В Санкт-Петербург приехали 86 туристов. Русский музей хотят посетить 48 туристов, Эрмитаж — 69 и оба музея хотят посетить 36 туристов. Сколько человек не собираются посещать эти музеи?

3.92 Вычислите:

1) $3,16 \cdot 0,6 + 7,5744 : 3,6$; 2) $7,0112 : 2,8 + 1,6 \cdot 2,81$.

Д

3.93 В приюте для животных на 25 кошек ежедневно расходуется 2 кг корма. Сколько корма потребуется в день, если из приюта заберут 5 кошек? (На каждое животное выделено одинаковое количество корма.)

3.94 Пять снегоуборочных машин почистили дорогу за 24 мин. За какое время почистят эту же дорогу 8 снегоуборочных машин?

3.95 За 2,4 кг картофеля заплатили 86,4 р. Сколько можно купить картофеля на 126 р.?

3.96 Золото имеет 41,5 % примесей. Сколько килограммов примесей содержится в 3,5 кг такого золота? Округлите ответ до десятых долей килограмма.

3.97 В оливках содержится 64,8 % масла. Сколько килограммов оливок необходимо взять, чтобы в них содержалось 40,5 кг масла?

3.98 В пачке творога массой 250 г содержится 41,7 г белка. Определите процентное соотношение белка в твороге.

3.99 В шоколаде содержится 70 % какао. Сколько какао в шоколадке массой 90 г?

3.100 Найдите значение выражения:

а) $43,52 : 0,85 + 144,18 : (132 - 128,76)$;
б) $378,87 : (92 - 87,62) + 83,2 : 6,5$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

- 1 Одну из двух прямо пропорциональных величин увеличили в 4 раза. Как изменится вторая величина?
- 2 Одну из двух обратно пропорциональных величин уменьшили в 6 раз. Как изменится вторая величина?
- 3 Заполните таблицу, если величины x и y обратно пропорциональны.

x	60	80		9,6				12
y	4		2		1,5	2,5	$3\frac{3}{4}$	

- 4 Составьте задачу по схеме.

	Масса товара	Стоимость покупки	
Покупка I	↓ 2,5 кг	185 р.	↓
Покупка II	↓ x кг	407 р.	↓
	Время	Скорость	
Теплоход I	↑ 2 ч 45 мин	20 км/ч	↓
Теплоход II	↑ 2 ч 12 мин	x км/ч	↓

Какая зависимость между величинами в составленных задачах? Решите составленные задачи с помощью пропорций.

Проверочная работа № 2

Рассмотрите таблицу и ответьте на вопросы.

- 1 Сколько нужно взять жидкости, чтобы получить 780 г рисовой жидкой каши?
- 2 Сколько нужно взять соли для приготовления 240 г вязкой овсяной каши?
- 3 Сколько нужно жидкости и соли для приготовления 500 г жидкой манной каши?
- 4 Приготовили 455 г жидкой овсяной каши. Сколько жидкости и соли потребовалось?

Каша	Норма на 100 г крупы		Выход каши, г
	Жидкость, г	Соль, г	
Рисовая:			
рассыпчатая	210	4	280
вязкая	370	4	450
жидкая	570	5	650
Овсяная:			
вязкая	320	4	400
жидкая	420	5	500
Манная:			
вязкая	370	4	450
жидкая	570	6	650

21. Масштаб

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- масштаб

Практическим применением отношения величин является масштаб карты, который широко используется в географии. Например, если масштаб карты $1:100\,000 = \frac{1}{100\,000}$ (рис. 3.4), то 1 см на карте соответствует $100\,000\text{ см} = 1\text{ км}$ на местности, так как 1 см равен одной стотысячной доле километра.



Масштабом карты называют отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности.



1:100 000

Рис. 3.4

Масштаб используют не только в картах. Прежде чем построить стадион или ракету, делают их чертежи на бумаге или на компьютере. При этом уменьшают все размеры, используя подходящий масштаб. В биологии при изображении мелких насекомых, клеток, микробов, бактерий применяют масштаб, большой единицы (рис. 3.5).

Задача 1. Длина отрезка на карте 4 см. Чему равно соответствующее расстояние на местности, если масштаб карты $1:10\,000\,000$?

Решение. Обозначим расстояние на местности (в сантиметрах) буквой x и найдём отношение длины отрезка на карте к расстоянию на местности: $4 : x$. Оно будет равно масштабу карты. Значит,

$$4 : x = 1 : 10\,000\,000.$$

Решив уравнение, получим

$$x = 4 \cdot 10\,000\,000 = 40\,000\,000.$$

Но $40\,000\,000\text{ см} = 400\,000\text{ м} = 400\text{ км}$.

Ответ. Расстояние на местности 400 км.



7:1

Рис. 3.5

Задача 2. Расстояние на местности 5,2 км. Отрезком какой длины будет изображено это расстояние на карте, сделанной в масштабе $1:1\,000\,000$?

Решение. Обозначим длину отрезка на карте буквой x , составим пропорцию и решим уравнение:

$$x : 5,2 = 1 : 1\,000\,000;$$

$$x = 5,2 : 1\,000\,000 = 0,0000052.$$

Но $0,0000052\text{ км} = 0,0052\text{ м} = 0,52\text{ см}$.

Ответ. Длина отрезка на карте 0,52 см.



Что такое масштаб карты?

Чертёж детали выполнен в масштабе $1:150$. Какова длина детали, если длина детали на чертеже 1 см?

К

3.101 Расстояние между Москвой и Владимиром 180 км. Найдите масштаб карты, если на ней это расстояние равно: а) 72 мм; б) 4,5 см; в) 12 см.

3.102 а) Определите по карте (рис. 3.6) расстояния от леса (точка А) до посёлков Лесное (точка В) и Ягодное (точка С).
б) Определите размеры божьей коровки по рисунку 3.5.

3.103 Расстояние между населёнными пунктами на карте равно 6,5 см. Найдите расстояние между этими пунктами на местности, если масштаб карты $\frac{1}{100\,000}$.



1:100 000

Рис. 3.6

3.104 Протяжённость территории России с запада на восток составляет примерно 10 000 км. Уместится ли на одной странице тетради это расстояние в масштабе одна десятимиллионная?

3.105 На рисунке 3.7 изображены два участка земли в масштабе 1 : 50 000. Найдите их действительные размеры, периметр и площадь.

3.106 На плане садового участка изображена схема водопровода. Протяжённость трубы, идущей от колодца по участку, равна 36 м, что соответствует на плане 5,3 см. Чему равно расстояние от дома до колодца, если на карте это расстояние равно 7,8 см?

3.107 Длина Байкало-Амурской магистрали 4324 км. Какой длины получится линия, изображающая эту магистраль на карте, сделанной в масштабе:

- 1) 1 : 20 000 000; 2) 1 : 25 000 000?

3.108 Расстояние между Солнцем и Землёй равно 149,6 млн км и изображено на схеме отрезком, равным 6 см. Чему равно на этой схеме расстояние между Солнцем и Марсом, если между ними 227,9 млн км? Какое расстояние от Солнца до Юпитера, если на схеме оно равно 31 см? Результаты округлите до десятых.

3.109 Ребро куба на развёртке, сделанной в масштабе 1 : 4, равно 11,25 см. Чему будет равно ребро этого же куба на развёртках, сделанных в масштабах 1 : 3, 1 : 5?

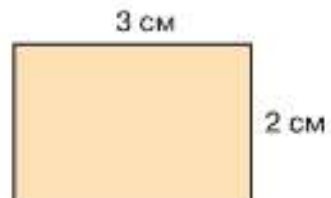


Рис. 3.7

П

3.110 Вычислите.

$$\begin{array}{r} \text{а) } 320 + 180 \\ : 20 \\ \cdot 6 \\ - 80 \\ \cdot 13 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 630 : 90 \\ \cdot 60 \\ + 180 \\ : 15 \\ \cdot 25 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 3,5 + 4,5 \\ : 10 \\ - 0,3 \\ \cdot 17 \\ + 2,5 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г) } 0,5 \cdot 1,8 \\ - 0,15 \\ : 0,3 \\ + 5,5 \\ : 1,6 \\ \hline ? \end{array}$$

3.111 Четыре пятых от четырёх пятых числа равны четырём пятым. Какое это число?

3.112 От числителя и знаменателя дроби $\frac{17}{39}$ отняли число и получили дробь, равную $\frac{4}{15}$. Какое число отняли?

3.113 Составьте четыре пропорции из отношений:

- а) $27 : 3$ и $72 : 9$;
 б) $1,02 : 0,34$ и $7,5 : 2,5$;
 в) $3,6 \cdot 36$ и $5,4 \cdot 24$;
 г) $0,8 \cdot 1,17$ и $5,2 \cdot 0,18$.

3.114 Сколько:

- а) метров в 1 мм; в) суток в 1 ч;
 б) аров в 1 м²; г) литров в 1 см³?

