

Математика



Базовый уровень

Учебник

В двух частях

Часть 2

Допущено Министерством просвещения
Российской Федерации

3-е издание, переработанное

Москва
«Просвещение»
2023

УДК 373.167.1:51+51(075.3)
ББК 22.1я721
М34

Учебник допущен к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, в соответствии с Приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 858 от 21.09.2022 г.

Авторы: Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, Л. А. Александрова, С. И. Шварцбурд

Данное издание подготовили к печати В. И. Жохов и Л. А. Александрова

Математика : 6-й класс : базовый уровень : учебник : в 2 частях / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков [и др.]. — 3-е изд., перераб. — Москва : Просвещение, 2023.

ISBN 978-5-09-102532-3.

Ч. 2. — 144 с. : ил.

ISBN 978-5-09-102534-7.

Учебник создан на основании концепции и методических идей обучения математике С. И. Шварцбурда, Н. Я. Виленкина, А. С. Чеснокова.

Учебник состоит из двух частей. Вторая часть посвящена рациональным числам и действиям с ними, решению уравнений и представлению числовой информации на графиках. Система заданий в учебнике разделена на три основные группы: для работы в классе, для повторения ранее пройденного материала и для домашней работы. Специальными знаками выделены задания для устного выполнения, задания для работы в группах учащихся, практические работы.

Кроме того, имеются рубрики, помогающие научиться правильно говорить, рассуждать и мыслить, позволяющие успешно овладеть универсальными учебными действиями, а также рубрика, посвящённая истории математики.

Каждый параграф завершается рубрикой «Применяем математику», содержащей задания, показывающие связь математики с другими науками и сферами деятельности.

Учебник разработан в соответствии со всеми требованиями ФГОС ООО, утверждённого Приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 287 от 31.05.2021 г.

Границы государства даны на октябрь 2022 г.

УДК 373.167.1:51+51(075.3)
ББК 22.1я721

Учебное издание
Виленкин Наум Яковлевич
Жохов Владимир Иванович
Чесноков Александр Семёнович
Александрова Лидия Александровна
Шварцбурд Семён Исаакович

МАТЕМАТИКА

6 класс

Базовый уровень

Учебник

В двух частях

Часть 2

Центр математики

Научный редактор *Т. А. Бурмистрова*. Ответственный за выпуск *П. А. Бессарабова*. Редактор *П. А. Бессарабова*.
Редактор карт *М. Ю. Ширяева*. Художники *В. В. Верженская, М. М. Салтыков*

Художественный редактор *М. Л. Удавова*. Техническое редактирование *М. И. Решетниковой*.
Компьютерная верстка *О. В. Сиротилой*. Компьютерная графика *А. Г. Вьюжиковской*. Корректор *Е. Е. Никитина*

Подписано в печать 12.01.2023. Формат 84×108/16. Гарнитура SchoolBook.

Уч.-изд. л. 7,90. Усл. печ. л. 15,12. Тираж _____ экз. Заказ № _____

Лицензионное общество «Издательство «Просвещение». Российская Федерация, 127473, г. Москва,

ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, этаж 4, помещение I.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — vopros@prosv.ru.








ISBN 978-5-09-102534-7 (ч. 2)
ISBN 978-5-09-102532-3




© АО «Издательство «Просвещение», 2021, 2023
© Художественное оформление.
АО «Издательство «Просвещение», 2021, 2023
Все права защищены

Условные обозначения


В объяснительном тексте используются следующие обозначения:

-  — информация, на которую надо обратить внимание;
-  — информация, которую надо запомнить;
-  — самая важная информация, которую надо знать наизусть;
-  — вопросы для самоконтроля;
-  — место в учебном тексте, где можно проверить, хорошо ли понято прочитанное, отвечая на вопросы для самоконтроля.

Задания в пунктах разбиты на три группы:


-  — для работы в классе;
-  — для повторения. Упражнения, в которых есть номера: 1), 2), 3), 4) и т. д., — предназначены для самостоятельной работы по вариантам;
-  — для домашней работы.


В системе заданий также выделены упражнения:


-  — для групповой работы;
- 5.21** — для устного выполнения.


В проверочных работах задания повышенного уровня сложности выделены *****.

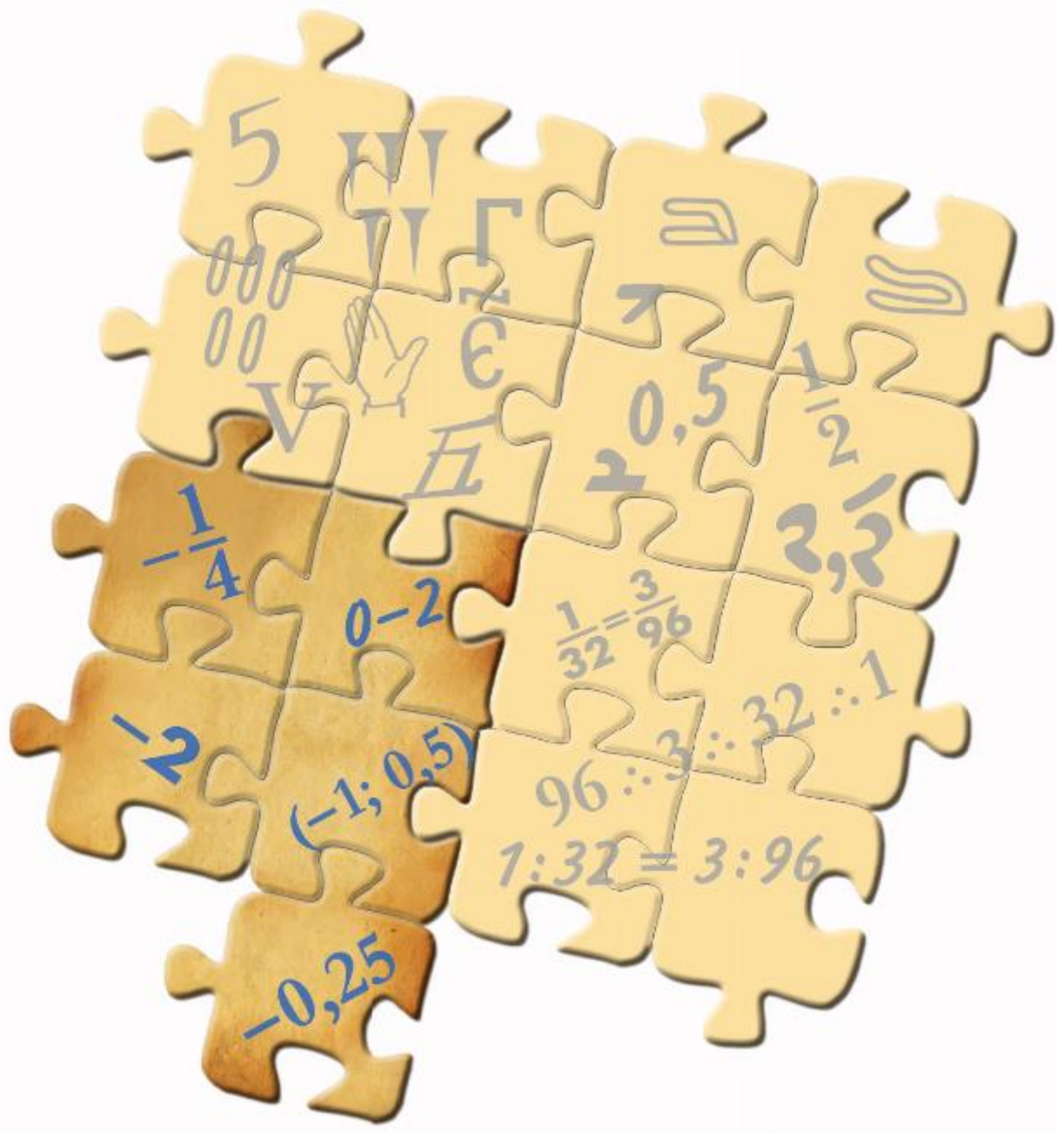
В тексте учебника встречаются специальные рубрики:

 В рубрике, отмеченной славянским обозначением числа 1000, вы найдёте информацию, связанную с историей возникновения и развития математики.

 В рубрике, отмеченной славянской буквой «слово», даны примеры правильной математической речи. Если вы изъясняетесь чётко, то быстрее сможете донести свои мысли и получить нужные ответы на вопросы. Правильная речь поможет вам успешно учиться, быть уверенными в себе.

 В рубрике, отмеченной славянской буквой «веди», даны задачи, которые расширят ваши знания по математике, помогут подготовиться к олимпиадам, научат строить логическую цепочку рассуждений, используя наблюдения.

 В рубрике, отмеченной славянской буквой «цы», даны задания для развития памяти, внимания, воображения, мышления и др. Развитие этих качеств поможет вам в учёбе.



5

π

Γ

\approx

∞
 ∞



ϵ

\Rightarrow

\cup

∞

μ

0.5

1/2

1/4

0-2

1/32 = 3/96

2, 2

-2

(-1; 0.5)

96 :: 3

32 :: 1

1:32 = 3:96

-0.25

Глава II

Рациональные числа



§ 4. Действия с рациональными числами

§ 5. Решение уравнений

§ 6. Координаты на плоскости

Вопросы и задачи на повторение



§ 4. Действия с рациональными числами

24. Положительные и отрицательные числа

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- положительные числа
- отрицательные числа
- неположительные и неотрицательные числа
- начало координат
- координатная прямая
- координата точки на прямой

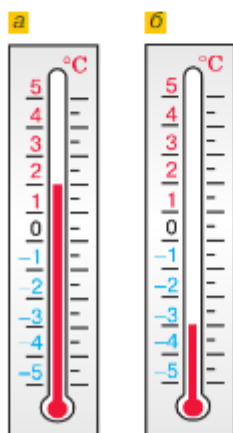


Рис. 4.1

С помощью натуральных и дробных чисел можно обозначать результаты счёта и измерений.

Например, в шестом классе 34 ученика, длина отрезка $4\frac{3}{4}$ дм, масса пакета 3,5 кг.

При измерении температуры воздуха этих чисел уже недостаточно. Если столбик термометра поднялся выше отметки 0 (рис. 4.1, а), то говорят «2° тепла» или «плюс 2°». Пишут: +2 или просто 2.

Если же столбик термометра находится ниже отметки 0 (рис. 4.1, б), то говорят «3° мороза (холода)» или «минус 3°». Пишут: -3.

Числа со знаком «+» называют **положительными** и пишут: +3, +5. Числа со знаком «-» называют **отрицательными** и пишут: -3, -5.

Отрицательные числа, как и положительные, также отмечают на координатной прямой, но слева от точки O , на луче OM (рис. 4.2).



Рис. 4.2

Луч ON задаёт положительное направление на прямой MN , а луч OM — отрицательное. Положительное направление отмечают стрелкой (рис. 4.2).

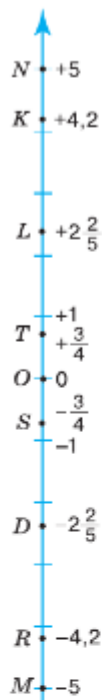


Рис. 4.4



Числа $+5$; $-4,2$; $-8\frac{1}{4}$ читают так:

- плюс пять;
- минус четыре целых две десятых;
- минус восемь целых одна четвёртая.

Начало отсчёта (начало координат) — точка O отделяет положительные числа от отрицательных. Число 0 не является ни положительным, ни отрицательным (рис. 4.3).

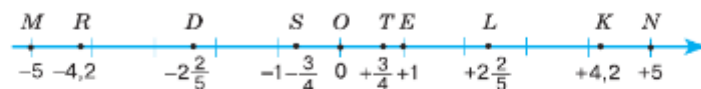


Рис. 4.3

Все положительные числа и ноль называют **неотрицательными** числами, а все отрицательные числа и ноль называют **неположительными**.

Координатная прямая может находиться в вертикальном положении. При вертикальном расположении прямой положительными считают координаты точек, находящихся выше точки O , а отрицательными — координаты точек, находящихся ниже точки O (рис. 4.4).

Прямую, на которой выбраны начало отсчёта, единичный отрезок и направление, называют **координатной прямой**. Число, которое показывает положение точки на прямой, называют **координатой** этой точки.

Точка D имеет координату $-2\frac{2}{5}$, точка R — координату $-4,2$, а точка K — координату $4,2$ (см. рис. 4.3 и 4.4).

Пишут: $D(-2\frac{2}{5})$, $R(-4,2)$, $K(4,2)$.

Примерами координатной прямой являются лента времени (линия летоисчисления), шкала высоты гор и шкала глубины морей.



Какую прямую называют координатной?

Какие два направления есть на координатной прямой?

С помощью какого символа обозначают отрицательное число?

Что такое координата точки на прямой?

Какие числа расположены на горизонтальной прямой от начала координат: а) справа; б) слева?

Как называют точку, изображающую число ноль?

Какие числа располагаются на вертикальной координатной прямой:

а) выше начала координат; б) ниже начала координат?

Какие числа называют: а) неотрицательными; б) неположительными?

К

- 4.1 Рефрижератор перевозит грузы по маршруту Челябинск — Новосибирск (рис. 4.5) со средней скоростью 70 км/ч.
- В какой город приедет рефрижератор через 4 ч после выезда из Кургана?
 - Где будет находиться рефрижератор через 13 ч после выезда из Петропавловска в Новосибирск?
 - Где будет находиться рефрижератор через 12 ч, если он выехал из Омска в Челябинск?

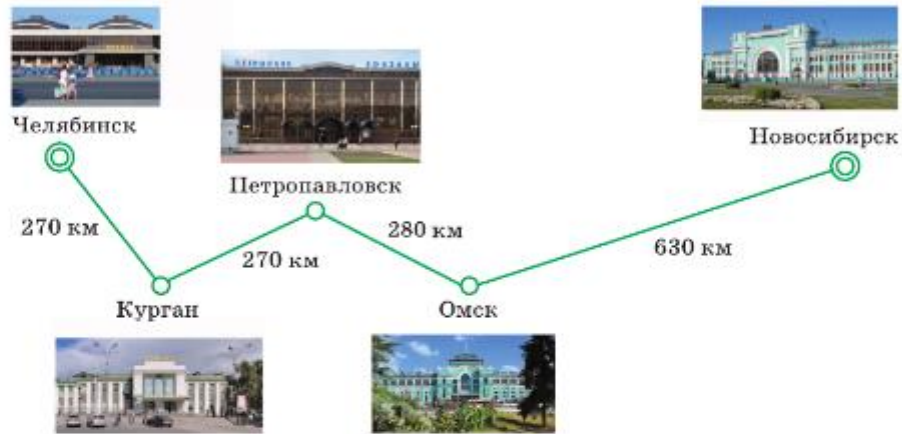


Рис. 4.5

- 4.2 Из пункта A (рис. 4.6) выехал мотоциклист и движется по прямолинейному шоссе. В каком пункте будет находиться мотоциклист:
- через 4 ч, если его скорость 30 км/ч;
 - через 5 ч, если его скорость 20 км/ч?
- Каких данных не хватает в условии задачи, чтобы был только один ответ на каждый вопрос?

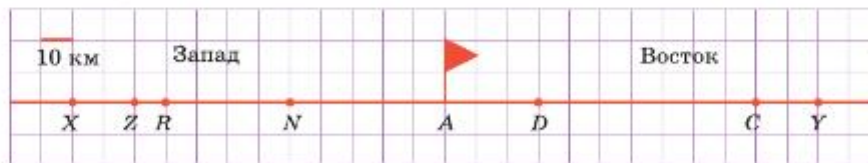


Рис. 4.6

- 4.3 Опишите положение пунктов X, Z, R, N, D, C и Y (см. рис. 4.6) по отношению к пункту A .
- 4.4 На горизонтальной прямой отметьте точку O и точки K, M, L, D, P и N , если известно, что:
- точка K расположена правее точки O на 8 клеток;
 - точка M расположена левее точки O на 7 клеток;
 - точка L расположена правее точки O на 8,5 клетки;
 - точка N расположена левее точки O на 4,5 клетки;

д) точка D расположена правее точки O на $3\frac{1}{2}$ клетки;

е) точка P расположена левее точки O на $1\frac{1}{2}$ клетки.

4.5 На каких рисунках (рис. 4.7) изображена координатная прямая?



Рис. 4.7

4.6 Какую температуру показывает каждый из термометров, изображённых на рисунке 4.8?

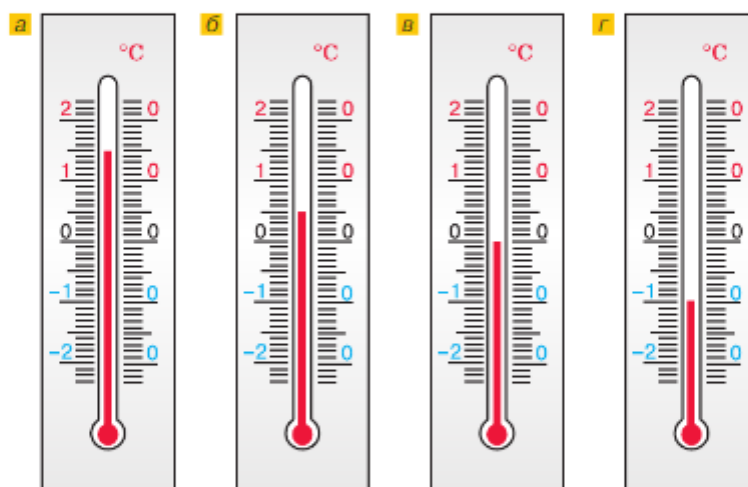


Рис. 4.8

4.7 Какую температуру покажет каждый из термометров на рисунке 4.8, если:

- его столбик опустится на 4 деления;
- его столбик поднимется на 6 делений;
- температура повысится на 7°C ;
- температура понизится на 10°C ?

4.8 а) Запишите с помощью знаков «плюс» и «минус» сообщения о погоде: 35°C градусов тепла; 10°C градусов мороза.