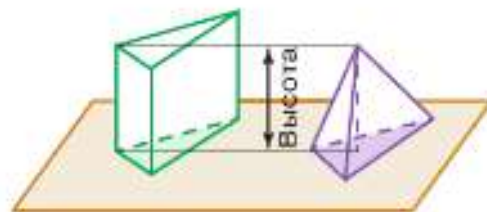


Рис. 3.8

В 3.115 Объём призмы в 3 раза больше объёма пирамиды, у которой высота и основание равны высоте и основанию призмы (рис. 3.8). Найдите объём четырёхугольной пирамиды, в основании которой прямоугольник со сторонами $\frac{3}{4}$ м и $\frac{8}{9}$ м, а высота равна 9 м.

3.116 Для приготовления гарнира из 0,2 кг гречневой крупы нужно взять 600 мл воды. Сколько воды потребуется, чтобы приготовить гарнир из 0,7 кг крупы?

3.117 С первого поля площадью 4,5 га собрали 15,3 т ячменя. Какова площадь второго поля, если при одинаковой урожайности с него собрали 18,7 т ячменя?

3.118 Постройте развёрнутый угол и проведите внутри него из вершины два луча, угол между которыми 144° . Закрасьте угол между этими лучами. Какая часть развёрнутого угла окажется закрашенной и какая часть останется незакрашенной?

3.119 1) Сумма двух чисел равна 6,5. Найдите эти числа, если меньшее число равно $\frac{1}{4}$ большего числа.

2) Разность двух чисел равна 3,2. Найдите эти числа, если меньшее число равно $\frac{1}{3}$ большего числа.

3.120 Решите пропорцию: 1) $\frac{2\frac{7}{12}}{6\frac{1}{5}} = \frac{y}{22}$; 2) $\frac{2\frac{3}{4}}{4\frac{1}{8}} = \frac{1,6}{t}$.

Д

3.121 Найдите по карте расстояние от Москвы до Екатеринбурга.

3.122 Начертите план одной из комнат в вашей квартире, доме, измерив её длину и ширину. Выберите масштаб $\frac{1}{100}$.

3.123 Играя в пиратов, ребята закопали сокровища в 3,5 м от рябины, изобразив на карте это расстояние отрезком, равным 4 см. Каков масштаб на карте ребят?

3.124 Расстояние между двумя соседними станциями метро на плане города 5 см. Чему равно это расстояние на местности, если масштаб плана $1 : 90\,000$?

3.125 Расстояние между озёрами равно 13 км. Каким отрезком будет изображено это расстояние на карте, масштаб которой $1 : 100\,000$?

3.126 Один из размеров детали на чертеже, сделанном в тетради ученика в масштабе $1 : 2$, равен 9,6 см. Найдите, чему равен этот же размер детали на чертеже, сделанном учителем на доске в масштабе $5 : 1$.

3.127 Выполните действия:

а) $\frac{0,21 \cdot 1,25}{13,6 - 11,1}$; б) $\frac{2,781}{2,06} + \frac{7,825}{3,13}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- 1 В проекте «Особый взгляд на Золотое кольцо» созданы тактильные бронзовые модели архитектурных объектов Золотого кольца для людей с нарушением зрения. Модель выполнена в масштабе 1 : 100. Какова высота архитектурного объекта, если высота модели 57 см?
- 2 Бронтозавр — огромный динозавр с длинной шеей — достигал в высоту 5 м, а в длину 22 м. Определите высоту и длину модели этого динозавра, выполненной в масштабе 1 : 1000.
- 3 Заполните таблицу.

Расстояние между точками на карте, см	3		6,5	0,5	7,2
Расстояние между точками на местности, км		450 000	1 300 000	250 000	
Масштаб карты	1 : 10 000	1 : 100 000			1 : 50 000

- 4 На плане длина прямоугольного участка равна 26,1 см, а ширина — 11,3 см. Найдите площадь участка, если план выполнен в масштабе $\frac{1}{300}$. Ответ дайте в квадратных метрах.



Понятие пропорции как равенства двух отношений чисел для натуральных чисел было известно в древности.

Слово *proportio* ввёл в употребление Цицерон в I в. до н. э., переводя на латынь платоновский термин *αναλογία*, который означал «соответствие», «соотношение». Современную запись пропорции ввёл немецкий учёный Г. Лейбниц в 1693 г. В XVII в. пропорцию

$$a : b = c : d$$

ещё записывали так:

$$a | b | c | d.$$

Систематически пропорции начали изучать в Древней Греции. Сначала рассматривали лишь пропорции, составленные из натуральных чисел. Первыми теорию пропорций разработали древнегреческий учёный Пифагор и его ученики. С пропорциями они связывали порядок и красоту природы, созвучие в музыке, гармонию Вселенной. В IV в. до н. э. древнегреческий учёный Евдокс предложил систематическое учение о пропорциях применительно не только к натуральным, но и к дробным числам. Строгая теория отношений и пропорций была построена в III в. до н. э. древнегреческим геометром Евклидом в его знаменитых «Началах».

Пропорции существуют в живой природе и применяются практически во всех сферах жизни человека: искусстве, кулинарии, медицине, технике и др.

Рычаг является одним из древнейших механизмов, в котором применена пропорциональность. Этот простейший механизм позволял многократно увеличивать физические возможности человека.

Первым рычагом, наверное, была палка (рис. 3.9), с помощью которой человек поднимал камни, выдёргивал съедобные корни. Примером рычага являются такие орудия труда, как мотыга, метла, весло, весы, ножницы, пассатижи, безмен, шлагбаум, тачка и др.

Полностью понял и сумел сформулировать принцип действия этого простого механизма Архимед. Ему принадлежит крылатое выражение: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю».

Пропорция $\frac{M}{m} = \frac{L}{l}$, где M и m — массы грузов, а L и l — плечи рычага (рис. 3.10), показывает, какую выгоду даёт рычаг.



Рис. 3.9



Рис. 3.10

Из многих пропорций, которыми пользовался человек, существует одна-единственная и неповторимая. Она была известна древним грекам, которые называли её *делением отрезка в крайнем и среднем отношении*. Эта пропорция определяется как *деление отрезка на две неравные части, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всему отрезку*. Отношение такой пропорции обозначают греческой буквой ϕ («фи»), и оно приближённо равно 0,618, или $\frac{5}{8}$.

Эту пропорцию называли по-разному: золотой, божественной, гармонической, **золотым сечением**, золотым числом.

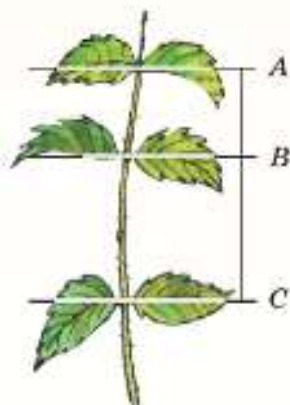
Греки считали принцип золотого сечения основополагающим в искусстве. Идеальные представления греков о человеческой фигуре можно увидеть, например, в скульптуре бога Аполлона.

Есть ещё и другие «золотые» пропорции тела. Например, пальцы человека состоят из трёх фаланг: основных, средних и ногтевых. Сумма длин двух первых фаланг пальца (за исключением большого пальца) в соотношении со всей длиной пальца и даёт число золотого сечения. Это же явление наблюдается и во многих знакомых нам вещах, например, расположение листьев на побеге тоже подчиняется золотому числу (рис. 3.11).

В разные века золотое сечение с успехом применялось в живописи, музыке, поэзии, архитектуре и т. п. Например, в V в. до н. э. греками был построен Парфенон — храм богини Афины (рис. 3.12). Для создания гармонической композиции на холме строители сделали насыпь, чтобы увеличить холм в южной части. Протяжённость холма перед Парфеноном, длина храма Афины и участка Акрополя за Парфеноном соответствуют золотой пропорции. Отношение высоты фасада Парфенона к его длине также равно 0,618. Многие исследователи, стремившиеся раскрыть секрет гармонии Парфенона, искали и находили в соотношениях его частей золотую пропорцию.

Основные элементы церкви Покрова на Нерли (построена в 1166 г.) взаимосвязаны золотой пропорцией и определяют красоту храма, который считается одним из величайших шедевров русского зодчества (рис. 3.13).

Церковь Вознесения в селе Коломенском (ныне Москва) построена в 1532 г. и является архитектурным гимном золотому сечению (рис. 3.14). При её возведении московские мастера использовали отношение мерной сажени и двух малых сажений, которое даёт золотое сечение.



$$BC : AC = AC : AB = \varphi$$

Рис. 3.11



Рис. 3.12



Рис. 3.13



Рис. 3.14

22. Симметрии

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- симметричные точки
- ось симметрии
- центрально-симметричные точки
- центр симметрии

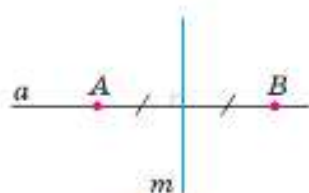


Рис. 3.15



Рис. 3.16

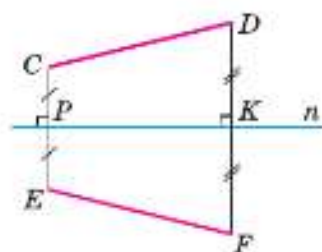


Рис. 3.17

Проведём на плоскости прямую m и прямую a под прямым углом к ней. На прямой a по разные стороны от прямой m отметим точки A и B на равных расстояниях от прямой m (рис. 3.15).

Точки A и B называют **симметричными относительно прямой m** , а прямую называют **осью симметрии** этих точек. Если точка лежит на оси симметрии, то говорят, что она симметрична самой себе.

Задача 1. Построить отрезок EF , симметричный отрезку CD относительно прямой n (рис. 3.16).

Решение. Для решения задачи проведём через точку C прямую под прямым углом к прямой n (рис. 3.17). Эта прямая пересекает ось симметрии n в точке P .

Отложим на прямой CP отрезок PE , равный отрезку CP , по другую сторону от оси. Точка E симметрична точке C относительно прямой n . Аналогично строим точку F , симметричную точке D . Отрезок EF симметричен отрезку CD относительно прямой n .

Если мы перегибём лист бумаги с чертежом по оси симметрии, симметричные отрезки совпадут. Значит, они равны.

Фигуры, симметричные относительно прямой, равны.

На фотографиях мы видим изображения ворот Летнего сада (рис. 3.18) и здания Казанского собора (рис. 3.19) в Санкт-Петербурге. Эти изображения состоят из двух половин, которые симметричны друг другу относительно прямой.

Говорят, что фигура симметрична относительно прямой, если эта прямая делит её на две части, симметричные друг другу. Прямую в этом случае называют **осью симметрии данной фигуры**.

В пространстве существует **зеркальная симметрия**. Это симметрия относительно плоскости, с ней мы встречаемся ежедневно, когда смотрим в зеркало.



Рис. 3.18



Рис. 3.19



Рис. 3.20

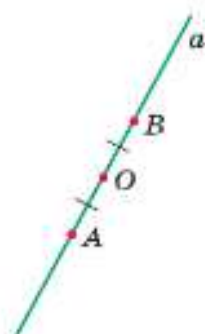


Рис. 3.21

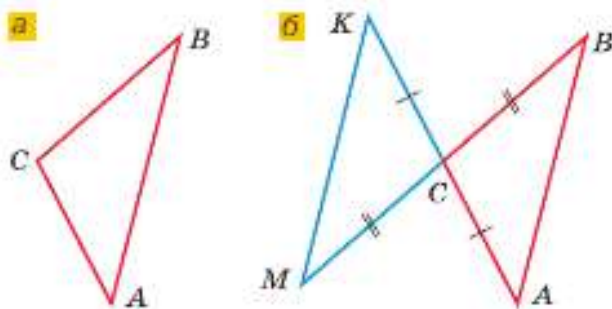


Рис. 3.22

На фотографии (см. рис. 3.19) изображён Казанский собор, который симметричен относительно плоскости, проходящей через ось симметрии изображения. Отражение в воде — пример зеркальной горизонтальной симметрии в природе (рис. 3.20).

Отметим на плоскости точку O и проведём через неё произвольную прямую a . На прямой отметим точки A и B так, чтобы $OA = OB$ (рис. 3.21).

Точки A и B называют **симметричными** относительно точки O , а точку O называют **центром симметрии** этих точек.

Задача 2. Для треугольника ABC построить центрально-симметричную ему фигуру, приняв за центр симметрии точку C (рис. 3.22, а).

Решение. На луче AC отложим отрезок CK , равный отрезку AC (рис. 3.22, б). Точка K симметрична точке A относительно центра симметрии C .

Аналогично строим точку M , симметричную точке B . Точки K и M соединим отрезком. Треугольник KMC симметричен треугольнику ABC относительно точки C .

Изображение зонта (рис. 3.23) — фигура центрально-симметричная: детали конструкции зонта и рисунки на нём расположены центрально-симметрично относительно наконечника.

Центрально-симметричные фигуры можно совместить, повернув одну из них на угол 180° вокруг центра симметрии (проверьте на моделях!). **Центрально-симметричные фигуры равны.**

Некоторые фигуры имеют несколько осей симметрии и центр симметрии. Например, у квадрата четыре оси симметрии (рис. 3.24) — четыре прямые, каждая из которых делит квадрат на две симметричные друг другу части. Точка пересечения осей симметрии является его центром симметрии. Окружность обладает симметрией относительно центра окружности и относительно диаметра (рис. 3.25).

Слово «симметрия» происходит от греческого слова «со-размерность». Фигуры, имеющие ось или центр симметрии, часто встречаются в природе, архитектуре, технике, среди окружающих вещей. Они представляются нам более краси-



Рис. 3.23

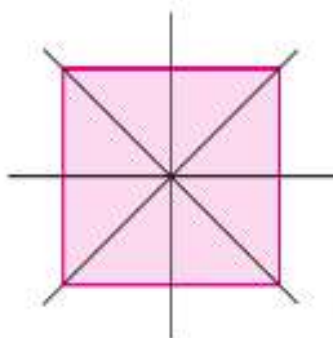


Рис. 3.24

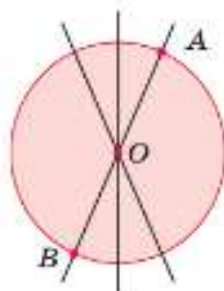


Рис. 3.25



Рис. 3.26



СЕНО ТОПОТ

Рис. 3.27

выми, привлекательными. На фотографии Воскресенских ворот (эти ворота — вход на Красную площадь Москвы) проведена прямая a — ось симметрии изображения (рис. 3.26).

На изображении лягушки (рис. 3.27, а) показана ось симметрии её тела. Несколько осей симметрии и центр симметрии есть у снежинки (рис. 3.27, б). Ось симметрии есть и в записи некоторых русских слов (рис. 3.27, в).

- ?** Какие точки называют симметричными относительно прямой? Как называют эту прямую?
 Какие точки называют симметричными относительно данной точки?
 Какую точку называют центром симметрии фигуры?
 Равны ли симметричные фигуры при осевой симметрии; при центральной симметрии?
 Приведите примеры изображений из окружающего мира, обладающих осевой, центральной или зеркальной симметриями.

К

3.128 а) Рассмотрите рисунок 3.28, а. Как проверить, что фигуры M и N на рисунке симметричны относительно данной прямой?

б) На рисунке 3.28, б изображены две окружности. Какая прямая служит их общей осью симметрии?

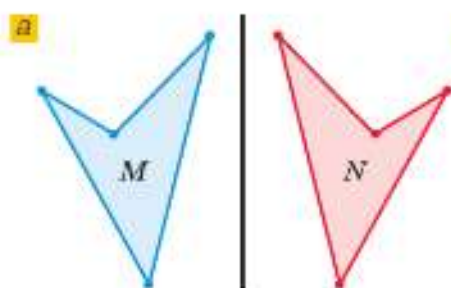


Рис. 3.28

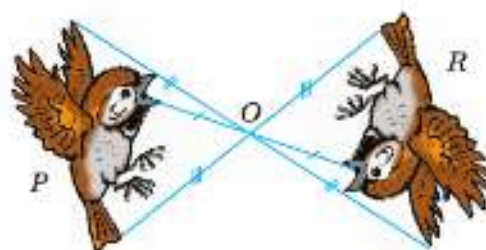
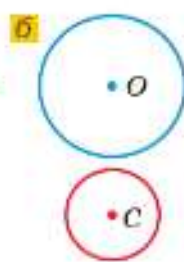


Рис. 3.29

3.129 Рассмотрите рисунок 3.29. Как проверить, что фигуры P и R на рисунке симметричны относительно точки O .

3.130 а) На рисунке 3.30, а изображены фигуры. Какие из них имеют одну ось симметрии, две оси симметрии, более двух осей симметрии, имеют центр симметрии?

б) Сколько осей симметрии можно указать на фотографии морской звезды (рис. 3.30, б)? Есть ли у неё центр симметрии?

3.131 Начертите в тетради четырёхугольник, изображённый на рисунке 3.31. Постройте фигуру, симметричную данной относительно оси m .

3.132 Начертите ломаную из трёх звеньев. Постройте симметричную ей фигуру относительно прямой, проходящей через среднее звено этой ломаной.

3.133 Симметричен ли на фотографии фасад здания Государственной Третьяковской галереи в Москве (рис. 3.32)? Если да, то как расположена ось симметрии фасада?

3.134 Убедитесь, используя линейку, что точка A , лежащая на оси симметрии m , одинаково удалена от симметричных относительно прямой m точек M и N (рис. 3.33).