б) Запишите координаты точек O, A, B, F, R, L, N (рис. 4.9).



Рис. 4.9

а



4.9 Проведите вертикальную прямую и отметьте на ней точку O . Отметьте на этой прямой точки P , Q , M , N , если известно, что:

- точка P выше точки O на 4 клетки;
- точка Q ниже точки O на 3 клетки;
- точка M выше точки O на 2,5 клетки;
- точка N ниже точки O на 7,5 клеток.

4.10 а) По ленте времени (рис. 4.10, а) определите века, в которых жили великие учёные-математики: Архимед, Франсуа Виет, Евклид, Карл Гаусс, Герон, Диофант Александрийский, Рене Декарт, Готфрид Лейбниц, Николай Иванович Лобачевский, Пифагор, Леонард Эйлер.

б) По рисунку 4.10, б назовите 6 самых высоких гор и 5 самых глубоких озёр. Укажите в метрах их приблизительные высоты и глубины.

4.11 Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки, имеющие координату x , если:

- $x = 3; 8; -2; -6$;
- $x = -4,5; -2,4; 1,6; 5,8$;
- $x = -\frac{1}{3}; -2\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; 3\frac{2}{5}$.

4.12 Выбрав в качестве единичного отрезка 6 клеток, изобразите на координатной прямой точки с координатами:

- $A(-1), B(-4), C(2)$;
- $M(-0,5), N(1,2), K(-1,8), L(0,6)$;
- $P\left(\frac{5}{6}\right), F\left(-1\frac{1}{3}\right), T\left(2\frac{1}{2}\right), Q\left(-\frac{2}{3}\right)$.



Во всех случаях названия знаков числа не склоняют по падежам. Например:

- $z = +3,7$ — «зет» равен плюс трём целым семи десятым;
- $y = -14$ — «игрек» равен минус четырнадцати;
- -3 правее -25 — минус три правее минус двадцати пяти.

б

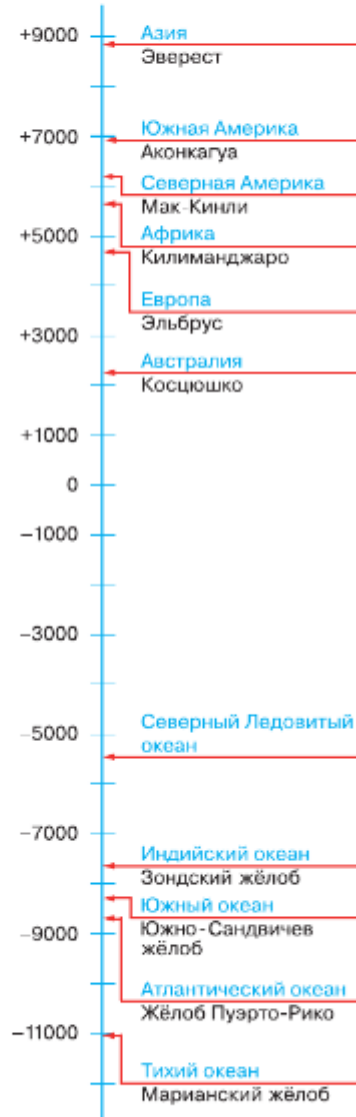


Рис. 4.10

- 4.13** Красный шарик находится в точке с координатой -3 , а синий — в точке с координатой $+3$ (рис. 4.11). Обозначьте начало отсчёта, единичный отрезок и запишите координаты точек M , N , A , B и K .

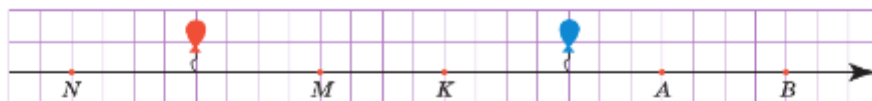


Рис. 4.11

- 4.14** Найдите расстояние между точками A и B координатной прямой в единичных отрезках, если:

- а) $A(-1)$ и $B(-3)$; г) $A(-5,5)$ и $B(5,5)$;
 б) $A(-4)$ и $B(-6)$; д) $A(3\frac{1}{7})$ и $B(-2\frac{2}{7})$;
 в) $A(-3,7)$ и $B(2)$; е) $A(-15\frac{2}{3})$ и $B(-4\frac{5}{6})$.



- 4.15** Запишите два числа, расположенные на координатной прямой:

- а) правее числа 7 ; г) правее числа $-2,3$;
 б) левее числа -16 ; д) между числами -1 и 1 ;
 в) левее числа $14,9$; е) между числами $-0,1$ и $0,1$.

- 4.16** Изобразите вертикальную координатную прямую, обозначьте её t , $^{\circ}\text{C}$ и отметьте на ней числа, соответствующие температуре: -12°C ; -11°C ; -7°C ; $+3^{\circ}\text{C}$; $-8,5^{\circ}\text{C}$; $+7,3^{\circ}\text{C}$.

- 4.17** На главном здании Московского государственного университета установлен термометр в форме круга со стрелкой (рис. 4.12, а).

- а) Какую температуру показывает термометр на рисунке 4.12, б?
 б) Какую температуру показывает термометр на рисунке 4.12, в?

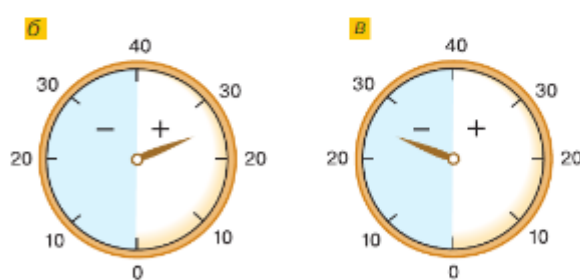


Рис. 4.12

- 4.18** Из чисел $-3,1$; $\frac{7}{8}$; $-\frac{23}{5}$; 0 ; 9 ; $-10\frac{3}{11}$; $8,4$; -50 ; 4 выпишите:

- а) отрицательные; в) неположительные;
 б) положительные; г) неотрицательные.

Расположите эти числа в порядке возрастания.





4.19 Вычислите.

а) $5 \cdot 2,4$	б) $20 : 8$	в) $7 - 2,3$	г) $10 + 2,1$
$- 5,2$	$- 2,1$	$+ 0,7$	$: 11$
$: 0,4$	$- 9$	$: 9$	$+ 0,4$
$- 0,2$	$+ 1,8$	$: 0,2$	$: 0,5$
$+ 6,6$	$: 18$	$: 0,01$	$: 0,02$
?	?	?	?

4.20 Запишите множество натуральных чисел, расположенных на координатной прямой между числами:

а) 0 и 11; б) 3,6 и 18; в) $3\frac{5}{7}$ и $8\frac{1}{4}$; г) 235 и 236; д) $9\frac{3}{14}$ и $\frac{141}{14}$.

4.21 Какое число расположено ближе к единице на координатной прямой — неправильная дробь или дробь, ей обратная?



Ц4.22 **Развивай воображение.** Грани куба раскрашены в три цвета: передняя и задняя грани — в жёлтый цвет, нижняя и верхняя — в зелёный, боковые грани — в синий. Этот куб сначала повернули вокруг правого ребра нижней грани на 90° по часовой стрелке, а затем вокруг нового правого ребра передней грани на 90° против часовой стрелки. Какого цвета стали боковые грани?



4.23 а) Радиус планеты Марс равен 3,38 тыс. км и составляет 0,53 радиуса планеты Земля. Найдите радиус планеты Земля. Ответ округлите до целых.

б) Скорость света приблизительно равна 300 000 км/с. От Солнца до Земли свет идёт $8\frac{1}{3}$ мин. Найдите расстояние от Земли до

Солнца и округлите его до тысяч километров.

в) Вычислите расстояние, которое Земля проходит за год.

г) С какой скоростью (в км/с) движется Земля по своей орбите? Ответ округлите до целых.



Солнечная система.
Планеты: Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун

4.24 Найдите значение выражения:

а) $4\frac{5}{7} \cdot (0,5 - \frac{1}{2})$; в) $4,31 \cdot (6\frac{7}{8} - 5\frac{7}{8})$;
б) $4\frac{8}{9} \cdot (0,7 + 0,3)$; г) $(9,6 - 9\frac{3}{5}) \cdot 107\frac{4}{99}$.



4.25 Вычислите:

а) $0,2 + (0,2)^2 + (0,2)^3$; б) $0,4 - (0,4)^2 - (0,4)^3$; в) $\frac{1}{2} - (\frac{1}{2})^3$; г) $(\frac{1}{5})^2 + (\frac{1}{5})^3$.



В4.26 Составьте из цифр 4, 8, 3 и 5 четыре различных числа, кратных 36, оканчивающихся цифрой 4.

4.27 1) В рюкзак положили 8 пачек печенья, 2 упаковки чая и пакет сахара массой 0,54 кг. Массы пачки печенья и упаковки чая одинаковые, а общая масса печенья, чая и сахара 3,04 кг. Чему равна масса пачки печенья?

2) На приготовление овощного рагу ушло 9 упаковок цветной капусты, 4 пакета моркови и 0,15 кг лука. Массы упаковок овощей одинаковые, а общая масса овощей 4,05 кг. Чему равна масса пакета моркови?

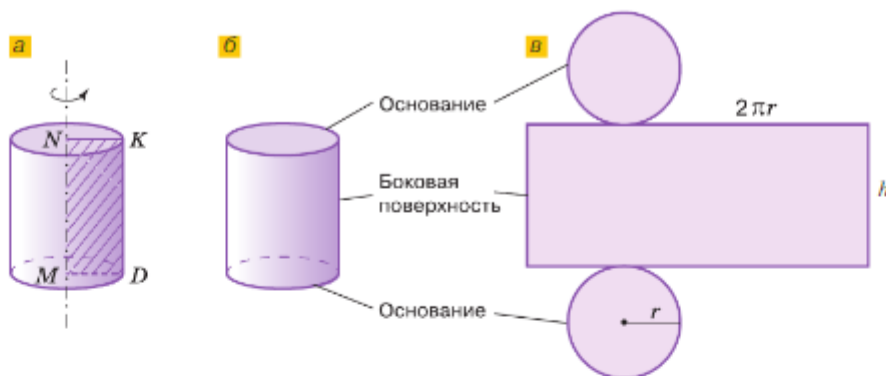


Рис. 4.13

цилиндр

При вращении прямоугольника $MNKD$ вокруг одной из его сторон (рис. 4.13, а) он образует фигуру, которую называют **цилиндром**. Сторона KD образует при вращении боковую поверхность цилиндра (рис. 4.13, б), а стороны NK и MD образуют его основания. Развёртка боковой поверхности цилиндра — прямоугольник. Развёртка всей поверхности цилиндра показана на рисунке 4.13, в.

В4.28 Вычислите, сколько краски необходимо для покраски цилиндра, если его высота 13 см, а радиус оснований 5 см и расход краски на 1 см^2 равен 2 г.

4.29 1) Для ремонта школы было израсходовано 480 кг краски. На покраску столовой ушло 35 % всей краски, что составляет $\frac{3}{4}$ краски, израсходованной для ремонта физкультурного зала. Остальной краской покрасили библиотеку. Сколько краски израсходовано на ремонт библиотеки?

2) В магазине было 280 велосипедов. Трёхколёсные велосипеды составляли $\frac{9}{40}$ всех велосипедов и 60 % числа двухколёсных велосипедов для детей. Остальные велосипеды были для взрослых. Сколько велосипедов было для взрослых?



4.30 По рисунку 4.14 определите, верно ли записаны координаты точек $A(5)$, $M(-4)$, $D(2)$, $K(4,75)$.



Рис. 4.14

4.31 Начертите координатную прямую и отметьте на ней точку O и точки A , B , C и D , если точка:

- а) B левее O на 11 клеток; в) A правее O на 12 клеток;
 б) D правее O на 3 клетки; г) C левее O на 15 клеток.

Напишите координаты точек A , B , C и D , если единичный отрезок равен длине: а) одной клетки; б) двух клеток; в) трёх клеток тетради.

- 4.32** Отметьте на координатной прямой точки $A(-3)$, $B(5)$, $C(-6,5)$, $D(5,5)$, $E(-5)$, $K(2,5)$.
- 4.33** Приняв за единичный отрезок длину 12 клеток тетради, начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $M\left(\frac{1}{4}\right)$, $K\left(-\frac{1}{2}\right)$, $A\left(-1\frac{1}{12}\right)$, $C\left(\frac{5}{12}\right)$, $F\left(1\frac{1}{3}\right)$, $X\left(-\frac{5}{6}\right)$, $D\left(\frac{4}{3}\right)$, $N\left(-\frac{1}{6}\right)$, $P(1,25)$.
- 4.34** Начертите шкалу температур от -40 до 40 °С, приняв отрезок длиной 1 см за 10 °С. Отметьте на этой шкале:
 а) нормальную температуру кошки (39 °С);
 б) температуру замерзания ртути (-39 °С);
 в) температуру замерзания 50%-го раствора уксусной кислоты (-22 °С);
 г) температуру кипения эфира (35 °С);
 д) температуру кипения хлора (-34 °С).
- 4.35** Трасса для роликовых коньков состоит из семи участков. Шесть участков имеют одинаковую длину, а центральный — на 16 м длиннее. Найдите длину каждого участка, если длина трассы 282 м.
- В4.36** Отдыхающих можно разместить в коттеджах по 12 человек и по 8 человек, при этом в коттеджах не останется свободных мест. Сколько было отдыхающих, если их больше 71, но меньше 80?
- 4.37** Артель заготовила 840 кг клюквы. В первый день она заготовила 33 % всей клюквы, что составило $\frac{6}{7}$ количества клюквы, собранной во второй день. Сколько килограммов клюквы артель собрала в третий день?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- 1** Верно ли записаны координаты точек на рисунке 4.15:

а) $M(3)$; б) $N\left(-\frac{1}{2}\right)$; в) $K(5,4)$; г) $P(-7)$?

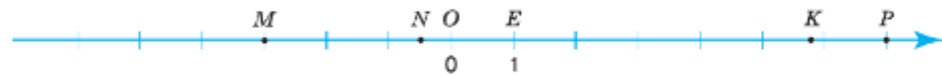


Рис. 4.15

- 2** На термометре в 12 ч дня была зафиксирована температура -12 °С. К 16 ч стало прохладнее на 4 °С. Какую температуру показывал термометр в 16 ч?
- 3** На координатной прямой отмечена точка $T(-2,5)$.
 а) Запишите координаты точек, которые находятся на расстоянии одного единичного отрезка от точки T .
 б) Выпишите точки, которые находятся справа от точки T :
 $Z(-3)$; $V(-2)$; $L(-1)$; $R(-3,5)$; $E(1)$; $X(5)$; $F\left(-1\frac{1}{2}\right)$.
 в) Найдите расстояние между точкой T и началом отсчёта в единичных отрезках.
- 4** Найдите площадь боковой поверхности и площадь основания цилиндра, радиус которого равен 4 см. Принять $\pi = 3$.

25. Противоположные числа

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- противоположные числа
- целые числа

На рисунке 4.16 точки с координатами 7 и -7 расположены на одинаковом расстоянии от точки O , но по разные стороны от неё. Чтобы попасть из точки O в эти точки, надо пройти одинаковые расстояния в противоположных направлениях. Поэтому 7 и -7 называются противоположными числами.

Противоположные числа на числовой прямой расположены симметрично относительно точки O .

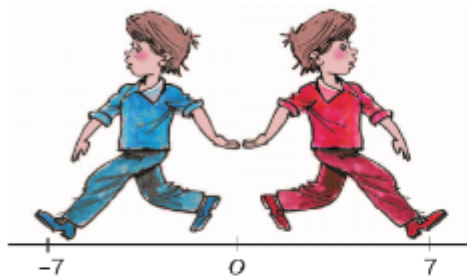


Рис. 4.16

✓ Два числа, отличающиеся только знаками, называют **противоположными числами**.

Например, числа $+15$ и -15 будут противоположными, так как различаются только знаками. Числа $7,81$ и $-7,81$; $-\frac{5}{9}$ и $\frac{5}{9}$ — тоже противоположные.

Каждое число имеет только одно противоположное ему число. Число 0 и только оно противоположно самому себе.

Число, противоположное числу n , обозначают $-n$.

Например, если $n = -3,5$, то $-n = 3,5$; если $n = 8,71$, то $-n = -8,71$; если $n = 0$, то $-n = 0$.

Запись « $-(-36)$ » означает число, противоположное числу -36 , а оно равно $+36$. Поэтому $-(-36) = 36$.

Вообще $-(-n) = n$.

✓ Натуральные числа, противоположные им отрицательные числа и нуль называют **целыми числами**.

Ряд целых чисел можно записать так:

$$\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$



Как называют числа, отличающиеся только знаками?

Как записывают число, противоположное числу m ?

Какое число противоположно нулю?

Существует ли число, имеющее два противоположных ему числа?

Какие числа называются целыми?

Как иначе можно назвать натуральные числа?

К

4.38 Какое число противоположно числу:

$$-348; 2145; -171; 53; 5; -1; 1; -9,3; -19,6; 0,7; -\frac{4}{9}; 5\frac{11}{13}; -1\frac{1}{4}; \frac{1}{16}?$$

4.39 Какое число должно стоять вместо знака вопроса, чтобы получилось верное равенство:

$$\text{а) } -(21) = ?; \quad \text{в) } -(-13,2) = ?; \quad \text{д) } -\left(-\frac{9}{19}\right) = ?;$$

$$\text{б) } 4,7 = -?; \quad \text{г) } 49 = -?; \quad \text{е) } 16\frac{7}{13} = ??$$

Выражение $-(-n)$ можно читать по-разному:

- минус минус «эн»;
 - число, противоположное числу минус «эн».
- Предложение «Если $n = -8$, то $-n = -(-8)$ » можно прочитать так:
- если «эн» равно минус восьми, то минус «эн» равно минус минус восьми;
 - если «эн» равно минус восьми, то минус «эн» равно числу, противоположному минус восьми.

4.40 Чему равно значение выражения:

$$\text{а) } -n, \text{ если } n = 2; n = -16; n = 0;$$

$$\text{б) } a, \text{ если } -a = 38; -a = -17; -a = 1,7; -a = -14,5; -a = 230; -a = -140;$$

$$-a = \frac{9}{11}; -a = -\frac{14}{17}; -a = 5\frac{3}{4};$$

$$\text{в) } -(-m), \text{ если } m = 41; m = -3,6; m = 0; m = -2\frac{9}{35}; m = \frac{8}{9}?$$

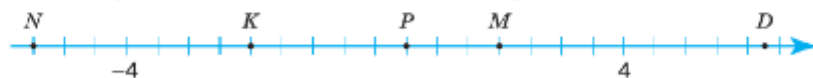
4.41 Запишите координаты точек M, N, P, D и K (рис. 4.17).

Рис. 4.17

4.42 Назовите такое число x , чтобы число $(-x)$ было:

- а) положительное; б) нуль; в) отрицательное.

4.43 Заполните таблицу. Отметьте эти числа на координатной прямой.

x	3		9		-5		$2\frac{3}{4}$		0	$\frac{1}{4}$		-10
$-x$		4		7,5		$1\frac{1}{2}$		-6			-1	$-\frac{3}{4}$

4.44 Найдите корень уравнения:

$$\text{а) } -y = 543; \quad \text{б) } -z = -4\frac{17}{19}; \quad \text{в) } -n = -41,7.$$

4.45 Запишите множество целых чисел, расположенных на координатной прямой между числами:

- а) -9 и -6 ; в) -3 и 3 ; д) $\frac{7}{8}$ и 4 ; ж) $-9\frac{1}{2}$ и $-6\frac{7}{8}$;
 б) -4 и 0 ; г) $-5,7$ и $6,1$; е) $4\frac{3}{5}$ и $6\frac{3}{5}$; з) -15 и $-7\frac{15}{17}$.



4.46 Вычислите.

- а) $1 - \frac{4}{7}$
 $\cdot 2$
 $: \frac{3}{7}$
 $- \frac{1}{3}$
 $\hline ?$
- б) $2 - \frac{5}{9}$
 $: 13$
 $\cdot 9$
 $+ \frac{9}{13}$
 $\hline ?$
- в) $\frac{16}{17} : 8$
 $\cdot 17$
 $- \frac{7}{8}$
 $: 2$
 $\hline ?$
- г) $4,5 + 3,5$
 $: 5$
 $+ 1,4$
 $\cdot 2,2$
 $- 0,01$
 $\hline ?$

4.47 Назовите соседние целые числа на координатной прямой, между которыми расположено число:

- а) $3,7$; б) -11 ; в) 0 ; г) $-9\frac{1}{5}$; д) $-0,4$.

4.48 Какие числа на координатной прямой находятся на расстоянии:

- а) 7 единиц от числа -3 ; в) 10 единиц от числа -17 ;
 б) 20 единиц от числа 0 ; г) 100 единиц от числа 231 ?

4.49 Отметьте на координатной прямой точки $A(-\frac{5}{6})$, $B(\frac{1}{2})$, $C(-1\frac{5}{6})$, $D(-2\frac{1}{3})$, $E(3,5)$,

$F(-1,25)$, приняв за единичный отрезок длину 6 клеток тетради.



4.50 Отметьте на ленте времени следующие события из истории математики:

- а) теория чисел зародилась в Древней Греции в VI в. до н. э.;
 б) книга «Начала» была написана Евклидом в III в. до н. э.;
 в) многие открытия в теории чисел были сделаны в XVIII в.;
 г) десятичные дроби получили наибольшее распространение с XVII в.;
 д) отрицательные числа получили всеобщее признание в начале XIX в.
 Сколько веков назад произошло каждое из этих событий?

4.51 Найдите пары взаимно обратных чисел среди чисел $\frac{4}{9}$; $2,7$; 2 ; $2\frac{1}{4}$; $0,5$; $\frac{10}{27}$.



4.52 Маша собрала $3,6$ кг чёрной смородины. Сколько чёрной смородины собрала Даша, если известно, что она собрала:

- а) на $1,8$ кг меньше Маши; е) $\frac{4}{3}$ того, что собрала Маша;
 б) на $0,4$ кг больше Маши; ж) $0,5$ того, что собрала Маша;
 в) в 2 раза больше Маши; з) 30% того, что собрала Маша;
 г) в $1,2$ раза меньше Маши; и) 110% того, что собрала Маша;
 д) $\frac{4}{9}$ того, что собрала Маша; к) на 30% больше Маши?





- 4.53 1) Строительная компания закупила для строительства спортивного комплекса 540 тыс. штук кирпича. В первую неделю на строительную площадку было доставлено $\frac{7}{18}$ закупленного кирпича, во вторую неделю — на 15 % больше, чем в первую. Какое количество кирпича осталось доставить на строительную площадку?
- 2) Фасовочные аппараты за три дня расфасовали 476 т крупы. В первый день было расфасовано $\frac{11}{34}$ этого количества, во второй день — на 5 % меньше, чем в первый, а в третий день расфасована оставшаяся крупа. Сколько тонн крупы расфасовали в третий день?



В4.54 Ноты имеют разную длительность звучания. Целую ноту обозначают знаком \circ , ноту половинную (вдвое короче) — знаком ♩ , четвертную — ♪ , восьмую — ♫ , шестнадцатую — ♬ .

1. Все ли равенства длительностей нот справедливы?

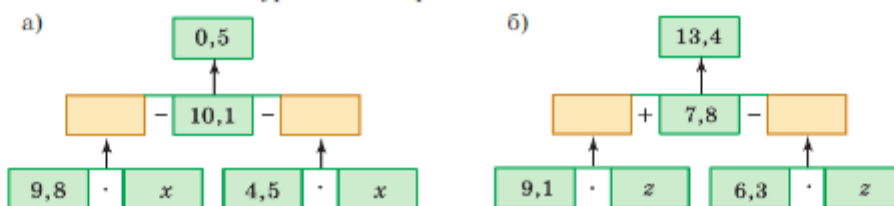
а) $\circ = \text{♩} \text{♩} \text{♩}$ б) $\text{♩} = \text{♪} \text{♪}$ в) $\text{♪} = \text{♫} \text{♫}$ г) $\text{♫} = \text{♬} \text{♬} \text{♬} \text{♬}$

2. Вместо звёздочки поставьте в равенстве недостающие ноты.

а) $\text{♩} \text{♩} \text{♩} = \text{♩} \text{♫} \text{♫} *$ б) $\circ = \text{♩} \text{♩} \text{♩} \text{♩} \text{♩} \text{♩} *$ в) $\text{♩} = \text{♪} \text{♪} \text{♪} *$



- 4.55 Запишите числа, противоположные числам 237; -237; $-\frac{5}{6}$; $12\frac{4}{9}$; 1,47; -14,286; 0.
- 4.56 Выпишите натуральные числа, большие 1, но меньшие 6, и числа, им противоположные.
- 4.57 Найдите значение:
 а) a , если $-a = \frac{4}{7}$; в) c , если $-c = -3,4$;
 б) $-b$, если $b = 9\frac{7}{9}$; г) $-d$, если $d = -6\frac{5}{11}$.
- 4.58 В первый день магазин продал в 3 раза больше апельсинов, чем во второй, а в третий — в 2 раза больше, чем во второй. Сколько килограммов апельсинов продал магазин за три дня, если в первый день было продано на 84 кг больше, чем во второй?
- 4.59 В теплице собирали с ара 30,4 ц огурцов. Замена семян на другой сорт дала прибавку урожая на 15 %. Сколько огурцов теперь собирают с 5 а теплицы?
- 4.60 По схеме составьте уравнение и решите его:



4.61 Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{2,8 \cdot 4 \frac{3}{4} - 2,3 : 2 \frac{12}{17}}{11,07 : 4,1 + 0,7 \cdot 24}; \quad \text{б) } \frac{(13,23 + 6,77) \cdot 0,02}{18 : 11,25} + 3,6.$$

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Из чисел -9 ; -6 ; $2,5$; -7 ; 4 ; $1,2$; 6 ; $2,4$; -3 ; 9 выпишите противоположные.
- Найдите значение выражения $-x$, если $x = 3,4 \cdot 2 + 8,2 : 4$.
- Выберите верное утверждение:
 - числа -7 и 5 — противоположные;
 - числа $1\frac{1}{3}$ и $-1\frac{1}{3}$ — противоположные;
 - числа $-2,8$ и $2\frac{3}{5}$ — противоположные.
- Какое из равенств неверно:
 - $-(-0) = 0$; б) $-(-5) = 5$; в) $-(+5) = -5$; г) $+(-5) = 5$?
- * Запишите числа $\frac{9}{10}$; $-\frac{10}{11}$; $\frac{11}{12}$; $-\frac{12}{13}$ в порядке убывания.

26. Модуль числа

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- модуль числа

О точке известно, что она удалена от начала отсчёта на 7 единичных отрезков. Этому условию соответствуют две точки M и N . Расстояния от начала отсчёта до этих точек равны 7 единичным отрезкам (рис. 4.18). Число 7 называют модулем числа 7 и числа -7 .

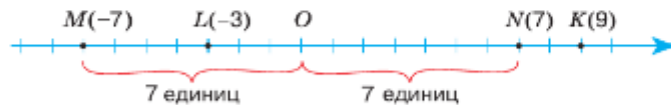


Рис. 4.18

✓ **Модулем числа n** называют расстояние (в единичных отрезках) от начала отсчёта до точки $N(n)$. Пишут: $|n|$.

Модуль числа 9 равен 9, так как точка $K(9)$ удалена от начала отсчёта на 9 единичных отрезков (см. рис. 4.18). Модуль числа -3 равен 3, так как точка $L(-3)$ удалена от начала отсчёта на 3 единичных отрезка. Пишут: $|9| = 9$; $|-3| = 3$.

Модуль числа 0 равен 0, так как точка с координатой 0 совпадает с началом отсчёта O . Пишут: $|0| = 0$.

Так как модуль — это расстояние, то можно сделать следующий вывод.

Модуль отличного от нуля числа всегда положительное число.

Модули противоположных чисел равны: $|-a| = |a|$.

Например,

$$\begin{aligned} |13| &= 13; & \left|\frac{7}{8}\right| &= \frac{7}{8}; & |7,8| &= 7,8; & |0| &= 0. \\ |-13| &= 13; & \left|-\frac{7}{8}\right| &= \frac{7}{8}; & |-7,8| &= 7,8; \end{aligned}$$

Можно определение модуля записать и так:

$$\begin{aligned} |n| &= n, \text{ если } n > 0, \\ |n| &= 0, \text{ если } n = 0, \\ |n| &= -n, \text{ если } n < 0. \end{aligned}$$



Что такое модуль числа? Как его обозначают?

Что является модулем положительного числа или числа 0?

Что является модулем отрицательного числа?

Может ли модуль какого-нибудь числа быть отрицательным числом?

Какие числа имеют равные модули?

К

4.62 Чему равно расстояние (в единичных отрезках) от начала отсчёта до точки:

$$M(5,4), N(-3,9), P(-300), L(241,9), E(0), Q\left(-\frac{1}{3}\right), Z\left(7\frac{9}{11}\right)?$$

4.63 Запишите в виде равенства модуль числа: 42; 5,6; -3,1; $\frac{11}{15}$;
 $-\frac{4}{9}$; $-7\frac{111}{400}$; -37; 0.

Образец:

		$-3,1$	$=$	$3,1$	

4.64 Чему равно значение $|n|$, если:

$$\begin{aligned} \text{а) } n &= -21,5; & \text{в) } n &= -33; & \text{д) } n &= 4\frac{7}{9}; \\ \text{б) } n &= 21,5; & \text{г) } n &= -\frac{1}{3}; & \text{е) } n &= -5\frac{19}{20}. \end{aligned}$$

4.65 Вычислите:

$$\begin{aligned} \text{а) } |-7| - |-6|; & \text{в) } |-4,2| + |5,9|; & \text{д) } \left|-\frac{8}{9}\right| - \left|-\frac{3}{4}\right|; \\ \text{б) } |-710| + |-290|; & \text{г) } |-3,6| - |-2,7|; & \text{е) } \left|4\frac{1}{9}\right| - \left|-2\frac{7}{18}\right|. \end{aligned}$$

4.66 Вычислите значение выражения:

$$\begin{aligned} \text{а) } |-10| \cdot |-35|; & \text{в) } |65,72| : |-5,3|; & \text{д) } \left|-2\frac{1}{5}\right| \cdot \left|\frac{15}{22}\right|; \\ \text{б) } |360| : |-90|; & \text{г) } |0,01| \cdot |-100|; & \text{е) } \left|-7\frac{1}{7}\right| : \left|\frac{5}{14}\right|. \end{aligned}$$



Выражение $\left|-7\frac{1}{4}\right| = 7\frac{1}{4}$, содержащее модуль, читают так:

- модуль минус семи целых одной четвёртой равен семи целым одной четвёртой.

4.67 Точка K лежит правее начала отсчёта на 9,7 единицы, а точка B — левее на 1,6 единицы. Найдите координату каждой точки и модуль каждой координаты.

4.68 Назовите:

а) положительные числа, модули которых равны 19, 1, $\frac{21}{55}$ и 4,9;

б) отрицательные числа, модули которых равны 43, $\frac{9}{13}$, 5,6 и 1.

4.69 Найдите все числа, модуль которых равен:

а) 38; б) 0; в) $5\frac{1}{3}$; г) $\frac{17}{19}$; д) 9,3.

4.70 Отметьте на координатной прямой числа, модули которых равны 4, $5\frac{2}{3}$, $3\frac{1}{4}$, 2,5.

4.71 Запишите множество точек с координатой x , если:

а) $|x| = 3$; б) $|x| = 7,2$; в) $|x| = 1\frac{2}{5}$; г) $|x| = 0$.

4.72 Решите уравнение:

а) $|x| = 8,1$; б) $|x| = 7$; в) $|x| = 0$; г) $|x| = \frac{5}{12}$; д) $|x| = -1$.

4.73 Чему равен $|-n|$, если $|n| = 9$?

4.74 Расположите числа в порядке возрастания их модулей: $-4,81$; $-9,53$; $-4,21$; 0 ; $-900,2$; $0,423$; $5\frac{7}{10}$.

4.75 1) Из чисел выберите то, модуль которого меньше:

а) -239 и -329 ; в) 0 и $-4,6$; д) $-1,2$, $1\frac{1}{5}$, $\frac{7}{6}$ и 1 ;

б) $-3,1$ и $1,7$; г) $\frac{2}{3}$ и $-\frac{3}{4}$; е) $-2\frac{1}{7}$, $2\frac{1}{10}$, $-2\frac{1}{11}$ и $2\frac{1}{8}$.

2) Найдите значение выражения:

а) $|2x - 6| - 2x$ при $x = 2$; в) $|6 + 4x| - 5x$ при $x = -3$;

б) $|3x - 8| - 3x$ при $x = 2$; г) $|7 + 5x| - 4x$ при $x = -2$.



4.76 Вычислите.

$\begin{array}{r} \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{4} \\ + \frac{1}{2} \\ - \frac{5}{8} \\ : 3 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \cdot \frac{1}{7} \\ - \frac{1}{3} \\ : 5 \\ + \frac{2}{3} \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} \frac{6}{11} : \frac{2}{11} \\ \cdot \frac{1}{6} \\ + \frac{1}{2} \\ : 2 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 : 12 \\ \cdot 1,6 \\ - 0,35 \\ + 0,15 \\ \hline : 4 \\ ? \end{array}$
---	--	---	---

4.77 Для множества $A = \left\{ -(-19); -21; \frac{1}{5}; -19; 21; -\frac{1}{19}; -\frac{1}{5}; \frac{1}{19} \right\}$ составьте:

а) подмножество B , состоящее из противоположных чисел;

б) подмножество C , состоящее из взаимно обратных чисел.

4.78 Отметьте на координатной прямой целые значения n , при которых верно неравенство:

а) $|n| < 5,6$; б) $|n| \leq 3,2$; в) $2 < |n| < 7,1$; г) $2 \leq n < 7,1$.



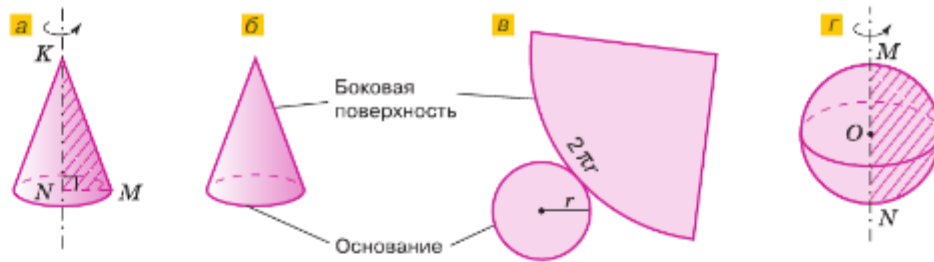


Рис. 4.19

**конус,
шар**

При вращении прямоугольного треугольника MNK вокруг стороны NK (рис. 4.19, а) он образует фигуру, которую называют **конусом**. Сторона MK образует при вращении боковую поверхность, а сторона NM — основание конуса (рис. 4.19, б). На рисунке 4.19, в — развёртка конуса. Развёртка боковой поверхности — сектор, у которого дуга равна длине окружности основания.

При вращении полукруга вокруг диаметра MN (рис. 4.19, г) он образует фигуру, которую называют **шаром**. Полуокружность образует при вращении **сферу**.

- 4.79** Сколько краски потребуется для покраски конуса, если радиус его основания 2 см, развёртка боковой поверхности — сектор с прямым углом, а радиус сектора равен 15 см? Расход краски на 1 см^2 равен 2 г.