3.135 а) Начертите окружность с центром P и прямую k , не пересекающую эту окружность. Постройте окружность с центром O , симметричную этой окружности относительно оси k .

б) Постройте фигуру симметричную относительно точки C для четырёхугольника $ABCD$ на рисунке 3.31.

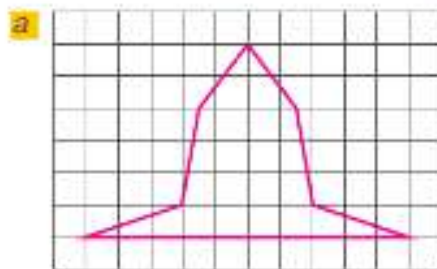


Рис. 3.30

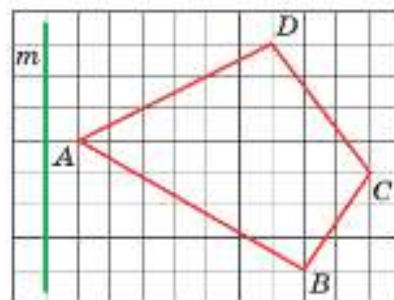


Рис. 3.31



Рис. 3.33



Рис. 3.32

3.136 Могут ли пересекаться:

- а) два отрезка, симметричные относительно прямой;
 б) два центрально-симметричных отрезка?

Ответы проиллюстрируйте рисунком.

3.137 На рисунке 3.34 изображена шахматная доска. Есть ли у поля шахматной доски оси симметрии; центр симметрии?



Рис. 3.34

3.138 Построили фигуру, симметричную циферблату часов (рис. 3.35) относительно:

- а) центра циферблата;
 б) некоторой точки, находящейся на окружности циферблата.

Окажется ли симметричный циферблат таким же, как исходный? Подумайте, каково будет направление движения стрелок на симметричных часах в каждом случае.



Рис. 3.35

П

3.139 Вычислите.

$\begin{array}{r} 800 : 16 \\ \cdot 7 \\ - 80 \\ : 30 \\ \cdot 15 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 309 + 541 \\ - 220 \\ : 70 \\ \cdot 14 \\ : 12 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 - 3,4 \\ \cdot 4 \\ + 2,7 \\ : 13 \\ \cdot 0,03 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 2,4 + 3,6 \\ : 1,5 \\ \cdot 0,125 \\ + 4 \\ : 0,03 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 7,5 : 25 \\ \cdot 1,6 \\ + 0,12 \\ : 0,15 \\ - 0,1 \\ \hline ? \end{array}$
--	---	--	---	---

3.140 Поставьте знак действия вместо знака вопроса, чтобы получилось верное равенство:

а) $\frac{3}{5} ? \frac{1}{6} = \frac{23}{30}$;	в) $\frac{9}{10} ? 1\frac{19}{45} = 1,28$;	д) $3\frac{7}{9} ? 2\frac{35}{81} = 1\frac{28}{81}$;
б) $\frac{17}{36} ? \frac{4}{9} = \frac{17}{81}$;	г) $2\frac{2}{5} ? 1\frac{3}{5} = 3\frac{21}{25}$;	е) $1\frac{8}{9} ? \frac{1}{6} = 11\frac{1}{3}$;

3.141 Некоторое число прибавили к числителю и вычли из знаменателя дроби $\frac{31}{41}$. Найдите это число, если после сокращения получили дробь $\frac{4}{5}$.

3.142 Масштаб карты 10 : 1 000 000. Заполните таблицу.

Длина отрезка на карте	3 см			12 мм
Расстояние на местности	10 км	45 км	1,5 км	

3.143 На карте капитана длина маршрута корабля равна 18 см. Найдите масштаб карты, если корабль прошёл 720 км.

- 3.144** 1) Изображение цветка алиссума на фото увеличено в 15 раз. В каком масштабе дано изображение на фото?
 2) Изображение детали на чертеже уменьшено в 25 раз. В каком масштабе выполнен чертёж?

3.145 Решите задачу, составив пропорцию:

- 1) В 3,6 кг риса содержится 2,7 кг крахмала. Сколько крахмала содержится в 2,2 кг риса?
- 2) В 4,5 т сахарной свёклы содержится 2,9 т сахара. Сколько сахара содержится в 11,7 т сахарной свёклы?

3.146 Вычислите:

- 1) $2\frac{1}{4} \cdot 2^3$; 3) $4,42 + (2,5)^3$; 5) $3^3 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^2$;
- 2) $3\frac{1}{5} : 2^4$; 4) $30 - (3,6)^2$; 6) $\left(3\frac{3}{4}\right)^2 : \left(1\frac{1}{4}\right)^3$.

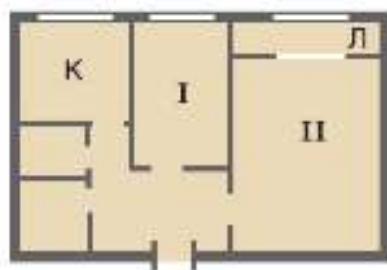


Рис. 3.36

3.147 Определите по плану (рис. 3.36) размеры двухкомнатной квартиры. Найдите размеры кухни (К), лоджии (Л) и каждой комнаты (I и II), если масштаб плана 1 : 200.

Д

- 3.148** а) Какие из букв на рисунке 3.37 имеют вертикальную ось симметрии, какие имеют горизонтальную ось симметрии, какие имеют и вертикальную, и горизонтальную оси симметрии?
 б) Какие из нарисованных букв не имеют осей симметрии?
 в) Какие буквы имеют центр симметрии?

А Б В Г Д Е Ж З И К Л М Н О П Р С Т Ф Х

Рис. 3.37

- 3.149** Проведите на листе бумаги отрезок AB и разделите его пополам с помощью линейки. Проверьте правильность результата с помощью перегибания листа бумаги.
- 3.150** Изобразите рисунок 3.38 в тетради. Постройте фигуру, симметричную данной области относительно прямой m .
- 3.151** Начертите прямоугольник $ABCD$ и построьте с помощью линейки его оси симметрии.
- 3.152** Вырежьте какую-либо фигуру из сложенного вдвое листа бумаги. Разверните лист и рассмотрите фигуру, симметричную относительно линии сгиба.
- 3.153** Симметричны ли фигуры, изображённые на рисунке 3.39, относительно данной прямой?

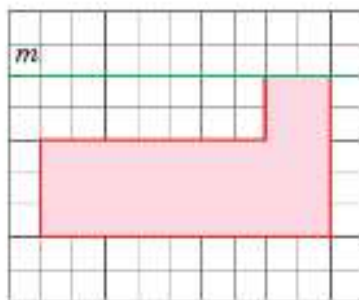


Рис. 3.38

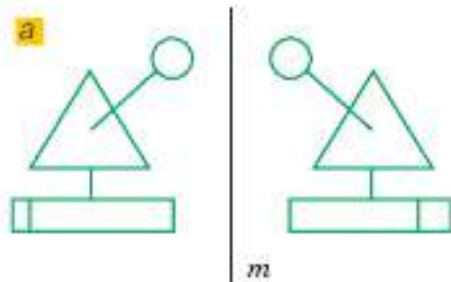


Рис. 3.39

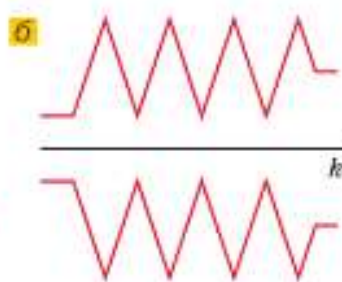




Рис. 3.40



Рис. 3.41

- 3.154** Симметричны ли на фотографии крылья бабочки (рис. 3.40)? Если да, то как расположена ось симметрии?
- 3.155** Изображение какого цветка на фотографии (рис. 3.41) симметрично? Какой вид симметрии можно предполагать?
- 3.156** Изобразите рисунок 3.42 в тетради. Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC : а) относительно прямой n ; б) относительно вершины A .
- 3.157** Начертите треугольник MNT . Постройте треугольник, симметричный треугольнику MNT : а) относительно прямой MN ; б) относительно вершины N .
- 3.158** Рассмотрите изображение мечети в городе Грозном (рис. 3.43). Симметрично ли оно? Если да, то как расположена ось симметрии этого изображения?

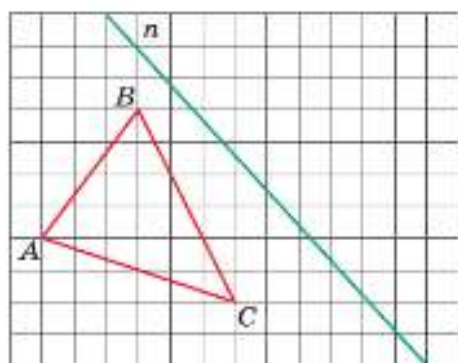


Рис. 3.42



Рис. 3.43

- 3.159** За 4 ч из трубы наполнилось $\frac{3}{14}$ бассейна. За какое время из этой трубы наполнится $\frac{14}{15}$ бассейна?
- 3.160** Отношение высот вулканов Пичинча и Котопахи равно $47 : 59$, а Оризаба и Котопахи — $56\frac{2}{5} : 59$. Найдите высоту каждого вулкана, если Пичинча ниже Котопахи на 1200 м. Ответы округлите до десятков метров.
- 3.161** Решите уравнение:
- а) $3\frac{2}{3} : a = 4\frac{8}{9} : 1\frac{5}{7}$; в) $8\frac{1}{4} : c = 13\frac{3}{4} : 2\frac{1}{3}$;
- б) $1\frac{7}{8} : 2\frac{1}{3} = 3\frac{3}{4} : b$; г) $5\frac{2}{3} : 2\frac{5}{6} = 2\frac{1}{7} : d$.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- длина окружности
- площадь круга
- шар, сфера, центр, радиус и диаметр шара

23. Длина окружности и площадь круга. Шар

Поставим стакан на лист бумаги и обведём его дно карандашом. Возьмём бумажную ленту и обогнём ею стакан один раз (рис. 3.44, а). Затем распрямим её, тогда длина бумажной ленты будет приблизительно равна длине нарисованной окружности (рис. 3.44, б).

С древних времён было установлено, что *длина окружности прямо пропорциональна длине её диаметра*. Для всех окружностей отношение длины окружности к длине её диаметра является одним и тем же числом. Это число обозначают греческой буквой π (читается: «пи»).

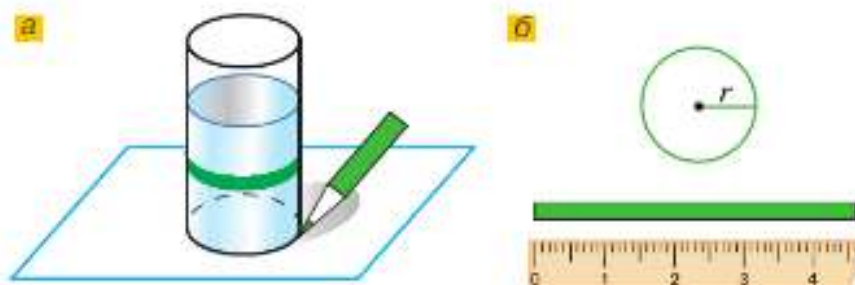


Рис. 3.44

Обозначим длину окружности буквой C , а её диаметр буквой d , тогда $C : d = \pi$. Значит,

$$C = \pi d.$$

Диаметр окружности равен двум радиусам: $d = 2r$, поэтому

$$C = 2\pi r.$$

С точностью до миллионных $\pi \approx 3,141593$, при округлении до сотых значение π равно 3,14.

На рисунке 3.45, а изображён круг, радиус которого равен r , разрезанный на равные секторы.

Составим из них фигуру, показанную на рисунке 3.45, б. На нём один из секторов разрезан пополам. Эта фигура похожа на прямоугольник. Если разрезать круг на более мелкие секторы, то фигура будет ещё больше походить на прямоугольник.

У этого прямоугольника одна сторона равна радиусу, а другая состоит из дуг половины секторов, т. е. половины длины окружности. Поэтому она равна πr .

Найдём площадь этого прямоугольника: $r \cdot \pi r = \pi r^2$.

Площадь круга S вычисляется по формуле:

$$S = \pi r^2.$$

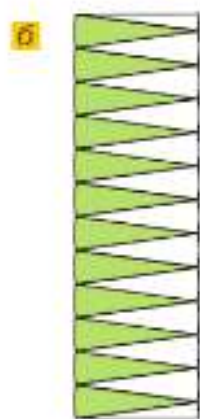
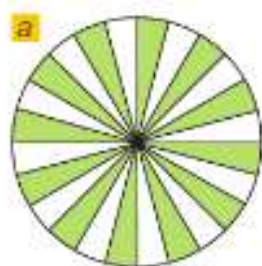


Рис. 3.45



Рис. 3.46

Футбольный мяч и арбуз (рис. 3.46), а также колобок, апельсин, ягоды красной смородины, глобус дают нам представление о **шаре**.

Поверхность шара называют **сферой**. Все точки сферы одинаково удалены от **центра шара**. Отрезок, соединяющий центр шара с точкой сферы, называют **радиусом шара (сферы)**.

Отрезок, проходящий через центр шара и соединяющий две точки сферы (рис. 3.47), называют **диаметром шара (сферы)**. Диаметр шара, сферы равен двум радиусам.

Любое сечение шара плоскостью является кругом (рис. 3.48).

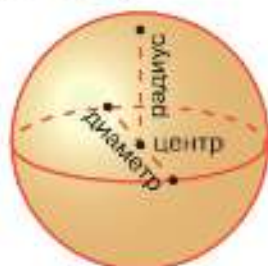


Рис. 3.47

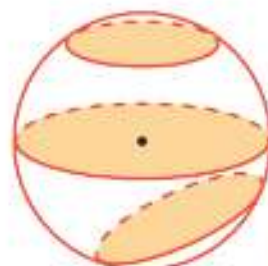


Рис. 3.48



- По каким формулам находят длину окружности?
- Пропорциональна ли длина окружности её радиусу?
- Чему равно округление числа π до сотых?
- По какой формуле находят площадь круга?
- Пропорциональна ли площадь круга его радиусу?
- Что называется радиусом шара; диаметром шара?
- Что такое сфера?
- Каким свойством обладают все точки сферы по отношению к её центру?
- Какие фигуры получаются в сечении шара плоскостью?



- 3.162** Найдите длину окружности, если её диаметр равен 21 см; 3,5 см; 10,5 дм. Число π считайте равным $3\frac{1}{7}$.



Формулы длины окружности и площади круга читаются так:

$C = \pi d$ — «цэ равно пи дэ»;

$C = 2\pi r$ — «цэ равно двум пи эр»;


$S = \pi r^2$ — «эс равно пи эр квадрат».


Выражение $\pi \approx 3,14$ читают так:

«Пи приблизительно равно трём целым четырнадцати сотым».

- 3.163** Диаметр колеса детского велосипеда равен 30 см. Найдите длину окружности этого колеса. Число π округлите до десятых.
- 3.164** Найдите длину окружности, диаметр которой равен: 32 дм; 5,6 см; 30,5 мм. Число π округлите до сотых.
- 3.165** Чему равна длина C окружности, радиус которой равен: 1,68 см; 4,76 дм? Число π считайте равным $\frac{22}{7}$.

3.166 Найдите диаметры окружностей, если их длины равны 59,66 м и 40,82 дм. Принять $\pi = 3,14$.

3.167  Велосипедист проехал 439,6 м, при этом переднее колесо велосипеда сделало 200 оборотов. Найдите диаметр колеса. Результат округлите до сотых метра. Принять $\pi = 3,14$.

3.168  а) На рисунке 3.49 изображена половина окружности. Сделайте необходимые измерения и найдите длину полуокружности.
б) Измерьте радиус каждой окружности и вычислите площадь кольца (рис. 3.50).

3.169 Диаметр увеличили на 4 дм. На сколько увеличилась длина окружности?


3.170  В Древнем Риме цирк был местом проведения конных скачек и соревнований колесниц. Круп лошади, бегущей по манежу, должен быть под одним и тем же углом по отношению к центру манежа. Это было возможно при длине окружности 40,8 м. Поэтому такой размер манежа принят во всём мире. Найдите диаметр и площадь арены. Принять $\pi = 3$.



Рис. 3.49

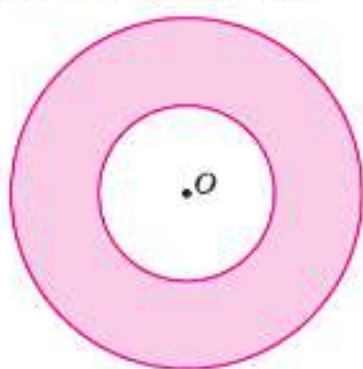



Рис. 3.50



Рис. 3.51

3.171 а) Площадь циферблата кремлёвских курантов приблизительно равна 29,21 м² (рис. 3.51). Найдите радиус циферблата.

б) Длина минутной стрелки от центра курантов равна 2,54 м. Какой путь проходит конец минутной стрелки курантов за час? Ответы округлите до сотых долей метра.

3.172  Сделайте необходимые измерения и вычислите площади закрашенных фигур, изображённых на рисунке 3.52.

3.173 На сколько площадь пятиугольника $KADLM$ (рис. 3.53) меньше площади четверти круга, радиус MK которого равен 5 см?