4.80 Чему равно a , если $-a$ равно: $-7,9$; $5,4$; $-\frac{1}{4}$; 0 ; $-9\frac{7}{8}$?

4.81 Найдите корень уравнения: а) $-a = -9,123$; б) $-z = 4\frac{3}{7}$.

- 4.82** Коля собрал 2,4 кг крыжовника. Сколько килограммов крыжовника собрал Петя, если известно, что Коля собрал:

- | | |
|---|---|
| а) на 0,4 кг меньше Пети; | е) $\frac{5}{6}$ того, что собрал Петя; |
| б) на 0,2 кг больше Пети; | ж) 0,3 того, что собрал Петя; |
| в) в 3 раза больше Пети; | з) 15 % того, что собрал Петя; |
| г) в 1,5 раза меньше Пети; | и) 120 % того, что собрал Петя; |
| д) $\frac{3}{4}$ того, что собрал Петя; | к) на 15 % больше Пети? |

- 4.83** Вычислите значение выражения:

1) $\frac{a}{3c} + \frac{a}{2c}$, если $a = 0,14 \cdot \frac{2}{7} + 0,45 : \frac{9}{16}$ и $c = 4,3 \cdot 1,4 - 3,52$;

2) $\frac{y}{4x} + \frac{y}{3x}$, если $y = 2,2 \cdot \frac{8}{11} + 0,6 : \frac{3}{16}$ и $x = 14,14 - 1,9 \cdot 5,6$.

Д

- 4.84** Отметьте на координатной прямой числа, у которых модули равны 7, 5, 0, $4\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{2}$, 7, 4,9.

- 4.85** Сравните модули чисел:

а) $-39,8$ и $9,98$; в) $93,1$ и $-41,5$; д) $-4\frac{3}{7}$ и $5\frac{3}{11}$; ж) $-\frac{3}{7}$ и $\frac{1}{5}$;

б) $-49,8$ и $31,9$; г) $-21,4$ и $-21,3$; е) $3\frac{4}{7}$ и $-6\frac{1}{7}$; з) $\frac{7}{9}$ и $-\frac{3}{4}$.

- 4.86 Грузоподъёмность первого самосвала составляет $\frac{4}{7}$ грузоподъёмности второго самосвала. Чему равна грузоподъёмность второго самосвала, если грузоподъёмность первого равна 12 т?
- 4.87 Семья израсходовала за месяц 6 м³ горячей воды, что составило 80 % потребления холодной воды.
а) Какой воды больше израсходовала данная семья: горячей или холодной?
б) Сколько кубометров холодной воды было израсходовано?
- 4.88 Длина первого участка пути составляет $\frac{7}{9}$ длины второго участка. Чему равна длина всего пути, если второй участок длиннее первого на 36 км?
- 4.89 По акции цена на товар была снижена на 15 %. Какова новая цена на товар, если она меньше первоначальной на 180 р.?
- 4.90 Выполните действия $\frac{54 \cdot 3,5 + 5,4 \cdot 65}{2,7} + \frac{118,8}{1,1}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Модуль отрицательного числа равен:
 - самому числу;
 - нулю;
 - противоположному числу;
 - единице.
- Какое из чисел расположено на координатной прямой ближе к нулю:
 - 3,6 или -3,06;
 - 7,8 или 3,6;
 - 5,4 или $-5\frac{2}{5}$;
 - $-\frac{1}{2}$ или 0,4?
- Вычислите, ответ запишите в виде десятичной дроби:
 - $|1,5| + \left| -2\frac{3}{4} \right|$;
 - $|-0,5| - \left| \frac{2}{5} \right|$.
- Запишите все целые числа, модуль которых меньше 7, но больше 3.

27. Сравнение положительных и отрицательных чисел

Десятого июля термометр показывал 24 °С, а десятого мая показывал 13 °С. Десятого июля было теплее, чем десятого мая. Число 24 больше числа 13. Можно записать: $24 > 13$.

Пятого ноября термометр показывал -3 °С, а пятого января показывал -15 °С. Пятого ноября было теплее, чем пятого января. Поэтому считают, что -3 больше -15.

Пишут: $-3 > -15$.

Тридцать первого декабря термометр показывал -21 °С, а тридцать первого июля показывал +27 °С. В декабре было холоднее, чем в июле. Число +27 больше числа -21.

Пишут: $+27 > -21$.

сравнение отрицательных и положительных чисел

Любое положительное число больше любого отрицательного числа.

Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.

Любое отрицательное число меньше 0, а любое положительное больше 0.

Например,
 $1 > -8,3$, так как число 1 положительное, а число $-8,3$ отрицательное;
 $-7 > -27$, так как числа -7 и -27 отрицательные и модуль числа -7 меньше модуля числа -27 , т. е. $|-7| < |-27|$.

На координатной прямой точка с меньшей координатой лежит левее (ниже) точки с большей координатой.

На рисунке 4.20 видим, что точка $N(-13)$ лежит левее точки $M(-7)$, а точка $M(-7)$ лежит левее точки $P(8)$.



- Какое число больше: положительное или отрицательное?
 Какое из двух отрицательных чисел считают большим? А какое меньшим?
 Какие числа больше 0? Какие числа меньше 0?
 Как сравнить два числа с помощью координатной прямой?
 Как сравнить два отрицательных числа?

К

4.91 Отметьте на координатной прямой числа $-8, 1, -5, -6, 9, 0, -3, -12, 5, 6$ и сравните:

- а) 0 и 6; г) -5 и 0; ж) 1 и -12 ; к) -6 и -5 ;
 б) 0 и -3 ; д) -3 и 5; з) 5 и -5 ; л) -6 и -12 ;
 в) 9 и 0; е) -6 и 1; и) 1 и 9; м) -3 и -6 .

4.92 В таблице указаны результаты измерения среднесуточной температуры в Краснодаре и Иванове. Сравните значения температуры в Краснодаре и Иванове в один и тот же день. Какой вывод можно сделать?

Число января	1	7	13	19	25	31
Температура в Краснодаре, °C	0	9	-1	1	-4,5	-3
Температура в Иванове, °C	0,5	-3	-5	0	-14	-18

4.93 В таблице указана высота над уровнем Мирового океана некоторых городов. Перечислите эти города сначала в порядке убывания их высоты над уровнем Мирового океана, а затем в порядке возрастания.

Город	Высота над уровнем Мирового океана, м	Город	Высота над уровнем Мирового океана, м
Петергоф	25	Иркутск	427
Мурманск	36	Тырнауз	2790
Астрахань	-23	Владивосток	30



Неравенства, содержащие положительные и отрицательные числа, читают так:

- $-12 < -2$ — минус двенадцать меньше минус двух;
- $9 > -10$ — девять больше минус десяти.

4.94 Какое из чисел больше:

- а) -5 и 0 ; б) 7 и 0 ; в) 0 и $-3,2$; г) $\frac{1}{10}$ и 0 ?

4.95 Сравните числа, результат запишите в виде неравенства:

- а) 3 и -4 ; б) -10 и 10 ; в) $8,9$ и $-9,8$; г) -240 и $3,2$.



4.96 Какой знак, $<$ или $>$, надо поставить вместо знака вопроса, чтобы получилось верное неравенство:

- а) $-\frac{3}{5} ? \frac{1}{7}$; б) $-\frac{2}{15} ? \frac{3}{4}$; в) $3 ? -\frac{2}{3}$; г) $-2\frac{2}{5} ? 3\frac{3}{7}$?

4.97 Сравните числа, результат запишите в виде неравенства со знаком $>$:

- а) -12 и -13 ; б) -46 и -41 ; в) -1 и -10 ; г) -240 и -239 .

4.98 Сравните числа, результат запишите в виде неравенства со знаком $<$:

- а) $-4,5$ и -5 ; б) $-6,56$ и $-6,506$; в) -2 и $-1,9$; г) $-0,009$ и $-0,01$.

4.99 Сравните числа, результат запишите в виде неравенства:

- а) $-8\frac{5}{6}$ и -9 ; б) $-\frac{2}{3}$ и -1 ; в) $-\frac{7}{6}$ и -1 ; г) $-3\frac{5}{7}$ и -3 .

4.100 Какой знак, $<$ или $>$, надо поставить вместо знака вопроса, чтобы получилось верное неравенство:

- а) $-4,4 ? -4,5$; в) $-2\frac{2}{7} ? -4\frac{1}{2}$; д) $-\frac{3}{4} ? -\frac{4}{5}$; ж) $-\frac{5}{6} ? -\frac{11}{24}$;
 б) $-104,2 ? -101,5$; г) $-2\frac{2}{7} ? -\frac{5}{7}$; е) $-\frac{7}{10} ? -\frac{3}{8}$; з) $-5\frac{5}{14} ? -5\frac{8}{21}$?

4.101 В виде двойного неравенства запишите, между какими соседними целыми числами на координатной прямой лежит число:

- а) $-5,249$; б) $-11,7$; в) $-0,99$; г) $0,34$; д) $-2\frac{5}{9}$; е) $-9\frac{14}{17}$.



4.102 Сравните числа, если числа a и b — отрицательные, а числа d и c — положительные:

- а) 0 и c ; г) 0 и $-d$; ж) $-d$ и c ; к) $-|d|$ и d ;
 б) b и 0 ; д) a и d ; з) $-a$ и b ; л) a и $|a|$;
 в) $-a$ и 0 ; е) c и a ; и) $|d|$ и d ; м) c и $|-c|$.

4.103 Запишите в виде неравенства:

- а) число $39,5$ — положительное число;
 б) число $-7,9$ — отрицательное число;
 в) число m — отрицательное число;
 г) число n — положительное число;
 д) число x — неотрицательное число;
 е) число y — неположительное число.



- 4.104** Высота снежного покрова изменилась на z . Найдите значение z , если высота покрова:
 а) понизилась на 45 см; в) понизилась на 2 см;
 б) повысилась на 20 см; г) повысилась на 3 см.

- 4.105** На координатной прямой отмечены две точки: а) $A(-6)$ и $B(4)$; б) $M(-3)$ и $N(5)$. Какое расстояние между точками и какая из точек расположена дальше от начала отсчёта?

- 4.106** На улице температура n °С, а в автомобиле m °С. На сколько градусов температура на улице ниже, чем в автомобиле? Решите задачу при:
 а) $n = 12$, $m = 20$; б) $n = -11$, $m = 19$.

- 4.107** Назовите числа, модуль которых равен 3; 15,6; $4\frac{41}{42}$; 0; 1; $-(-5)$.

- 4.108** Найдите координаты точек K , N и P , если известна координата точки R (рис. 4.21).



Рис. 4.21

- 4.109** *Старинная задача.* У первого купца было 520 рублей и он был должен второму 170 рублей. У второго купца было 760 рублей и он был должен первому 250 рублей. Сколько денег останется у каждого купца после расчётов? Сформулируйте задачу, используя понятие отрицательного числа.

- 4.110** Найдите несколько значений n , при которых равенство $n + |n| = 0$: а) верно; б) неверно.

- 4.111** В каком веке возник каждый из городов, если в 2021 г. возраст Москвы составлял 874 года, Санкт-Петербурга — 318 лет, Пскова — 1118 лет, Великого Новгорода — 1162 года, Тобольска — 434 года, Дербента — 1350 лет, Керчи — 2621 год, Севастополя — 238 лет, Хабаровска — 163 года? Найдите эти города на карте России.

- 4.112** Вычислите значение выражения:

- а) $|a| + |c|$ при $a = -63,6$, $c = 61,9$;
 б) $|a| - |c|$ при $a = -73,2$, $c = -5,8$.

- 4.113** Модуль какого из двух чисел меньше:

- а) $-5,923$ и $-5,931$; в) $-4\frac{3}{8}$ и $3\frac{3}{4}$;
 б) $\frac{5}{14}$ и $0,32$; г) $-\frac{7}{15}$ и $-\frac{9}{20}$?

- Ц4.114** *Развивай воображение.* Куб можно составить из одинаковых четырёхугольных пирамид (рис. 4.22). У этих пирамид общая вершина O , а основания — грани куба.

- а) Сколько пирамид на рисунке?
 б) Найдите объём пирамиды, если ребро куба равно 1,8 дм.
 в) Найдите ребро куба, если объём пирамиды равен $\frac{1}{48}$ дм³.

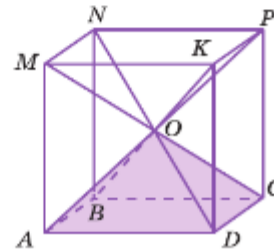
Новгородский детинец.
Первое летописное упоминание в 1044 г.

Рис. 4.22

4.115 Найдите неизвестный член пропорции:



- 1) $0,2 : x = 0,7 : 0,105$; 3) $6,8 : 0,5 = x : 0,3$;
 2) $\frac{0,6}{0,7} = \frac{x}{3,5}$; 4) $\frac{11,7}{6,3} = \frac{14,3}{x}$.

4.116



- 1) Для приготовления винегрета использовали 0,8 кг свёклы, 0,35 кг моркови, 0,55 кг картофеля, 0,65 кг солёных огурцов и 0,15 кг лука. Найдите процентное содержание каждого вида овощей, взятых для приготовления винегрета.
 2) Для приготовления травяного чая смешали 0,15 кг душицы, 0,54 кг зверобоя, 0,36 кг ромашки, 0,27 кг чабреца и 0,18 кг мяты. Найдите процентное содержание каждого вида трав в полученной смеси.

4.117 Выполните действия:

- 1) $57,6 \cdot ((11,962 + 21,848) : 1,38) + 6,18 \cdot 52,5$;
 2) $3,74 \cdot ((16,602 + 21,938) : 1,64) + 7,32 \cdot 3,85$.

Д

4.118 Сравните числа:

- а) -4916 и -3115 ; в) $-\frac{4}{5}$ и $-0,9$; д) $-\frac{7}{8}$ и $-\frac{6}{7}$;
 б) $-32,72$ и $-32,68$; г) $-2,57$ и $-2\frac{3}{5}$; е) $-0,4$ и $\frac{3}{7}$.

4.119 Найдите множество всех цифр, которые можно написать вместо знака вопроса, чтобы получилось неверное неравенство:

- а) $-1524 < -152?$; в) $-?7,32 < -87,32$; д) $-\frac{3}{8} < -\frac{?}{8}$;
 б) $-8?32 > -8432$; г) $-888,? < -888,6$; е) $-\frac{?}{9} > -\frac{3}{4}$.

4.120 Расположите числа $-0,1$; $1,9$; $0,6$; $-1,8$; 0 ; -1 ; $1,2$ и $1,5$ в порядке:

- а) возрастания; б) убывания.

4.121 За экзаменационную работу в девярых классах 8 человек получили оценку «5», 20 человек — «4», а остальные 22 ученика — «3». Сколько процентов всех учащихся получили оценку «5», сколько — «4» и сколько — «3»?

4.122 Найдите неизвестный член пропорции $\frac{8}{11} : 5,7 = x : 17,1$.

4.123 Выполните действия:

- а) $(409 - 10,883 - 243 + 77,337) : (2,1803 + 1,3697)$;
 б) $5,05 \cdot (93,8 - (51,12 : 7,1 + 32,82) : 8,7)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

1 Сравните числа:

- а) -8 и 0 ; в) $-0,01$ и 0 ;
 б) $0,001$ и 0 ; г) $\frac{3}{4}$ и 0 .

- 2 Сравните числа:
 а) 3,4 и $-3,47$; в) 0,317 и 0,0317; д) $-1\frac{3}{4}$ и $-1,75$.
 б) $-\frac{9}{10}$ и $-\frac{8}{9}$; г) 20,14 и $-20,14$;
- 3 Расположите числа $-\frac{1}{3}$, 2, $-\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$ в порядке возрастания.
- 4 Какие целые числа можно поставить вместо буквы c , чтобы получилось верное двойное неравенство:
 а) $-6 < c < 1$; б) $-93 < c < -83$; в) $-1 < c < 1$?

28. Изменение величин

Некоторые величины могут только увеличиваться, а некоторые могут и увеличиваться, и уменьшаться.

Например, возраст человека только увеличивается, а температура, скорость, атмосферное давление, количество товара и его цена и повышаются, и понижаются.

Пример. Цена 1 кг моркови осенью была 20 р., к концу зимы достигла 25 р., а летом стала 22 р. За зиму цена моркови повысилась на 5 р., а за лето понизилась на 3 р.

Повышение цены товара выражают положительными числами, а понижение — отрицательными. Так, если цена товара повысилась на 5 р., то говорят, что её изменение равно 5 р., или +5 р., если понизилась на 3 р., то говорят, что её изменение равно -3 р.

Масса тела тоже может как увеличиваться, так и уменьшаться. Увеличение массы тела выражают положительными числами, а уменьшение — отрицательными.

Перемещение точки по координатной прямой вправо (вверх) обозначают положительными числами, а перемещение влево (вниз) — отрицательными (рис. 4.23).

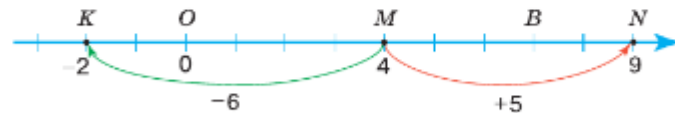


Рис. 4.23

Значит, увеличение любой величины можно выразить положительным числом, а уменьшение — отрицательным.



В каком случае изменение цены товара, изменение температуры положительно, а в каком — отрицательно?

Что значит отрицательное изменение массы тела?

Что такое положительное перемещение точки по координатной прямой и что такое отрицательное перемещение точки по этой прямой?

Какое число выражает перемещение точки на координатной прямой влево, а какое — вправо?



4.124 Объясните смысл предложения.

- а) «Изменение длины равно t км», если $t = -15$; $t = 13,2$; $t = -5,2$.
 б) «Изменение высоты дерева равно a см», если $a = 32$; $a = -70$; $a = 0$.

4.125 Изменение цены товара равно c р. Чему равно c , если цена товара:

- а) понизилась на 7 р.; в) повысилась на 20 р.;
 б) повысилась на 1,1 р.; г) понизилась на 1,5 р.?

4.126 Изменение массы тела равно a г. Чему равно a , если масса тела:

- а) увеличилась на 10 г; б) уменьшилась на 325 г?



4.127 Назовите показания термометров (рис. 4.24). Какую температуру покажет каждый из этих термометров, если температура изменится:

- а) на -1 °С; б) на 1 °С; в) на $0,5$ °С; г) на $-0,5$ °С?

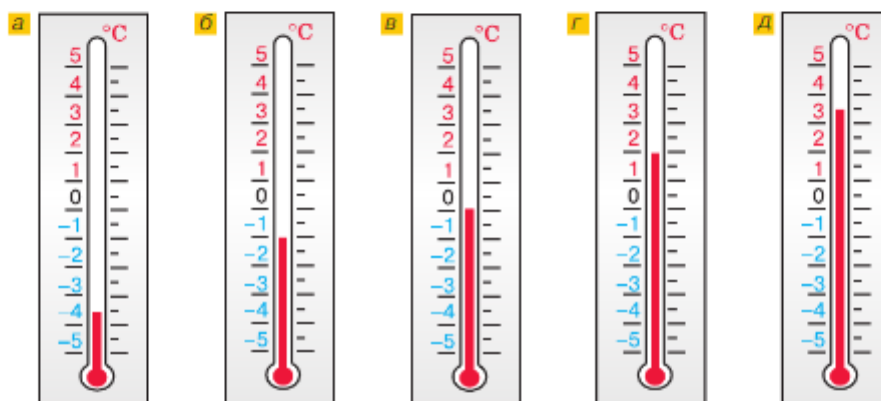


Рис. 4.24

4.128 На координатной прямой отмечена точка $K(3)$. Отметьте:

- а) точку M , в которую при перемещении на 5 перейдёт точка K ;
 б) точку N , в которую при перемещении на -5 перейдёт точка K ;
 в) точку Q , в которую при перемещении на $-3,5$ перейдёт точка K ;
 г) точку P , в которую при перемещении на $4,5$ перейдёт точка K .
 Запишите координаты точек M , N , Q и P .



4.129 На сколько единиц должна переместиться точка $M(8)$ по координатной прямой, чтобы попасть: а) в точку $N(1)$; б) в точку $A(-3)$?



4.130 С помощью рисунка 4.25 найдите значение x .

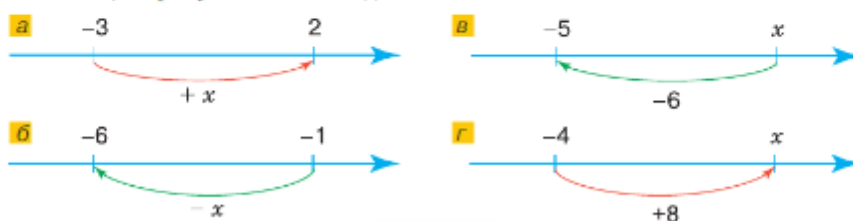


Рис. 4.25



4.131 Для множества $A = \{-2,7; 5\frac{2}{3}; -(-\frac{7}{11}); 0; -27; 17; -4,5; 0,01\}$ составьте подмножество:

- а) D положительных чисел; г) B неотрицательных чисел;
 б) M отрицательных чисел; д) C чисел, не являющихся
 в) N неположительных чисел; ни положительными, ни отрицательными.



4.132 На рисунке 4.26 отмечены числа p , n , m и c . Укажите верные неравенства: $m > n$; $c < m$; $p > n$; $m > p$; $c > n$.



Рис. 4.26

Ц.4.133 Развивай воображение. Определите вид фигуры на рисунке 4.27.

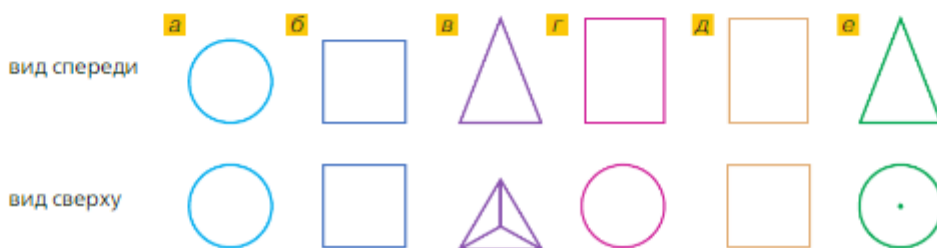


Рис. 4.27



4.134 Какое из чисел больше:

- а) 0 и 350; в) -49 и 0 ; д) $-\frac{7}{12}$ и $-\frac{5}{8}$; ж) $-5,22$ и $-5,2$;
 б) -23 и -15 ; г) $-1\frac{3}{7}$ и $-1\frac{6}{7}$; е) $-\frac{6}{7}$ и $-\frac{19}{21}$; з) $-3,6$ и $6,3$?

4.135 Найдите целые числа, которые находятся между числами:

- а) $-5,3$ и $1,79$; в) $-7,5$ и $-4,7$; д) $-7\frac{3}{4}$ и $-1\frac{2}{17}$;
 б) $-4,32$ и $4,3$; г) $-3\frac{1}{4}$ и $4\frac{2}{7}$; е) $-4\frac{7}{8}$ и $-\frac{7}{8}$.

Есть ли среди них противоположные числа?



4.136 Назовите два числа, которые:

- а) меньше $\frac{2}{3}$, но больше $\frac{1}{3}$; в) меньше $2,13$, но больше $2,12$;
 б) меньше $-\frac{7}{9}$, но больше $-\frac{8}{9}$; г) меньше $-3,17$, но больше $-3,18$.

4.137 Под строительство спортивной площадки отвели поле прямоугольной формы площадью 9200 м^2 и шириной 80 м . По периметру поля планируется сделать беговые дорожки шириной 5 м , а в центральной части — футбольное поле. Найдите периметр и площадь футбольного поля.

4.138 Яблоки составляли 60% всех собранных фруктов, причём 40% этих яблок пришлось на антоновку. Сколько тонн фруктов было собрано, если антоновки было собрано 24 т ?



- 4.139** Утром температура у больного была $37,2$ °С. Какой стала температура вечером, если она изменилась:
- а) на 2 °С; в) на $1,1$ °С;
 б) на -1 °С; г) на $-0,8$ °С?
- 4.140** Отметьте на координатной прямой:
- а) точку M , в которую перейдёт точка $N(-5)$ при перемещении на 7 ;
 б) точку K , в которую перейдёт точка $N(-5)$ при перемещении на -4 .
- 4.141** Точка $K(-7)$ после перемещения по координатной прямой попала в точку с координатой 5 . На сколько единиц переместили точку K ?
- 4.142** Для проведения математического конкурса были куплены линейки, чертёжные треугольники и транспортиры. Линейки составляли $\frac{4}{9}$ всех инструментов, а чертёжные треугольники — $0,6$ оставшихся инструментов. Сколько инструментов было куплено, если транспортиров оказалось 36 штук?
- 4.143** Решите уравнение:
- а) $\frac{2}{3}x + \frac{4}{9}x = 3,2$; в) $x - 0,2x = \frac{8}{15}$;
 б) $\frac{5}{12}x - \frac{4}{15}x = 0,51$; г) $x + 1,4x = \frac{6}{25}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Студенту до университета нужно проехать без пересадок 5 станций метро. Он отвлекся от чтения книги, когда ему оставалось проехать две станции до университета. Когда студент отвлекся от чтения книги в следующий раз, оказалось, что, вместо двух станций, он проехал 6 станций. На сколько станций нужно вернуться студенту? Сколько всего станций он проехал?
- У больного утром температура была $37,2$ °С. После принятия лекарства температура понизилась на $0,6$ °С. Какой стала температура у больного после принятия лекарства?
- Выпишите номера верных утверждений.
 - Увеличение любой величины можно выразить отрицательным числом, а уменьшение — положительным.
 - Любое положительное число меньше любого отрицательного.
 - Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого больше.
 - Любое отрицательное число больше 0 , а любое положительное меньше 0 .
 - Два числа, отличающиеся знаками, называют противоположными числами.
 - Каждое число имеет только одно противоположное ему число.
- 4*** Чтобы успеть довезти пассажиров в аэропорт вовремя, таксист планировал ехать со скоростью 60 км/ч. Из-за аварии на дороге он 10 мин ехал со скоростью 24 км/ч, а затем он проехал 18 км со скоростью 90 км/ч. Успел ли таксист довезти пассажиров вовремя, если всё оставшееся время ехал с запланированной скоростью?



В Вавилоне, Египте и Греции отрицательные числа до нашей эры не использовали. Если при вычислении получалось отрицательное число, то считалось, что решения не существует. Первые сведения об отрицательных числах встречаются в книгах китайских учёных. Чжан Цань (II в. до н. э.) в книге «Арифметика в девяти книгах» приводит правила действий с отрицательными числами. Отрицательные числа считали как *долг*, а положительные — как *имущество*. Были известны лишь правила сложения и вычитания положительных и отрицательных чисел; правила умножения и деления не применялись.

Отрицательные числа записывали чёрным цветом, а положительные — красным. Такой способ изображения использовался в Китае до середины XII в., пока Ли Е не предложил более удобное обозначение отрицательных чисел: цифры, которые изображали отрицательные числа, перечёркивали чёрточкой наискось справа налево.

В III в. Диофант Александрийский пользовался отрицательными числами, рассматривая их как *вычитаемые*, а положительные — как *прибавляемые*. Диофантом были сформулированы правила умножения и деления отрицательных и положительных чисел.

В Индии математики использовали отрицательные числа широко: с ними производились вычисления, и отрицательные числа не казались чем-то непонятным. Известные индийские учёные Брахмагупта и Бхаскара (VII—VIII вв.) в своих учениях оставили подробные объяснения по работе с отрицательными числами. В Индии, как и в Китае, положительные числа называли *имуществом*, а отрицательные — *долгом*.

В Европе отрицательные числа не признавали долго: их считали *мнимыми* и *абсурдными*. Если ответ получался отрицательным, то его просто отбрасывали. Первое описание отрицательных чисел появилось в «Книге абака» Леонарда Пизанского (Фибоначчи) в 1202 г., который трактовал отрицательные числа тоже как *долг*.

Позже, в 1544 г., немецкий математик Михаил Штифель в книге «Полная арифметика» впервые ввёл понятие отрицательных чисел и подробно описал действия с ними. «Ноль находится между *абсурдными* и *истинными* числами».

Но даже в XVII в. французский математик, физик, философ Блез Паскаль считал, что $0 - 4 = 0$, так как ничто не может быть меньше, чем ничто.

В XVII в. отрицательные числа получили наглядное геометрическое представление на координатной прямой. Французский философ и математик Рене Декарт предложил откладывать отрицательные числа слева от нуля на этой прямой. С этого времени отрицательные числа стали повсеместно использовать и признавать, хотя ещё долгое время многие учёные отрицали их.



Р. Декарт

В 1831 г. Фридрих Гаусс называл **отрицательные числа** абсолютно равнозначными с положительными, а то, что они применимы не ко всем вещам, не считал важным, потому что дроби тоже применимы не ко всем вещам (например, неприменимы при счёте людей).

Только в начале XIX в. теория отрицательных чисел закончила своё развитие, и *абсурдные* числа получили всеобщее признание.

29. Сложение положительных и отрицательных чисел с помощью координатной прямой

Температура воздуха была равна 13°C , а потом изменилась на 5°C (т. е. повысилась на 5°C) и стала равна 18°C (рис. 4.28): $13 + 5 = 18$. Значит, температура стала равна сумме первоначального значения и изменения.

Если температура изменилась на -5°C (т. е. понизилась на 5°C), то она стала равна 8°C (рис. 4.29). И в этом случае запишем результат в виде суммы первоначального значения и изменения: $13 + (-5) = 8$.

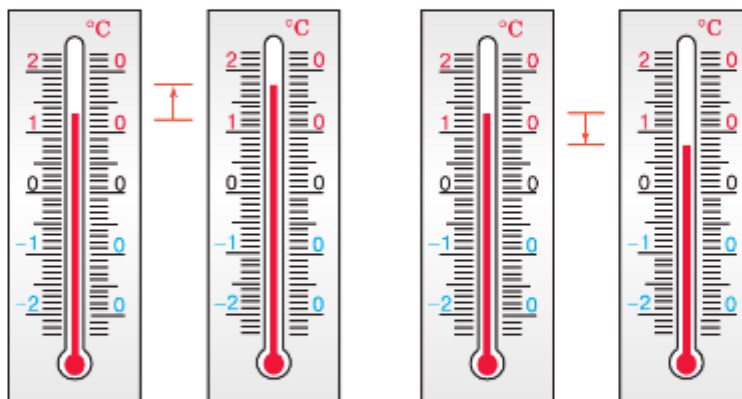


Рис. 4.28

Рис. 4.29

Сложение числа 13 с числом 5 показано на рисунке 4.30 красной стрелкой, а с числом -5 — зелёной.

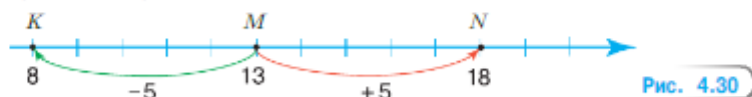


Рис. 4.30

Если к числу m прибавить $\frac{\text{положительное}}{\text{отрицательное}}$ число n , то точка с координатой m переместится по координатной прямой на n единичных отрезков $\frac{\text{вправо}}{\text{влево}}$.

Прибавить к числу m число n — значит изменить число m на n единиц.

Любое число от прибавления положительного числа увеличивается, а от прибавления отрицательного числа уменьшается.

Пример 1. Сложим числа -8 и 6 .

Если к числу -8 прибавить число 6 , то точка $M(-8)$ переместится на 6 единиц вправо и перейдёт в точку $N(-2)$ (рис. 4.31). Значит, $(-8) + 6 = -2$.



Рис. 4.31

Пример 2. Сложим числа -1 и -7 .

Если к числу -1 прибавить число -7 , то точка $B(-1)$ переместится на 7 единиц влево и перейдёт в точку $A(-8)$ (рис. 4.32). Значит, $(-1) + (-7) = -8$.



Рис. 4.32

Пример 3. Сложим числа 9 и -9 .

Если к числу 9 прибавить число -9 , то точка $P(9)$ переместится на 9 единиц влево в начало координат $O(0)$ (рис. 4.33). Значит, $9 + (-9) = 0$.

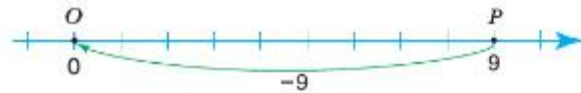


Рис. 4.33

Сумма двух противоположных чисел равна нулю:

$$n + (-n) = 0.$$

Пример 4. Сложим числа -13 и 0 .

Прибавить к числу -13 число 0 — значит оставить число -13 без изменения, поэтому $(-13) + 0 = -13$.

От прибавления нуля число не изменяется:

$$n + 0 = 0 + n.$$

? Что значит прибавить к числу n число m ?
 К числу n прибавили число m . Как изменится положение точки $N(n)$ на координатной прямой, если m — положительное; m — отрицательное; $m = 0$?
 Чему равна сумма противоположных чисел?

К

4.144 Используя координатную прямую, найдите сумму чисел:

- а) -3 и 3 ; в) -4 и -6 ; д) -7 и 8 ;
 б) 5 и -7 ; г) 2 и -6 ; е) -5 и -5 .

Г

Сумму, которая содержит отрицательные слагаемые, можно читать разными способами. Например, сумму $(-3) + (-8)$ читают так:

- к минус трём прибавить минус восемь;
- сумма минус трёх и минус восьми.

4.145 Сложите числа:

- а) 5 и 0; в) $-9,3$ и 0; д) $10,5$ и $-10,5$; ж) $3\frac{1}{4}$ и $-3\frac{1}{4}$;
 б) 0 и -7 ; г) -14 и 14 ; е) 0 и $-7,4$; з) $17\frac{1}{3}$ и 0.

4.146 Выполните действия:

- а) $123 - (-72 + 72)$; в) $(-4,7 + 4,7) + (-10,5)$;
 б) $-405 + (0 + 405)$; г) $0 + (13,3 + (-13,3))$.

Чему равна сумма данного числа и числа 0? Чему равна сумма противоположных чисел?

4.147 Используя рисунок 4.34, изобразите на координатной прямой числа:

- а) $m + 4$; б) $m + (-1)$; в) $m + (-6,5)$; г) $m + (-3\frac{1}{2})$; д) $m + 3\frac{1}{2}$.



Рис. 4.34

4.148 Точке N на координатной прямой соответствует число $n + (-6)$, а точке M — число $n + 6$. Найдите число, которое соответствует середине отрезка MN .

4.149 Используя координатную прямую, определите, какой стала температура при изменении на 4°C , 15°C , 13°C , -7°C , -15°C , -8°C , если первоначально она была -13°C .

4.150 С помощью координатной прямой найдите значение выражения:

- а) $-6 + 4 + (-9)$; в) $-1 + (-5) + 9$; д) $-3 + 7 + (-8)$;
 б) $8 + (-12) + 4$; г) $-2 + (-3) + 5$; е) $1 + (-6) + 10$.

4.151 По схеме на рисунке 4.35 найдите значения x и y .