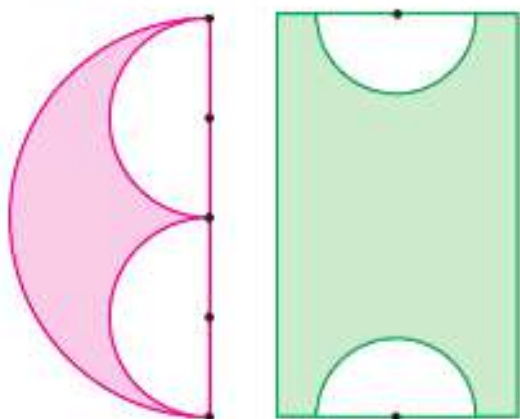


Рис. 3.52

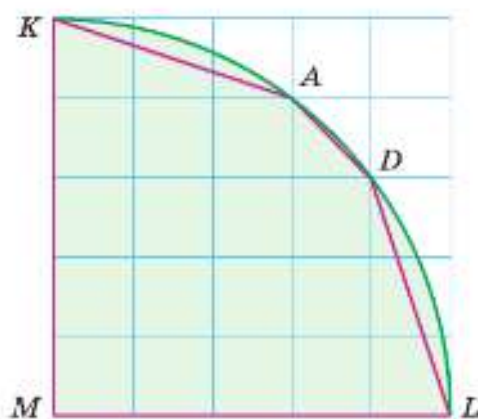


Рис. 3.53

3.174 В круглой беседке диаметром 4 м необходимо покрасить пол. Сколько краски потребуется, если на 1 м^2 расходуется 0,16 кг краски?

3.175 Самый большой в мире вращающийся глобус «Эрта» расположен в городе Ярмут, США. Огромный земной шар диаметром 12,5 м весит 2,5 т. В каком масштабе этот глобус изображает Землю? Чему равна длина экватора и меридианов на этом глобусе? Длину экватора Земли найдите в Интернете и округлите до тысяч километров.

3.176 Полярная крачка на зимовье перелетает из Арктики в Антарктиду. Какое расстояние она преодолевает, если полярный диаметр Земли равен 12 714 км?

3.177 Диаметр Луны приблизительно равен 3,5 тыс. км, что составляет 0,275 диаметра Земли, а диаметр планеты Уран в 4 раза больше земного. Найдите диаметры Земли и Урана.

3.178 Вычислите.

$$\begin{array}{r} \text{a) } 370 + 230 \\ \quad : 50 \\ \quad - 30 \\ + 340 \\ \quad + 14 \\ \hline \quad ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 720 : 18 \\ \quad + 280 \\ \quad : 16 \\ \quad : 50 \\ \quad : 125 \\ \hline \quad ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 7,2 : 2,4 \\ \quad - 0,6 \\ \quad : 0,12 \\ \quad \cdot 0,125 \\ \quad + 7,5 \\ \hline \quad ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г) } 6 - 4,5 \\ \quad \cdot 0,4 \\ \quad : 0,12 \\ \quad \cdot 7 \\ \quad + 0,8 \\ \hline \quad ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{д) } 8 \cdot 1,2 \\ \quad + 0,4 \\ \quad \cdot 0,01 \\ \quad : 0,5 \\ \quad : 0,1 \\ \hline \quad ? \end{array}$$

3.179 На плане изображён прямоугольный бассейн. Определите длину бассейна и его площадь, если на плане ширина бассейна 6 см, а длина вдвое больше. Масштаб плана 1 : 100.

3.180 Заполните таблицу, если известно, что $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

a	1	2	2,4	$1\frac{1}{2}$		$3x$	$5,2a$	$3\frac{2}{5}$	
b	3		4,8	$2\frac{1}{4}$	$\frac{4}{5}$	$2x$		1,5	
c		3,5	1		$2\frac{1}{3}$		2,1		$2\frac{3}{4}$
d	15	10,5		5,2	2,8	0,7	0,6		$3\frac{2}{3}$

3.181 Вместо звёздочек расставьте цифры от 1 до 9 так, чтобы выполнялось равенство.

$$** \cdot * = *** = * \cdot **$$

3.182 В библиотеке устарело 2312 книг, что составляет 17% библиотечного фонда. Сколько книг было в библиотеке?

3.183 1) В классе 30 человек. Из них английский язык изучают в $2\frac{1}{3}$ раза больше учащихся, чем французский. Сколько человек изучают английский язык и сколько — французский?

2) В секции дзюдо занимаются 44 человека. Из них девочек в $2\frac{2}{3}$ раза меньше, чем мальчиков. Сколько девочек и сколько мальчиков занимаются в секции?

3.184 Найдите значение выражения:

$$1) \frac{5}{14}t + \frac{9}{35}t - \frac{2}{7}t \quad \text{при } t = 1\frac{7}{23}; \quad 2) \frac{7}{12}z - \frac{5}{18}z + \frac{13}{60}z \quad \text{при } z = 3\frac{9}{47}$$

Д

- 3.185 Вычислите длину окружности, если её радиус равен: 24 см; 0,31 дм; 147 км. Принять $\pi = 3,14$.
- 3.186 Радиус окружности увеличили на 2 см. На сколько увеличится длина окружности?
- 3.187 За 2,5 мин колесо тепловоза сделало 750 оборотов. Найдите скорость тепловоза, если диаметр его колеса равен 120 см. Округлите ответ до десятых.
- 3.188 Выполните измерения и вычислите площадь каждой закрашенной фигуры (рис. 3.54).
- 3.189 Длина экватора Сатурна приблизительно равна 378,7 тыс. км. Чему равен радиус Сатурна? (Результат округлите до сотен километров.)
- 3.190 Экваториальный радиус Земли R приблизительно равен 6400 км, а радиус r окружности параллели на широте 60° — 3200 км. На сколько длина окружности экватора больше длины окружности шестидесятой параллели (рис. 3.55)?
- 3.191 Найдите площадь $\frac{3}{8}$ круга, радиус которого равен 12 см.
- 3.192 Для перевозки зерна по суше используют вагоны-зерновозы и автозерновозы. Автозерновоз вмещает в 3,54 раза меньше зерна, чем вагон-зерновоз. Сколько тонн зерна вмещают автозерновоз и вагон-зерновоз, если в вагоне-зерновозе на 50,8 т зерна больше?
- 3.193 Выполните действия:
- а) $(4,8 : 6 + 2\frac{2}{5} : 1,6) \cdot 5,6$;
- б) $(426,3 : 0,21 - 10) \cdot 0,4 - (41,7 \cdot 1,71 + 48,693)$.

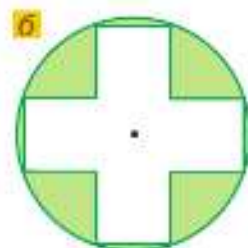


Рис. 3.54

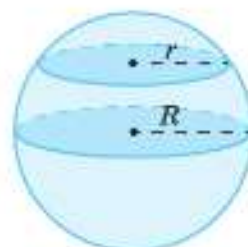


Рис. 3.55

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

Выполните следующие задания, округлив число π до целых.

- 1 Найдите радиус окружности, если её диаметр равен 15 мм.
- 2 Найдите диаметр окружности, если её радиус равен 12,2 дм.
- 3 Найдите длину окружности, если её диаметр равен 6,5 см.
- 4 Найдите радиус окружности, если её длина равна 159 м.
- 5 Найдите диаметр окружности, если её длина равна 258 дм.
- 6 Найдите площадь круга, если его радиус равен 7 см.
- 7 Найдите площадь круга, если его диаметр равен 5 м.

Проверочная работа № 2

К Новому году ребята решили сделать открытку со снеговиком. Для этого необходимо вырезать из картона 3 круглые заготовки, у которых радиусы равны: 5 см, 3 см и 1,5 см. Каждую заготовку нужно покрыть художественным глиттером (блестками) и обклеить по контуру блестящим шнуром.

- 1 Для расчёта материалов определите длину окружности и площадь каждой заготовки и заполните таблицу. Принять $\pi = 3,14$.

Заготовка	Радиус r, см	Длина окружности C, см	Площадь круга S, см ²
I круг	5		
II круг			
III круг			

- 2 Сколько сантиметров шнура понадобится для открытки?
- 3 Рассчитайте, сколько потребуется баночек с глиттером, если одной баночки хватает на 20 см² поверхности.

ПРИМЕНЯЕМ МАТЕМАТИКУ

1. Чечевица содержит 18 % белка, куриное мясо — 21 %. Сколько чечевицы нужно съесть, чтобы в ней содержалось столько же белка, сколько в 150 г куриного мяса?
2. Какой может быть наибольший радиус круглой пиццы, приготовленной на противне размером 465 × 375 мм? Найдите площадь этой пиццы, приняв $\pi = 3,14$. На сколько увеличится площадь пиццы, если её сделать прямоугольной? Ответ округлите до сотых.
3. На рисунке 3.56 изображена схема разметки хоккейной площадки.
- а) Внутри центрального круга находится центральная (синяя) точка вбрасывания диаметром 30 см, а в нейтральной зоне находятся точки вбрасывания (красные), диаметр которых в 2 раза больше диаметра центральной точки. Во сколько раз площадь красной точки вбрасывания больше площади синей точки?