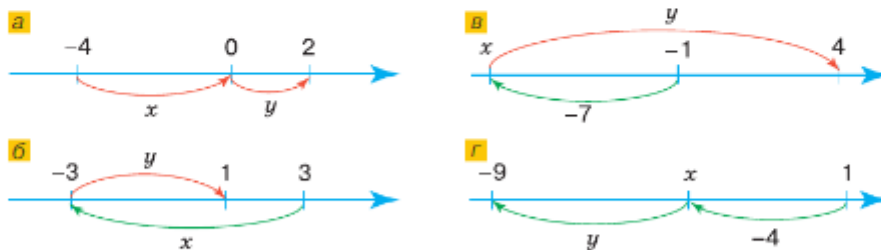


Рис. 4.35

4.152 С помощью координатной прямой решите уравнение:

- а) $-5 + x = -1$; в) $3 + x = -2$;
 б) $x + (-4) = 1$; г) $x + 2 = -2$.



4.153 Какие координаты у точек P , R , S , T , F и L (рис. 4.36)?

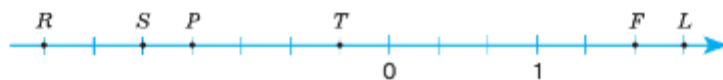


Рис. 4.36

4.154 Вычислите.

$\begin{array}{r} 2 : 4 \\ \cdot 3 \\ - 1,2 \\ : 0,1 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \cdot 0,6 \\ + 1,2 \\ : 0,4 \\ \cdot 0,3 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \\ : \frac{1}{2} \\ \cdot \frac{3}{7} \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \\ \cdot 1\frac{1}{3} \\ - \frac{5}{6} \\ \hline ? \end{array}$
---	---	--	---

4.155 Найдите числа на координатной прямой, удалённые от:

- а) числа 3 на 7 единиц; в) числа -13 на 2 единицы;
 б) числа -2 на 5 единиц; г) числа 9 на 11 единиц.

4.156 Найдите, сколько целых чисел между числами:

- а) -33 и 33; б) 40,3 и -40,3.

4.157 Какими могут быть числа $-m$ и $-(m)$:

- а) положительными; б) отрицательными; в) нулём?

4.158 Выполните сложение:

а) $ -9 + -5 $;	в) $ \frac{5}{11} + \frac{7}{11} $;
б) $ -4,5 + -3,7 $;	г) $ \frac{5}{9} + \frac{2}{18} $.

4.159 Какое из чисел меньше:

- а) -7,8 и -13,3; в) $-\frac{3}{4}$ и $-\frac{7}{8}$;
 б) $-\frac{7}{11}$ и $-\frac{8}{11}$; г) $-3\frac{7}{8}$ и $-3\frac{6}{7}$?

4.160 На тренировке биатлонист попал в цель 168 раз. Сколько он сделал выстрелов, если 84% всех выстрелов попали в цель?

4.161 На бобину намотано 150 м тесьмы. Сколько метров тесьмы осталось, если отрезали 15% её длины?

4.162 Вася подарил маме букет из 15 тюльпанов. Через некоторое время 6 тюльпанов завяли, и их выбросили. Сколько процентов всех тюльпанов осталось в букете?

4.163 Возможно ли занести в комнату шкаф через дверной проём высотой 2 м и шириной 70 см, если его высота 1,6 м, глубина составляет 50% высоты, а длина — 125% глубины?

Р4.164 Рассмотрите форму отдельных частей башен Московского Кремля. Есть ли среди них призмы, цилиндры, пирамиды, конусы? Есть ли у этих башен элементы, размеры которых соответствуют золотому сечению?

4.165 Выполните действия:

- 1) $68,973 : 8,31 + 61,71 : ((18,61 - 17,93) \cdot 1,5)$;
 2) $64,124 : 7,82 + 73,32 : ((22,34 - 21,69) \cdot 1,6)$.

Проверьте результат вычислений с помощью калькулятора.



Арсенальная башня
Московского Кремля



Тайницкая башня
Московского Кремля

Д

4.166 Используя координатную прямую, найдите сумму чисел:

- а) -3 и 6 ; в) -10 и 12 ; д) 6 и -6 ; ж) 0 и -5 ;
 б) 4 и -3 ; г) -9 и 0 ; е) -7 и -6 ; з) -3 и -4 .

4.167 В шестом классе 40 учащихся. Из них в кружки и секции ходит 77,5%. В пятом классе — 35 учащихся, из которых 80% посещают кружки и секции. В каком классе больше учащихся, которые ходят в кружки и секции, и на сколько человек?

4.168 а) В школе 700 учащихся. В шестых классах учится 10% всех школьников, причём 40% из них мальчики. Найдите, сколько мальчиков и девочек учится в шестых классах.

б) Высота прямоугольного параллелепипеда 35 см, а ширина составляет $\frac{2}{5}$ высоты и 70% длины. Найдите его объём.4.169 Вычислите:
$$\frac{\left(8,62 - 8,37 + 1\frac{23}{60} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{3}{11}}{\left(35 - 2\frac{3}{4}\right) : \frac{1}{5} - 2,5}$$

30. Сложение отрицательных чисел

Задача. Утром температура воздуха была -2 °С. За день она понизилась на 4 °С. Какой стала температура к вечеру?

Решение. За день температура изменилась на -4 °С и стала равна $-2 + (-4)$ градусам (рис. 4.37).

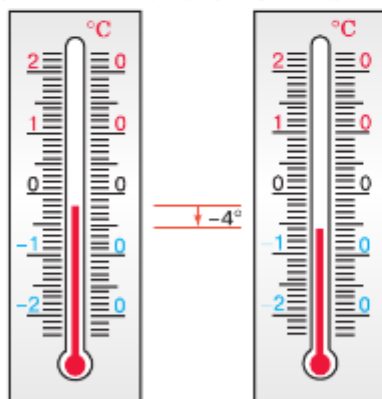


Рис. 4.37

Для нахождения суммы чисел -2 и -4 на координатной прямой надо точку M с координатой -2 переместить на 4 единичных отрезка влево (рис. 4.38). Получим точку $N(-6)$.

Значит, $-2 + (-4) = -6$. Но $6 = 2 + 4 = |-2| + |-4|$.

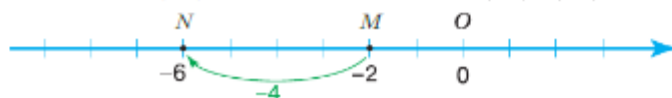


Рис. 4.38

алгоритм сложения отрицательных чисел

- ✓ Чтобы найти сумму двух отрицательных чисел, надо:
- 1) найти сумму их модулей;
 - 2) поставить знак «-» перед полученным числом.

Например,

$$-9,3 + (-4,8) = -(9,3 + 4,8) = -14,1;$$

$$-5\frac{2}{3} + \left(-6\frac{1}{6}\right) = -\left(5\frac{2}{3} + 6\frac{1}{6}\right) = -\left(5\frac{4}{6} + 6\frac{1}{6}\right) = -11\frac{5}{6}.$$

- ? Расскажите алгоритм нахождения суммы двух отрицательных чисел.
 Может ли сумма отрицательных чисел равняться нулю; отрицательному числу; числу, меньшему каждого из слагаемых; числу, большему каждого из слагаемых?

К

- 4.170** Число -3 изменили на -10 . С какой стороны от нуля на числовой прямой находится полученное число? Найдите:
 а) расстояние от числа до начала отсчёта; б) сумму чисел -3 и -10 .
- 4.171** На сколько градусов изменилась температура за сутки, если за день температура изменилась на -3 °С, а за ночь — на -9 °С?
- 4.172** Найдите сумму:
 а) $-46 + (-8)$; в) $-36 + (-9)$; д) $-63 + (-27)$;
 б) $-5 + (-29)$; г) $-4 + (-127)$; е) $-8 + (-37)$.
- 4.173** Какой знак, $<$ или $>$, надо поставить вместо знака вопроса, чтобы получилось верное неравенство:
 а) $-21 + (-15) ? -21$; в) $-45 ? -5 + (-45)$;
 б) $-27 + (-41) ? -41$; г) $-1 ? -1 + (-13)$?
- 4.174** Сравните значение выражения и данное число:
 а) $-45 + (-55)$ и -100 ; в) $-136 + (-144)$ и -290 ;
 б) $-67 + (-39)$ и -105 ; г) $-149 + (-237)$ и -396 .
- 4.175** Вычислите значение выражения $a + c + (-11)$ при:
 а) $a = -23$, $c = -48$; в) $a = -34$, $c = -25$;
 б) $a = -51$, $c = -72$; г) $a = -2,3$, $c = -8,7$.
- 4.176** Выполните сложение:
 а) $-5,9 + (-3,2)$; в) $-9,3 + (-2,9)$; д) $-2,27 + (-0,73)$;
 б) $-3,8 + (-4,7)$; г) $-2,35 + (-9,65)$; е) $-0,08 + (-1,94)$.
- 4.177** Сравните:
 а) $-1,2 + (-0,5)$ и $-1,6$; в) $-4,5 + (-3,6)$ и $-7,2 + (-0,3)$;
 б) $-3,6$ и $-0,9 + (-2,7)$; г) $-9,7 + (-10,5)$ и $3,8 + (-16,4)$.
- 4.178** Вычислите удобным способом:
 а) $-2,5 + (-0,87) + (-7,5)$;
 б) $-4,7 + (-3,9) + (-1,1)$;
 в) $-0,37 + (-1,53) + (-0,1)$;
 г) $-15,31 + (-25,48) + (-40,76) + (-14,69) + (-26,24) + (-27,52)$.

4.179 Найдите сумму:



а) $-\frac{5}{11} + \left(-\frac{2}{11}\right)$ б) $-\frac{7}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right)$; в) $-\frac{4}{5} + \left(-\frac{2}{3}\right)$; г) $-\frac{2}{9} + \left(-\frac{5}{6}\right)$.

4.180 Выполните сложение:

а) $-1\frac{1}{2} + \left(-2\frac{1}{2}\right)$ в) $-5\frac{7}{12} + \left(-2\frac{3}{4}\right)$; д) $-5\frac{12}{17} + \left(-\frac{15}{24}\right) + \left(-1\frac{3}{8}\right) + \left(-\frac{5}{17}\right)$;
 б) $-4\frac{9}{14} + \left(-1\frac{1}{7}\right)$; г) $-3\frac{1}{9} + \left(-8\frac{5}{6}\right)$; е) $-\frac{9}{28} + \left(-4\frac{9}{35}\right) + \left(-2\frac{5}{28}\right) + \left(-\frac{12}{35}\right)$.

4.181 Выполните действия:

а) $(-0,28 + (-0,137)) + (-0,431 + (-0,256))$;
 б) $\left(-2\frac{2}{3} + \left(-3\frac{7}{12}\right)\right) + \left(-5\frac{1}{2} + \left(-2\frac{3}{8}\right)\right)$.



4.182 Вычислите.

а) $8 : 4$ б) $0,6 \cdot 3$ в) $3 : \frac{1}{4}$ г) $1 - \frac{4}{5}$
 $\cdot 6$ $+ 7,8$ $\cdot \frac{1}{12}$ $\cdot 2\frac{1}{4}$
 $- 2,3$ $- 4$ $\cdot \frac{1}{12}$ $\cdot \frac{4}{5}$
 $- 0,11$ $: 7$ $- \frac{1}{3}$ $: \frac{5}{5}$
 $\frac{?}{?}$ $\frac{?}{?}$ $\frac{?}{?}$ $\frac{?}{?}$

4.183 Числа -21 ; $-7,6$; 10 ; $-\frac{7}{9}$; $-\frac{3}{8}$; $17,6$; $\frac{3}{4}$; $-20\frac{4}{9}$; 0 ; $-20\frac{8}{9}$; $-7,4$; 1 запишите в порядке возрастания.

4.184 1) Сравните, если a и b — положительные числа:



а) $-a$ и b ; в) 0 и a ; д) $|b|$ и b ; ж) $-a$ и $|b|$;
 б) b и $-a$; г) $-b$ и 0 ; е) $|a|$ и $-a$; з) $|-a|$ и $-b$.

2) Найдите значение выражения:

а) $2x - |3x + 2|$ при $x = 9$;
 б) $4x - |5 + 6x|$ при $x = 3$.

4.185 Найдите значения c , при которых верно неравенство:



а) $c < -c$; б) $-c < c$; в) $c + c < c$.

4.186 Для точек $M(x)$ и $N(y)$ найдите координату середины K отрезка MN , если:

а) $x = 6$, $y = 10$; б) $x = -4$, $y = -6$; в) $x = -1$, $y = 7$.

4.187

Для нахождения объёма цилиндра нужно площадь одного из оснований умножить на высоту цилиндра. Объём конуса, у которого основание и высота равны основанию и высоте цилиндра, в 3 раза меньше объёма цилиндра (рис. 4.39). Найдите объёмы цилиндра и конуса с высотой 15 см и радиусом оснований 6 см.

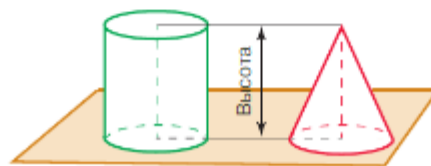


Рис. 4.39

4.188 Найдите значение выражения:



1) $(4,24 + 2,76) \cdot 7,7 : (60 - 6,1)$;
 2) $(9,89 - 7,39) \cdot 0,8 : (4,31 + 5,69)$.

Д

4.189 Найдите сумму:

а) $-34 + (-26)$; в) $-227 + (-73)$; д) $-6,9 + (-2,9)$;
 б) $-7 + (-29)$; г) $-5,3 + (-2,7)$; е) $-4,81 + (-2,81)$.

4.190 Выполните сложение:

а) $-\frac{4}{7} + \left(-\frac{2}{7}\right)$; в) $-\frac{5}{9} + \left(-\frac{7}{8}\right)$; д) $-3\frac{3}{5} + (-5,9)$;
 б) $-\frac{3}{7} + \left(-\frac{3}{4}\right)$; г) $-2\frac{2}{9} + \left(-5\frac{5}{18}\right)$; е) $-2\frac{1}{6} + (-4,75)$.

4.191 Выполните действия:

а) $\left(-4,75 + \left(-2\frac{1}{4}\right)\right) + \left(-2\frac{5}{9} + \left(-1\frac{1}{3}\right)\right)$;
 б) $\left(-1\frac{1}{3} + \left(-2\frac{1}{15}\right)\right) + (-2,43 + (-2,77))$.

4.192 Для получения серой бронзы сплавили кусок меди объемом 35 см^3 и кусок олова объемом 65 см^3 . Чему равна масса 1 см^3 бронзы, если масса 1 см^3 меди $8,9 \text{ г}$, а масса 1 см^3 олова $7,3 \text{ г}$? Результат округлите до десятых долей грамма. (Бронза — один из первых освоенных человеком сплавов металлов.)

4.193 В стакан налили 120 мл воды, что составляет 48% объема стакана. Чему равен объем стакана?

4.194 Найдите значение выражения:

а) $(10,62 + 0,72 : 14,4 - 5,67) \cdot 2,4$; б) $(7,77 - 0,81 : 16,2 + 0,63) \cdot 3,6$.



Памятник Петру I (бронза),
 Санкт-Петербург,
 скульптор Фальконе, 1778 г.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Выберите вариант правильного ответа. Чтобы сложить два отрицательных числа, надо:
 - сложить их модули и перед полученным числом поставить знак «+»;
 - сложить их модули и перед полученным числом поставить знак «-».
- Чему равна сумма чисел:
 - $-7,3$ и -7 ; б) $-\frac{12}{13}$ и -1 ; в) $-350,6$ и $-150,4$?
- Найдите значение выражения $-2\frac{3}{7} + \left(-3\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{14}\right)$.
- Может ли сумма двух чисел быть меньше каждого из слагаемых? Если да, приведите пример.
 - Может ли сумма двух чисел быть меньше -100 , если одно из слагаемых больше 100 ? Если да, приведите пример.
 - Запишите три отрицательных числа, сумма которых больше -1 .

31. Сложение чисел с разными знаками

Пример 1. Ночью температура воздуха была -7°C . За утро она повысилась на 5°C . Найдём, какой стала температура днём.

За утро температура изменилась на 5°C и стала равна $-7 + 5$ градусам (рис. 4.40).

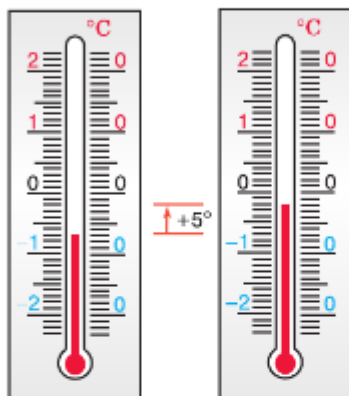


Рис. 4.40

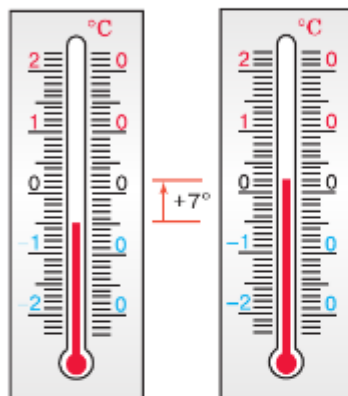


Рис. 4.41

Пример 2. Утром температура воздуха была -5°C . За день она повысилась на 7°C . Найдём, какой стала температура к вечеру.

За день температура изменилась на 7°C и стала равна $-5 + 7$ градусам (рис. 4.41).

Для нахождения суммы чисел -7 и 5 (пример 1) на координатной прямой надо точку M с координатой -7 переместить на 5 единичных отрезков вправо (рис. 4.42). Получим точку $N(-2)$.