- б) Центральный круг имеет диаметр 9 м, а радиус полукруга судейской зоны составляет $\frac{2}{3}$ радиуса центрального круга. Найдите площадь полукруга судейской зоны. Какую часть площади центрального круга она занимает?
- в) Является ли симметричным изображение хоккейной площадки?

4. Предположим, что каждый из учащихся вашего класса обошёл земной шар по экватору. Измерьте свой рост и рассчитайте, на сколько макушка «прошла» более длинный путь, чем пятка. Радиус Земли считать равным 6400 км, $\pi = 3,14$.
5. Радиус круглой площадки, предохраняемой громоотводом, прямо пропорционален высоте громоотвода с коэффициентом 2. Какую площадь может защитить громоотвод высотой: а) 10 м; б) 15 м; в) 20 м?
6. В таблице указаны диаметры колёс велосипедов, на которых катаются Игорь, Лена и Оля.
- 1) Заполните таблицу, приняв π , равным $22/7$.

Имя	Диаметр колеса, см	Пройденное расстояние, см					
		1 оборот	2 оборота	3 оборота	4 оборота	5 оборотов	6 оборотов
Игорь	42						
Лена	49						
Оля	63						

2) Определите:

а) кто из детей проедет дальше и на сколько, если колёса их велосипедов сделали четыре полных оборота;

б) сколько полных оборотов должны сделать колёса велосипеда Оли, чтобы проехать 990 см.

3) Лена может ездить на трёх скоростях, которые устанавливаются с помощью нижней, средней и верхней передач. У её велосипеда следующие передаточные соотношения: нижнее — 3:1, среднее — 6:5 и верхнее — 1:2. Сколько раз Лене надо повернуть педали, чтобы проехать 600 м на средней передаче?

Примечание. Передаточное соотношение 3:1 означает, что при трёх полных поворотах педалей колесо велосипеда делает один полный оборот.

7. При передаче (рис. 3.57) ведущий шкив диаметром 20 см сделал 40 оборотов. Сколько оборотов сделает ведомый шкив радиус которого равен: а) 2 см; б) 3 см? Найдите передаточное соотношение в каждом случае.
8. Коля, Лёша и Оля собирали смородину и получили за работу 16 кг ягод. Сколько килограммов ягод должен получить каждый, если Коля собрал 24 кг, Лёша — 16 кг и Оля — 40 кг?



Рис. 3.57

плотность

Отношение массы вещества к его объёму называют плотностью вещества. Если плотность тела меньше плотности жидкости, то это тело будет плавать в жидкости.

9. Какие из брусков размером $50 \times 40 \times 50$ см будут плавать в воде (плотность 1000 кг/м^3), а какие в бензине (плотность 710 кг/м^3), если они сделаны из: а) алюминия (масса 270 кг); б) меди (масса 890 кг); в) гранита (масса 260 кг); г) льда (масса 90 кг); д) сосны (масса 40 кг); е) пробки (масса 24 кг)?

10. При поднятии воды из колодца вал делает 14 оборотов. Какой длины нужно купить цепь для ведра, если диаметр d вала 25 см?
11. Какого диаметра надо купить круглый стол, чтобы за ним смогли завтракать 5 человек и на каждого сидящего приходилось не менее 60 см по краю стола?
12. Два спортсмена должны пробежать один круг по соседним дорожкам стадиона, форма которого — прямоугольник с двумя примыкающими полукругами, у которых диаметр равен 40 м. Ширина дорожек 2 м. Какое расстояние должно быть между ними на старте, чтобы компенсировать разность длин дорожек, по которым они бегут?
13. Три предпринимателя проинвестировали создание нового мультфильма. Первый вложил 600 000 р., второй — 900 000 р., а третий — 1 500 000 р. За год проката мультфильма они получили прибыль 2 340 000 р. Сколько денег получит каждый из предпринимателей при условии распределения прибыли пропорционально их инвестициям?
14. *Задача А. П. Киселёва.* На пять одинаковых керосинок, горевших 24 дня по 6 ч ежедневно, израсходовано 120 л керосина. На сколько дней хватит 216 л керосина, если девять таких же керосинок будут гореть по 8 ч в день?

ОТВЕТЫ

§ 1. Вычисления и измерения

1.23. а) 0,4; б) 6,5; в) 7,1; г) 4,2. 1.28. 1) 114,03; 2) 2,21. 1.31. 36,1 ц/га; 37,8 ц/га; 35,45 ц/га и 36,45 ц/га. 1.33. 0,5. 1.34. 3,5 и 6,3. 1.35. 3,75 и 6,25. 1.37. 5 кг, 200 порций. 1.38. 313 тыс. баррелей. 1.39. а) 70,2; 7,8; 1300; б) 1,28; 3,752; в) 0,12; 1,506. 1.40. а) 37,385; б) 344,708. 1.72. а) 10,1328; б) 94,5098; в) 748; г) 10. 1.73. 3 км/ч. 1.76. 1) 2; 2) 2. 1.77. 1) 1,5; 2,4 и 4,8; 2) 4,32; 2 и 1,6. 1.78. а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{9}{14}$; в) 8. 1.79. а) 50; б) $72\frac{1}{40}$. 1.84. 55 тыс. р. 1.95. 500 пионов. 1.96. а) 5; б) 13. 1.107. а) $4\frac{11}{39}$; б) 6,3. 1.131. 44,1 кг. 1.132. 1966,82 т и 123 т. 1.152. 0,5 кг. 1.153. а) $\frac{15}{16}$; б) $4\frac{2}{3}$; в) $\frac{4}{7}$; г) $1\frac{3}{7}$; д) $\frac{1}{2}$; е) $\frac{1}{3}$. 1.161. 32°; 64°; 84°. 1.162. а) $1\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{5}$. 1.163. а) 39,6; б) 36,11. 1.178. 1) 1011; 2) 279 911. 1.179. а) 23 356; 61 481; б) 1065; 21 939. 1.181. 44 см. 1.182. а) 3092; б) 3536. 1.186. 13 лет. 1.195. 3 человека. 1.196. а) 165; б) 275 763. 1.197. 6 и 12 карандашей. 1.198. а) 27,916; б) 0,64.

§ 2. Действия со смешанными числами

2.43. 1) 69,35 км и 87,15 км; 2) 59,35 км и 83,05 км. 2.44. 1) 3,15; 2) 0,18; 3) 10,2; 4) 11,7. 2.50. 7 см, 11 см, 13 см. 2.51. 460 петушков и 690 курочек. 2.54. 7,2 м². 2.56. а) 0,154; б) 11. 2.80. 1) 30°, 150°; 2) 135°, 45°. 2.81. 1) 160 бутылок; 2) 2000 ящиков. 2.90. 300, 180 и 60 студентов. 2.91. 405 см². 2.94. а) 92,03; б) 313,64. 2.117. 1) 16,1 т; 2) 20,9 км. 2.121. 9 ц, 45 ц и 24 ц. 2.122. 18,9 т; 124,34 т; 417,29 т. 2.123. а) 12,1; б) 1,43; в) 32,43; г) 105,94. 2.127. а) 130; б) 71,75. 2.138. На 62%. 2.142. 1) 9,7; 2) 4,2. 2.146. 13,5 км/ч и 15,5 км/ч. 2.147. а) 140; б) 4. 2.182. $\frac{47}{63}$ заказа. 2.189. 1) Через 0,3 ч; 2) через 0,2 ч. 2.190. 1) 1 км/мин; 2) 42 км/ч. 2.191. 1) 101,05; 2) 181,99. 2.197. $1\frac{1}{15}$ ч. 2.198. 1,66 кг. 2.199. а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{7}{72}$; г) $\frac{19}{35}$. 2.200. а) 0,66; б) $\frac{26}{45}$. 2.201. Через 20 мин. 2.202. а) 2,646; б) 2,5; в) 143,85; г) 213 800. 2.237. На 78,4%. 2.242. 3,358. 2.245. 1) 104 513; 2) 183 709. 2.248. а) $\frac{11}{24}$; б) 0; в) $\frac{2}{3}$. 2.249. а) $1\frac{5}{8}$; б) $5\frac{3}{4}$; в) $\frac{37}{60}$; г) 6. 2.250. $\frac{1}{12}$. 2.252. $17\frac{1}{10}$ м/с. 2.253. $9\frac{1}{10}$ м и $16\frac{53}{70}$ м. 2.254. а) 1,7; б) 7,4. 2.255. 10 кг; 1 кг. 2.256. 4 км/ч. 2.257. а) 2,25; б) 15,01. 2.258. а) 10; б) 1,1; в) 1,2; г) 0,7. 2.283. 513 км. 2.284. 3,36 м. 2.299. 1) $\frac{5}{24}$; 2) $\frac{8}{45}$. 2.306. 1,67 кг. 2.308. 44 640 р. 2.309. а) $\frac{1}{24}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $1\frac{1}{2}$. 2.310. а) 36; б) $\frac{23}{33}$; в) $2\frac{13}{21}$. 2.313. 5,6 км; 3,5 км; 0 км. 2.314. а) 0,7; б) 4; в) 6. 2.315. 2,917. 2.336. 17,4%, 58% и 11,6%. 2.344. а) $4\frac{1}{2}$; б) $3\frac{3}{5}$. 2.348. 98 м. 2.349. 5 см. 2.350. 1) 17,5; 2) 4,6. 2.351. 1) 185,85; 2) 268,92; 3) 324,4; 4) 602,51. 2.352. На 22 р. 2.353. 804 г. 2.354. 94°. 2.358. 126 га. 2.359. 100 человек.