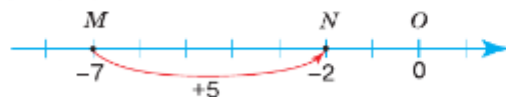


Рис. 4.42

Значит, $-7 + 5 = -2$. У числа -2 тот же знак, что и у слагаемого -7 , а его модуль равен разности модулей слагаемых -7 и 5 :

$$|-7| - |5| = 7 - 5 = 2.$$

Найдём сумму чисел -5 и 7 (пример 2) на координатной прямой (рис. 4.43), получим $-5 + 7 = 2$. У числа 2 тот же знак, что и у слагаемого 7 , а его модуль равен разности модулей слагаемых 7 и -5 :

$$|7| - |-5| = 7 - 5 = 2.$$

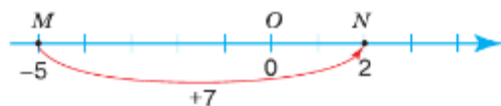


Рис. 4.43

В обеих суммах модули слагаемых одни и те же: 5 и 7. Но в первом примере больший модуль у отрицательного числа и получено отрицательное число. Во втором примере больший модуль у положительного числа и получено положительное число.

алгоритм сложения чисел с разными знаками

✓ Чтобы найти сумму двух чисел с разными знаками, надо:

- 1) найти модули чисел и из большего модуля вычесть меньший модуль;
- 2) перед полученным числом поставить знак слагаемого с большим модулем.

Например:

$$1) 7,3 + (-5,8) = +(7,3 - 5,8) = 1,5, \text{ так как } |7,3| > |-5,8| \text{ или, короче, } 7,3 + (-5,8) = 7,3 - 5,8 = 1,5;$$

$$2) -2\frac{2}{9} + 6\frac{5}{9} = 6\frac{5}{9} - 2\frac{2}{9} = 4\frac{3}{9} = 4\frac{1}{3}, \text{ так как } |6\frac{5}{9}| > |-2\frac{2}{9}|;$$

$$3) 6,7 + (-7,4) = -(7,4 - 6,7) = -0,7, \text{ так как } |-7,4| > |6,7|;$$

$$4) -28\frac{4}{7} + 22\frac{1}{5} = -(28\frac{4}{7} - 22\frac{1}{5}) = -(28\frac{20}{35} - 22\frac{7}{35}) = -6\frac{13}{35},$$

$$\text{так как } |-28\frac{4}{7}| > |22\frac{1}{5}|.$$

Для сложения положительных и отрицательных чисел можно использовать калькулятор.

Например, сумму $-40,5 + 9,8$ вычисляют так:

$$\boxed{-} 40.5 \quad \boxed{+} 9.8 \quad \boxed{=}$$





Какой знак будет у суммы двух чисел с разными знаками, если:
а) больший модуль у отрицательного числа;
б) меньший модуль у отрицательного числа?

Расскажите алгоритм сложения двух чисел с разными знаками. Может ли сумма двух чисел быть меньше каждого из слагаемых; одного из слагаемых?

К

- 4.195** Число 5 изменили на: а) -2 ; б) -20 ; в) 4 ; г) 10 . На каком расстоянии и с какой стороны от нуля расположено получившееся число? Чему равна сумма каждого из этих чисел и числа 5?
- 4.196** На сколько градусов изменилась температура в течение суток, если ночью температура изменилась на -6°C , а днём — на $+10^\circ\text{C}$?
- 4.197** Воздушный змей поднялся на 27 м. Через некоторое время его высота изменилась на 3 м, а потом ещё на -20 м. Как изменилась высота змея и на какой высоте оказался змей?
- 4.198** Вертолёт поднялся на 120 м. На какой высоте будет вертолёт, если его высота изменилась на:
а) -40 м; б) 60 м; в) -60 м; г) 140 м; д) -15 м; е) 20 м?
- 4.199** Утром на банковской карточке было 6050,6 р. За день эта сумма изменилась на n р. Сколько денег стало на карточке в конце дня, если n равно: а) $-400,8$; б) -5090 ; в) 0 ?

- 4.200** Найдите сумму:
 а) $38 + (-8)$; б) $-90 + 40$; в) $-293 + 400$; г) $270 + (-230)$; д) $-100 + 99$.
- 4.201** Сравните значения выражений:
 а) $-40 + 27$ и $27 + (-40)$; в) $17 + (-47)$ и $-17 + 47$.
 б) $-21 + 9$ и $-21 + (-9)$;
- 4.202** Найдите значение выражения:
 а) $-48 + 40 + (-37)$; в) $26 + (-89) + 31$;
 б) $56 + (-39) + (-7)$; г) $-29 + (-23) + 41 + 23$.
- 4.203** Подберите корень уравнения и выполните проверку:
 а) $-3 + c = 13$; в) $4 + q = -20$;
 б) $z + (-4) = -22$; г) $p + (-24) = 4$.
- 4.204** Выполните сложение:
 а) $-4,5 + 7,8$; в) $1 + (-0,79)$; д) $-4,1 + 0,1$; ж) $1,4 + (-5,6)$;
 б) $-7 + 12,2$; г) $0,5 + (-4,2)$; е) $-2,2 + 1,8$; з) $5,8 + (-6)$.
- 4.205** Составьте выражение и вычислите его значение:
 а) к сумме чисел -7 и -23 прибавить число 10 ;
 б) к числу $5,3$ прибавить сумму чисел $-4,6$ и $1,9$;
 в) к сумме чисел -15 и $-2,2$ прибавить сумму чисел 7 и $3,8$;
 г) к сумме чисел 14 и $-9,4$ прибавить сумму чисел $-4,8$ и -3 .
- 4.206** Какое из чисел 6 ; $18,9$; $-18,9$; $-12,9$; $-0,9$ является корнем уравнения $-3 + x = -21,9$?
- 4.207** Выполните действия с помощью калькулятора:
 а) $-5,4876 + (-21,5072)$; в) $-4,5678 + (-0,3498) + 9,71$;
 б) $14,2896 + (-8,546)$; г) $-0,0079 + 0,00426 + (-0,00889)$.
- 4.208** Найдите сумму:
 а) $\frac{4}{7} + \left(-\frac{6}{7}\right)$; в) $-\frac{4}{9} + \frac{2}{3}$; д) $-\frac{5}{12} + \frac{7}{9}$;
 б) $\frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{7}\right)$; г) $-\frac{4}{7} + \frac{2}{3}$; е) $\frac{8}{15} + \left(-\frac{7}{10}\right)$.
- 4.209** Выполните сложение:
 а) $4\frac{7}{13} + \left(-4\frac{7}{13}\right)$; в) $-1 + \frac{3}{8}$; д) $-1\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$; ж) $-2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5}$;
 б) $2\frac{1}{4} + \left(-1\frac{1}{6}\right)$; г) $-5\frac{5}{8} + 3\frac{1}{4}$; е) $-\frac{4}{5} + 5\frac{4}{15}$; з) $3\frac{8}{11} + \left(-4\frac{3}{22}\right)$.
- 4.210** Найдите значение выражения:
 а) $\left(\frac{1}{2} + (-0,6)\right) + \left(-3\frac{3}{4}\right)$; в) $-4,1 + \left(-6\frac{17}{60} + 2\frac{5}{12}\right)$;
 б) $\left(2,75 + \frac{1}{3}\right) + \left(-2\frac{7}{12}\right)$; г) $\frac{1}{4} + \left(-5,8 + \frac{3}{4}\right)$.



4.211 Выполните сложение:

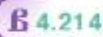
- а) $-26 + (-17)$; г) $-\frac{5}{9} + \left(-\frac{1}{3}\right)$; ж) $-0,4 + \left(-\frac{1}{30}\right)$;
 б) $-4,8 + (-5,7)$; д) $-0,75 + \left(-\frac{1}{4}\right)$; з) $\frac{9}{13} + 2 + \left(-\frac{9}{13}\right)$;
 в) $-3\frac{4}{7} + \left(-4\frac{1}{7}\right)$; е) $-1 + \left(-\frac{1}{11}\right)$; и) $-26 + \left(-20\frac{17}{19}\right)$.

4.212 Выполните действие сложения:

- а) $-2,4 + (-2,1 + (-2,3))$; б) $\left(-4\frac{5}{9} + \left(-3\frac{5}{18}\right)\right) + \left(-4\frac{1}{2}\right)$.

4.213 Запишите множество целых чисел, расположенных между числами:

- а) 6 и 21; б) -18 и -9; в) -14 и 2.



4.214 Число -20 представьте в виде суммы двух отрицательных чисел так, чтобы:

- а) оба числа были целыми числами;
 б) одно из чисел было правильной обыкновенной дробью;
 в) оба числа были смешанными числами;
 г) оба числа были десятичными дробями.

4.215 Найдите расстояние между точками M и N координатной прямой:

- а) $M(0)$ и $N(a)$; б) $M(-a)$ и $N(a)$; в) $M(-a)$ и $N(0)$; г) $M(a)$ и $N(-3a)$.



4.216 Москва расположена на параллели 56° с. ш., а Севастополь — на параллели 44° с. ш. (рис. 4.44). На сколько параллель Севастополя длиннее параллели Москвы, если их радиусы соответственно равны 4800 км и 3720 км?



Рис. 4.44

4.217 Составьте уравнение для решения задачи: «Кабель длиной 40,4 м разделили на два куска. Найдите длину каждого куска, если известно, что один из кусков:

- а) на 0,9 м длиннее другого; д) составляет $\frac{3}{4}$ другого;
 б) на 0,3 м короче другого; е) составляет 0,9 другого;
 в) в 4 раза длиннее другого; ж) составляет 70 % другого;
 г) в 2,5 раза короче другого; з) составляет 230 % другого».

4.218 а) Путешествие на теплоходе длилось 6 дней. В первый и второй дни путешественники проплыли соответственно 140 км и 120 км, в четвертый день они проплыли в 3 раза меньше, чем во второй, а в третий и пятый дни они отдыхали. Сколько километров они проплыли в шестой день, если за 6 дней они проплывали в среднем по 70 км в день?
 б) Сыровар и две его дочери разместили изготовленные сыры на 5 стеллажах. На каждый стеллаж поставили по 6 ящиков, вмещающих по 20 головок сыра. Сыровар изготовил 300 головок сыра, а младшая дочь — в 5 раз меньше. Сколько головок сыра изготовила старшая дочь?

4.219 Найдите значение выражения:

- 1) $\left(\left(187,86 : 6\frac{1}{5} - 19,4\right) \cdot 6,5 + 9,35\right) \cdot 22\frac{1}{2}$; 2) $\left(\left(298,08 : 7\frac{1}{5} - 32,9\right) \cdot 6,4 + 26,1\right) \cdot 32\frac{3}{5}$.

Д

4.220 Найдите сумму:

- а) $24 + (-3)$; в) $-9 + (-24)$; д) $-0,7 + 5$; ж) $16,1 + (-11,5)$;
 б) $-42 + 28$; г) $-21 + (-39)$; е) $-3,8 + (-5,1)$; з) $-4,32 + 9,68$.

4.221 Выполните сложение:

- а) $-\frac{3}{7} + \frac{6}{7}$; в) $\frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{6}\right)$; д) $-4 + 2\frac{7}{8}$; ж) $8\frac{2}{7} + \left(-7\frac{5}{14}\right)$;
 б) $-\frac{5}{11} + \frac{3}{11}$; г) $-1 + \frac{4}{7}$; е) $10 + \left(-8\frac{5}{13}\right)$; з) $-9\frac{1}{7} + 8,5$.

4.222 В виде суммы каких двух равных слагаемых можно представить число:

- а) 20; б) -6; в) -8,2; г) $-\frac{4}{9}$; д) $-5\frac{3}{11}$; е) $9\frac{1}{5}$?

4.223 Вычислите сумму $x + y$ при:

- а) $x = -1,7$, $y = 3,4$; в) $x = -\frac{4}{9}$, $y = \frac{2}{3}$;
 б) $x = -11,3$, $y = 10,8$; г) $x = \frac{7}{24}$, $y = \frac{7}{16}$.

4.224 В упаковке с треской было 7 рыб. Две рыбы массой по 1,7 кг, три — по 1,6 кг и одна рыба массой 1,9 кг. Какой массы была седьмая рыба, если средняя масса одной трески 1,8 кг?

4.225 В фестивале народного творчества участвовало 42 коллектива. Танцевальных коллективов было в 1,4 раза больше, чем инструментальных, а вокальные коллективы составляли $\frac{2}{5}$ инструментальных. Сколько коллективов каждого вида было на фестивале?

4.226 Выполните действия: $\frac{1,5}{2,4} : \frac{3}{4} + \frac{7,7}{4,5} \cdot \frac{1}{2,7}$
 $2,6 \cdot 8 - 2,263 : 0,31$

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Какой знак имеет сумма:
 - двух положительных чисел;
 - двух отрицательных чисел;
 - двух чисел с разными знаками, если больший модуль у отрицательного числа?
 Приведите примеры.
- Вычислите:
 - $15 - 16$;
 - $-1\frac{3}{14} + 2\frac{11}{21}$;
 - $-0,08 + 13$;
 - $-3,17 + 3,17$;
 - $-379 + 948$;
 - $2\frac{1}{15} - 3\frac{9}{25}$.
- Решите уравнение $x - 3\frac{2}{7} = -11\frac{13}{14}$.
- Упростите выражение $-44 + c + 752$.
- Найдите значение выражения $a + b + c$ при $a = -9,5$, $b = 1,3$, $c = -2,7$.

32. Действие вычитания

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- алгебраическая сумма

Вычитание отрицательных чисел и вычитание положительных чисел имеет один и тот же смысл: по известному слагаемому и известной сумме можно найти другое слагаемое.

Например, из 14 вычесть 9 — значит найти такое n , что $n + 9 = 14$. Откуда $n = 14 - 9 = 5$.

Но найти искомое слагаемое можно, прибавив к сумме число, противоположное известному слагаемому:

$$14 + (-9) = 5.$$

вычитание чисел

Чтобы найти разность двух чисел, можно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому:

$$m - n = m + (-n).$$

По этой формуле теперь можно находить разность любых чисел. Например, $3 - 9 = 3 + (-9) = -6$.

Числовое выражение, содержащее только знаки сложения и вычитания, можно представить как сумму. Такое выражение называют алгебраической суммой.

Например,

$$\begin{aligned} -23 - 21 &= -23 + (-21); & -14 - (-16) &= -14 + 16; \\ -9 + 4 - 7 &= -9 + 4 + (-7). \end{aligned}$$

Чтобы найти значение алгебраической суммы, обычно сначала складывают отдельно все положительные и отдельно все отрицательные числа, применяя свойства сложения.

Например, $29 + (-38) + 26 - 47 = 29 + 26 + (-38) + (-47) = 55 + (-85) = -30$.

Пример. Найдём длину отрезка NM , если $M(8)$ и $N(-7)$.

Длина отрезка NM является расстоянием, на которое надо переместить вправо точку N , чтобы она оказалась в точке M . Поэтому, обозначив длину отрезка NM буквой d , получим $-7 + d = 8$.

Отсюда $d = 8 - (-7)$; $d = 15$.

Длина отрезка равна 15 единичным отрезкам.

нахождение длины отрезка на координатной прямой

Чтобы найти длину отрезка по координатам его концов, надо из координаты его правого конца вычесть координату его левого конца.



Как разность двух чисел m и n можно заменить суммой? Ответ запишите в виде соответствующего буквенного равенства.

Что такое алгебраическая сумма?

Как найти длину отрезка, зная координаты его концов?

Какое из чисел m и n меньше, если их разность положительна; отрицательна?

К

4.227 Какой была температура вечером, если за ночь температура воздуха изменилась на -17°C и к утру стала равна -18°C ?

4.228 Термометр показывал $t^\circ\text{C}$, затем температура понизилась на 17°C . Определите, какую температуру показывает термометр сейчас, если $t = 19$; $t = 17$; $t = 10$; $t = 0$. Решите задачу сложением, а затем вычитанием.

4.229 Учёные исследовали в батискафе дно озера Байкал в районе острова Ольхон. Они достигли отметки -730 м и, выполняя исследования, погрузились ещё на: а) 40 м; б) 15 м; в) 100 м. На каких отметках они работали?

4.230 Проверьте равенство $n - (-m) = n + m$ при:

а) $n = 21, m = 32$; в) $n = -4,2, m = -0,9$; д) $n = -\frac{6}{11}, m = \frac{4}{11}$;

б) $n = 17, m = -3$; г) $n = -3,6, m = 7,8$; е) $n = -7\frac{2}{7}, m = -6\frac{6}{7}$.



Разность отрицательных чисел можно читать разными способами. Например, разность $(-8) - (-17)$ читают так:

- от минус восьми отнять минус семнадцать;
- из минус восьми вычесть минус семнадцать;
- разность минус восьми и минус семнадцати.

4.231 Выполните действия вычитания:

а) $8 - (-5)$; г) $-15 - (-15)$; ж) $-32 - (-28)$; к) $7 - 12$;
 б) $11 - (-16)$; д) $-10 - (-11)$; з) $-56 - (-44)$; л) $-5 - 5$;
 в) $19 - (-19)$; е) $-34 - (-35)$; и) $1 - 3$; м) $-28 - 8$.

4.232 Найдите разность:

а) $7,2 - (-1,2)$; д) $-2,3 - 2,3$; и) $0 - (-39,1)$;
 б) $-3,4 - (-4,2)$; е) $5,05 - (-5,05)$; к) $0 - 48,3$.
 в) $-7,8 - (-4,2)$; ж) $-13,41 - (-13,41)$;
 г) $3,4 - 9,4$; з) $-0,34 - 0$;

4.233 Найдите разность:

а) $-\frac{3}{17} - \left(-\frac{9}{17}\right)$; в) $\frac{7}{13} - \left(-\frac{1}{13}\right)$; д) $\frac{1}{2} - \frac{4}{5}$; ж) $-\frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{9}\right)$;
 б) $-\frac{8}{17} - \left(-\frac{3}{17}\right)$; г) $-\frac{5}{14} - \frac{3}{7}$; е) $-\frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{6}\right)$; з) $\frac{3}{8} - \frac{5}{12}$.