- 2.360. $\frac{5}{21}$; 115 тюльпанов. 2.361. 16%. 2.363. а) 25,64; б) 3,3; в) 187; г) 0,4.
- 2.394. 1000 кг. 2.395. а) $\frac{11}{20}$; б) $1\frac{1}{16}$; в) $50\frac{1}{10}$; г) $11\frac{2}{7}$; д) $\frac{27}{125}$; е) $\frac{49}{64}$.
- 2.396. 1) 47,94; 2) 1,68. 2.398. а) $6\frac{2}{3}$; б) 27; в) 75; г) 43; д) $10\frac{4}{11}$; е) $\frac{1}{2}$.
- 2.400. 505 км. 2.402. 35 мин. 2.403. 0,04 кг. 2.404. $\frac{61}{70}$ с; $30\frac{1}{2}$ га; $36\frac{3}{5}$ га.
- 2.406. а) 30,7; б) 8,94. 2.439. 180 км/ч и 32 км/ч. 2.448. 1) 34,55; 2) 51,78.
- 2.457. 1) 3; 2) 3; 3) 0,8; 4) 0,8. 2.460. 8; 12,8; 16,8; 14,4; 21,5. 2.462. а) 15; б) 6; в) $3\frac{1}{3}$; г) $\frac{5}{12}$. 2.463. а) $\frac{48}{55}$; б) 3; в) $\frac{3}{8}$; г) 20; д) 3; е) 3. 2.464. а) 13; б) 2.
- 2.469. 60 км/ч и 75 км/ч. 2.470. 3,6 км/ч и 4,2 км/ч. 2.471. а) 0,224; б) 83,244; в) 0,31; г) 10; д) 2064,8. 2.480. 46,5 км. 2.483. 12 кг. 2.494. 1) $\frac{5}{7}$; 2) $9\frac{3}{8}$; 3) $\frac{2}{9}$; 4) $\frac{2}{9}$. 2.495. 1) 6,525; 2) 2,537. 2.496. 1500 м. 2.499. 400 тыс. м².
- 2.501. 2000 м. 2.502. 60 кг. 2.504. 400 т. 2.505. 72 человека. 2.506. а) 0,7178; б) 5; в) 116,07; г) 399,3. 2.531. 8,1 сотки. 2.532. 100 страниц. 2.534. а) 2,6; б) 5,6; в) 12; г) 8,8. 2.535. 66 очков. 2.537. 16,4 кг. 2.538. 160 страниц. 2.539. а) 11; б) 3; в) $\frac{5}{8}$; г) 16.

§ 3. Отношения и пропорции

- 3.27. 4 т. 3.28. 78,75 м². 3.29. 1) 2,7 см³; 2) 1300,5 см³. 3.35. На $16\frac{4}{31}\%$.
- 3.36. а) $61\frac{69}{71}\%$; б) $60\frac{20}{73}\%$. 3.38. а) $1\frac{1}{4}$; б) 2; в) $6\frac{2}{3}$. 3.58. а) $1\frac{3}{7}$; б) $\frac{5}{6}$; в) $2\frac{1}{3}$; г) $4\frac{4}{17}$. 3.60. 83 м/мин. 3.61. $1\frac{4}{5}$. 3.62. а) 10; б) 20. 3.84. а) 5,5; б) 2; в) 1,2; г) 0,5. 3.89. а) 7; б) 30. 3.92. 1) 4; 2) 7. 3.93. 1,6 кг. 3.94. 15 мин. 3.95. 3,5 кг. 3.96. 1,5 кг. 3.98. 16,68%. 3.99. 63 г. 3.100. а) 95,7; б) 99,3. 3.117. 5,5 га. 3.119. 1) 5,2 и 1,3; 2) 4,8 и 1,6. 3.120. 1) $\frac{11}{12}$; 2) $2\frac{2}{5}$. 3.126. 96 см. 3.127. а) 0,105; б) 3,85. 3.145. 1) 1,65 кг; 2) 7,54 т. 3.146. 1) 18; 2) $\frac{1}{5}$; 3) 20,045; 4) 17,04; 5) 48; 6) $7\frac{1}{5}$. 3.160. 4700 м, 5640 м, 5900 м. 3.161. а) $1\frac{2}{7}$; б) $4\frac{2}{3}$; в) $1\frac{2}{5}$; г) $1\frac{1}{14}$. 3.184. 1) $\frac{3}{7}$; 2) $1\frac{2}{3}$. 3.187. 67,8 км/ч. 3.192. 20 т и 70,8 т. 3.193. а) 12,88; б) 688.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- А**
Абак 18
- В**
Взаимно обратные отношения 120
— — числа 99
— простые числа 51
Вычитание дробей 64
Вычитание смешанных чисел 73
- Д**
Деление смешанных чисел 99
Диаметр шара 150
Длина окружности 149
Дробное выражение 110
- З**
Зеркальная симметрия 142
Золотое сечение 140
- К**
Контрпример 45
Крайние члены пропорции 126
Круговая диаграмма 27
- М**
Масштаб 136
Множество 37
- Н**
Наибольший общий делитель 50
Наименьшее общее кратное 55
Наименьший общий знаменатель 60
Нахождение величин
по её процентам 20
Нахождение дроби от числа 87
— процентов от величин 20
— числа по его дроби 106
Нестрогое неравенство 104
- О**
Обратная пропорциональная зависимость 130
Объединение множеств 38
Осевая симметрия 142
Основное свойство пропорции 126
Остроугольный треугольник 32
Ось симметрии 142
Отношение 119
- П**
Пересечение множеств 38
Пирамида 92
Площадь круга 149
Подмножество 38
Правильный многоугольник 63
Приведение дроби к наименьшему общему знаменателю 61
Призма 114
Промилле 25
Пропорция 125
Процент 19
Прямая пропорциональная зависимость 130
Прямоугольный треугольник 32
Пустое множество 37
- Р**
Равнобедренный треугольник 32
Равносторонний треугольник 32
Радиус шара 150
Развёртка пирамиды 92
Разложение числа на множители 43
——— простые множители 44
Разносторонний треугольник 32
- С**
Сложение обыкновенных дробей 64
— смешанных чисел 71
Совершенные числа 59
Сравнение обыкновенных дробей 64
Среднее арифметическое 14
Средние члены пропорции 126
Средняя скорость 14
Строгое неравенство 104
Сфера 150
Счёты 18
- Т**
Тупоугольный треугольник 32
- У**
Умножение смешанных чисел 80
- Ц**
Центр симметрии 143
— шара 150
Центральная симметрия 143
- Ч**
Числа-близнецы 58
- Ш**
Шар 150

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
----------------	---

Глава I. Смешанные числа	13
---------------------------------------	----

§ 1. ВЫЧИСЛЕНИЯ И ПОСТРОЕНИЯ	14
------------------------------------	----



1. Среднее арифметическое	14
2. Проценты	19
3. Представление числовой информации в круговых диаграммах	27
4. Виды треугольников	32
5. Понятие множества	37
Применяем математику	42

§ 2. ДЕЙСТВИЯ СО СМЕШАННЫМИ ЧИСЛАМИ	43
---	----



6. Разложение числа на простые множители	43
7. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа	50
8. Наименьшее общее кратное натуральных чисел	55
9. Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю	60
10. Сравнение, сложение и вычитание обыкновенных дробей	64
11. Действия сложения и вычитания смешанных чисел	71
12. Действие умножения смешанных чисел	80
13. Нахождение дроби от числа	87
14. Применение распределительного свойства умножения	93
15. Действие деления смешанных чисел	99
16. Нахождение числа по его дроби	106
17. Дробные выражения	110
Применяем математику	116

§ 3. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ	119
----------------------------------	-----



18. Отношения	119
19. Пропорция	125
20. Прямая и обратная пропорциональные зависимости	130
21. Масштаб	136
22. Симметрии	142
23. Длина окружности и площадь круга. Шар	149
Применяем математику	154

ОТВЕТЫ	157
--------------	-----

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	159
----------------------------	-----