4.234 Выполните вычитание:

а) $-2\frac{5}{8} - \frac{1}{4}$; в) $1\frac{3}{5} - \left(-2\frac{1}{6}\right)$; д) $-3\frac{1}{4} - 0,75$; ж) $3\frac{2}{11} - 4\frac{7}{33}$;
 б) $\frac{3}{8} - 1\frac{1}{4}$; г) $-3\frac{7}{12} - \left(-1\frac{3}{8}\right)$; е) $-2,4 - \left(-1\frac{1}{3}\right)$; з) $-4\frac{4}{9} - \left(-3\frac{5}{6}\right)$.

4.235 Найдите корень уравнения и выполните проверку:

а) $-4 + x = 8,7$; в) $7 - y = 2,4$; д) $c + \frac{5}{14} = -\frac{3}{7}$;
 б) $9,3 + x = -8$; г) $6 - y = -3\frac{5}{7}$; е) $c + 1,2 = -1\frac{2}{5}$.

4.236 Запишите в виде суммы разность:

а) $-35 - (-53)$; б) $-35 - 53$; в) $35 - (-53)$; г) $-35 - (-53)$.

4.237 Представьте в виде суммы разность:

а) $n - 130$; б) $-24 - z$; в) $15 - (-y)$; г) $-m - (-9)$.

4.238 Назовите слагаемые в алгебраической сумме:

а) $7 - 6$; в) $-n - 43$; д) $-m + 7 - n$;
 б) $-5 + z$; г) $20 - c + x$; е) $-c - z - y$.

- 4.239** Составьте алгебраическую сумму со следующими слагаемыми:
- а) $-a$; b ; $-13,7$; в) x ; 420 ; -3 ; $-z$; $17,8$; д) y ; $-7,8$; -10 ; $-k$;
 б) $-12,6$; m ; n ; $-k$; г) $-5,3$; a ; $-c$; $-n$; m ; 1 ; е) 108 ; 1 ; m ; $-n$; $-0,6$.

- 4.240** Вычислите алгебраическую сумму:
- а) $(31 - 42) - 60$; в) $-4 - (-6 - 10)$; д) $5 - 9 + 4 - 10 + 7$;
 б) $-60 + (46 + 80)$; г) $-5 - (-24 + 25)$; е) $-17 + 19 - 29 - 13 + 5$.

- 4.241** Найдите значение выражения:
- а) $3,2 - (-1,7 + 4,1)$; в) $(26,5 - 77) + 43,5$; д) $29,4 - 18,6 + 5,1 - 7,4$;
 б) $(-4,3 + 70) - 0,9$; г) $(-3,2 + 4,6) + 8,8$; е) $-33,1 + 17,6 + 2,4 - 6,9$.

- 4.242** Вычислите значение выражения:
- а) $(-2\frac{3}{4} - 3\frac{1}{4}) + 3,5$; в) $-4\frac{3}{5} - (-2\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3})$; д) $-2\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$;
 б) $(-6\frac{4}{9} + 5\frac{5}{18}) - 2\frac{1}{2}$; г) $-4,75 - (-5\frac{1}{2} + 4\frac{1}{4})$; е) $\frac{7}{10} - 3 - \frac{2}{5} + \frac{3}{10}$.

- 4.243** Скольким единичным отрезкам равен отрезок MN , если:
- а) $M(3)$ и $N(7)$; в) $M(-1)$ и $N(8)$; д) $M(4,3)$ и $N(-5,5)$;
 б) $M(-7)$ и $N(-9)$; г) $M(9)$ и $N(-6)$; е) $M(-9,7)$ и $N(-4,4)$?



- 4.244** Выполните действие сложения:
- а) $5,3 + (-7,8)$; в) $-\frac{3}{4} + \frac{7}{8}$; д) $-2\frac{4}{9} + \frac{7}{9}$;
 б) $-7,1 + 4,5$; г) $2\frac{3}{13} + (-\frac{7}{13})$; е) $15 + (-2\frac{7}{8})$.

- 4.245** Вычислите сумму:
- а) $4,85 + (-3,21) + 5,46$; б) $-8,32 + (-5,22) + (-0,45)$.

- 4.246** Назовите число, противоположное числу: $-9,3$; $\frac{4}{9}$; $-17\frac{5}{8}$; $14,63$; 1 ; 0 ; $0,001$.

- 4.247** Найдите корень уравнения:
- а) $-x = 4,5$; в) $-y = -3,8 + 5$; д) $-z = 22 + (-23,4)$;
 б) $-x = -\frac{4}{5}$; г) $-y = -8\frac{5}{7} + 7\frac{2}{7}$; е) $-z = -72 + (-9\frac{7}{3})$.

- 4.248** Найдите, между какими соседними целыми числами расположено число:
- -43 ; $4\frac{3}{7}$; $-\frac{5}{23}$; $\frac{4}{222}$; $-8,3$; $-\frac{16}{5}$.

- 4.249** Запишите множество целых чисел, у которых модули:
- а) меньше 5; б) больше 5 и меньше 12.

- 4.250** Найдите значение выражения:
- а) $-(-9) + 5$; б) $-((-20) + (-10))$.

- 4.251** У конуса и цилиндра равные основания и объёмы. Найдите высоту цилиндра, если высота конуса 36 см (рис. 4.45).

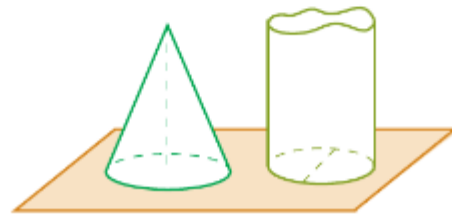


Рис. 4.45

4.252 К школьному концерту было подготовлено 20 выступлений. Вокальных выступлений было подготовлено в 2 раза больше, чем танцевальных, а акробатических — на 4 меньше, чем танцевальных. Сколько выступлений каждого вида было подготовлено к концерту?



4.253 1) Масса трёх контейнеров для полярной экспедиции равна 3600 кг. Масса первого контейнера в $1\frac{1}{3}$ раза больше массы третьего, а масса второго составляет $\frac{2}{3}$ массы третьего. Чему равна масса каждого контейнера?

2) На консервном заводе за смену изготавливали 4200 банок трёх видов пюре для малышей. Банки мясного пюре составляли $\frac{2}{9}$ банок фруктового пюре. А банок овощного пюре было в $1\frac{1}{9}$ раза больше банок фруктового пюре. Сколько банок пюре каждого вида было изготовлено за смену?

4.254 Найдите значение выражения:

- 1) $31,77 - 3,08 \cdot (34,51 : 4,06) + 8,632 : 0,83$;
 2) $44,31 - 2,42 \cdot (50,445 : 5,31) + 14,552 : 1,36$.



4.255 Индийский математик Брахмагупта (VII в.) так излагал правила сложения и вычитания: «Сумма двух имуществ есть имущество», «Сумма двух долгов есть долг», «Сумма имущества и долга равна их разности» и т. д. Сформулируйте эти древнеиндийские правила современным языком.



4.256 Выполните действие:

- а) $38 - (-7)$; в) $108 - (-121)$; д) $-4,2 + 8,9$; ж) $-14 - (-3,2)$;
 б) $-12 + (-23)$; г) $5,9 - 9,2$; е) $12 - (-3,8)$; з) $0 - (-5,8)$.

4.257 Вычислите:

- а) $-4\frac{1}{3} - (-2\frac{7}{9})$; в) $-2\frac{3}{16} + \frac{5}{8}$; д) $-\frac{17}{30} - (-0,6)$; ж) $12,5 - 7\frac{3}{4}$;
 б) $5\frac{2}{7} - 6\frac{5}{14}$; г) $\frac{3}{5} - 0,9$; е) $-5,1 - 3\frac{1}{7}$; з) $-3\frac{1}{7} - (-4,2)$.

4.258 Найдите значение выражения $(n + m) - r$, если:

- а) $n = 4,8$, $m = -1,4$, $r = 3,1$; б) $n = m = -2,4$, $r = -7,1$.

4.259 Найдите длину отрезка MN в единичных отрезках, если $M(-6)$ и $N(12)$.

4.260 Найдите расстояние между точками:

- а) $M(-9)$ и $N(-2)$; б) $C(2,6)$ и $D(-4,3)$; в) $P(-\frac{5}{7})$ и $K(\frac{3}{7})$; г) $L(-3\frac{5}{6})$ и $Q(1\frac{1}{6})$.

4.261 Вычислите значение выражения:

- а) $34 - (-17) - (-22)$; г) $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6} + 2\frac{7}{12}$; ж) $12,4 - 2\frac{3}{5} - 10\frac{2}{25} + 0,6$.
 б) $-46 - 21 - (-23)$; д) $-8\frac{1}{20} + 4\frac{4}{15} - 4,2$;
 в) $-5,7 - 6,8 - 1,5$; е) $-4\frac{2}{5} + 3\frac{1}{2} - 6\frac{8}{15}$;

4.262 В школьном конкурсе чтецов для 5–7 классов участвовали 40 человек. Учащихся 5 классов было в 1,5 раза больше, чем учащихся 6 и 7 классов вместе. Семиклассники составляли 0,6 от числа шестиклассников. Сколько учащихся каждого класса приняли участие в конкурсе?

Команда	«Комета»	«Молния»	«Вымпел»	«Дружба»	«Патриот»
Число забитых голов	25	24		20	10
Число пропущенных голов		21	24	24	
Разница голов	13		-4		-12

- 4.263** В таблице представлены некоторые результаты матчей школьных команд по футболу. У какой команды лучшая разница голов (разность числа забитых голов и числа пропущенных голов). У каких команд она одинаковая?
- 4.264** На выставке детского творчества были представлены рисунки и поделки из природного материала — всего 1001 экспонат. При этом поделки составляли 30 % от числа рисунков. Сколько рисунков и сколько поделок было представлено на выставке?
- 4.265** На клумбу высажено 500 тюльпанов. Тюльпаны красного цвета составляют 36 % всех цветов. Остальные тюльпаны белые и розовые. Белых тюльпанов в 1,5 раза больше, чем розовых. Сколько тюльпанов каждого цвета на клумбе?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

- Расположите числа в порядке возрастания:
 -27 ; 24 ; -32 ; 62 ; 19 ; -1 ; 0 ; $-\frac{5}{7}$; $0,5$.
- Сравните числа:
 а) $-\frac{4}{5}$ и $-0,8$; б) $-0,18$ и $\frac{1}{3}$.
- Вычислите:
 а) $23 - 48$; б) $-0,5 - (-0,11)$; в) $6 - (-0,2)$.
- Найдите значение выражения $a - b$, если $a = 0,3$, $b = 6,7$.
- Решите уравнение:
 а) $1\frac{1}{3} - x = 2\frac{5}{6}$; б) $-2\frac{2}{7} + x = -4\frac{1}{14}$.

Проверочная работа № 2

- Вычислите:
 а) $-26 - 46$;
 б) $-96,2 + (-10,8)$;
 в) $-2\frac{1}{3} - (-3\frac{3}{8})$.
- Упростите выражение $-k - 2,8 - 1,7$ и найдите его значение при $k = -4,5$.
- Найдите расстояние в единичных отрезках между точками:
 а) $A(-4)$ и $B(-1)$; б) $C(-5,4)$ и $K(6,6)$; в) $Q(-4\frac{3}{7})$ и $P(1\frac{1}{7})$.
- Найдите значение выражения:
 а) $-23 - 17 + 10$; б) $-4\frac{1}{30} + \frac{1}{6} - 0,6$.
- Может ли разность двух чисел быть больше суммы этих же чисел? Если да, приведите пример.

33. Действие умножения

Задача 1. Тренировка спортсмена на лыжной трассе длится 4 ч. На сколько километров изменится его пробег, если скорость изменится на +1,5 км/ч?

Решение. Каждый час лыжник будет пробегать на 1,5 км больше. Чтобы решить задачу, надо умножить 1,5 на 4, получим $1,5 \cdot 4 = 6$. Значит, его пробег увеличится на 6 км, другими словами, изменится на 6 км.

Задача 2. Тренировка лыжника длится 4 ч. На сколько километров изменится его пробег, если скорость изменится на -1,5 км/ч?

Решение. Каждый час лыжник будет пробегать на 1,5 км меньше. Пробег лыжника за тренировку уменьшится на 6 км ($1,5 \cdot 4 = 6$). Значит, пробег за тренировку изменится на -6 км.

Получили, что произведение -1,5 и 4 равно -6, т. е.

$$-1,5 \cdot 4 = -(1,5 \cdot 4) = -6.$$

Считают, что и

$$4 \cdot (-1,5) = -(4 \cdot 1,5) = -6.$$

умножение двух чисел с разными знаками

Чтобы найти произведение двух чисел с разными знаками, надо:

- 1) перемножить модули чисел;
- 2) поставить знак «-» перед полученным числом.

$$\begin{aligned} \text{Например, } (-2,4) \cdot 0,5 &= -(2,4 \cdot 0,5) = -1,2; \\ 2,4 \cdot (-0,5) &= -(2,4 \cdot 0,5) = -1,2. \end{aligned}$$

Так как $(-2,4) \cdot 0,5 = -(2,4 \cdot 0,5)$, то можно первый множитель писать без скобок, т. е. $(-2,4) \cdot 0,5 = -2,4 \cdot 0,5$.



Сравним произведение $2,4 \cdot 0,5$, равное 1,2, с двумя произведениями $(-2,4) \cdot 0,5$ и $2,4 \cdot (-0,5)$.

Видим, что изменение знака у любого множителя меняет знак произведения, а его модуль остаётся тем же.

Если же меняют знаки у двух множителей, то у произведения меняется знак дважды, т. е. знак произведения не меняется:

$$\begin{aligned} 5 \cdot 2,2 &= 11; & (-5) \cdot 2,2 &= -11; \\ (-5) \cdot (-2,2) &= -(-11) = 11. \end{aligned}$$

Поэтому произведение отрицательных чисел есть число положительное.

умножение двух отрицательных чисел

Чтобы найти произведение двух отрицательных чисел, надо перемножить их модули.

$$\text{Например, } (-4,8) \cdot (-7) = |-4,8| \cdot |-7| = 4,8 \cdot 7 = 33,6.$$

$$\text{Или короче: } (-4,8) \cdot (-7) = 4,8 \cdot 7 = 33,6.$$

алгоритм
умножения чисел

Итак, получаем алгоритм умножения чисел.
Чтобы найти произведение двух чисел, отличных от нуля, надо:

- 1) перемножить модули множителей;
- 2) поставить у полученного числа знак «+», если множители одного знака, и знак «-», если множители разных знаков.


Все свойства умножения справедливы и для отрицательных чисел.

? Сформулируйте алгоритм умножения двух отрицательных чисел. Как найти произведение двух чисел? Какие знаки должны быть у двух сомножителей, чтобы произведение было положительным числом; отрицательным числом?

К

4.266 В водохранилище уровень воды изменяется каждые сутки на c м. Как изменится уровень воды в водохранилище за четверо суток, если $c = 0,3$; $c = -0,2$?

4.267 На шкале термометра 1°C равен 4 мм. На сколько изменится высота столбика термометра, если температура воздуха изменится: а) на 13°C ; б) на -17°C ?

4.268  Петя идёт по дороге со скоростью v м/мин. Отметим его местоположение на координатной прямой точкой O , у которой координата равна 0 (рис. 4.46). Будем считать скорость положительной, если Петя движется в положительном направлении, и отрицательной — если в отрицательном. Значение $t = -10$ будем считать «10 минут назад». Найдите положение Пети на рисунке через t мин, если:

а) $v = 50$, $t = 8$; б) $v = -50$, $t = 8$; в) $v = 50$, $t = -8$; г) $v = -50$, $t = -8$.

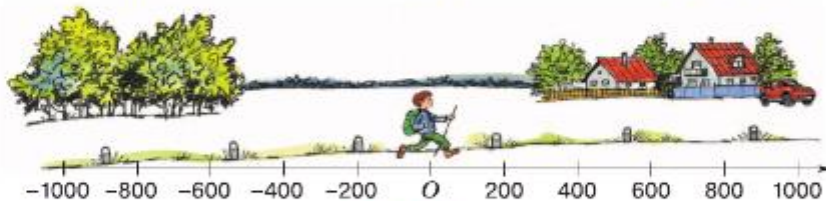


Рис. 4.46

4.269  Найдите произведение:

а) $-4 \cdot 8$; б) $7 \cdot (-9)$; в) $-20 \cdot 15$; г) $-238 \cdot 0$; д) $-1 \cdot 423$; е) $0 \cdot (-1)$.

4.270 Выполните умножение:

а) $-6 \cdot (-5)$; б) $-11 \cdot (-17)$; в) $-35 \cdot (-4)$; г) $-1 \cdot (-1)$; д) $-7 \cdot (-7)$; е) $-50 \cdot (-50)$.



Произведение, в которое входят отрицательные числа, можно читать разными способами. Например, произведение $3,5 \cdot (-7,4)$ читают так:

- три целых пять десятых умножить на минус семь целых четыре десятых;
- произведение трёх целых пяти десятых и минус семи целых четырёх десятых.

Произведение $-30x$ можно читать так:

- минус тридцать «икс»;
- произведение минус тридцати и «икс».

- 4.271** Вычислите значение выражения $-54a$ при $a = 0$; $a = 1$; $a = -1$; $a = 4$; $a = 10$; $a = -40$.
- 4.272** Подберите корень уравнения:
 а) $-7 \cdot z = 63$; б) $-5 \cdot y = -50$; в) $9 \cdot n = -81$; г) $-9 \cdot c = 99$.
- 4.273** Вычислите степень числа:
 а) $(-1)^3$; б) $(-1)^2$; в) $(-4)^3$; г) $(-10)^2$; д) $(-2)^3$; е) $(-5)^2$.
 Каким числом, положительным или отрицательным, является квадрат отрицательного числа; куб отрицательного числа? Объясните почему.
- 4.274** Выполните умножение:
 а) $0,6 \cdot (-7)$; б) $11 \cdot (-0,3)$; в) $-7,48 \cdot 0$;
 г) $-0,4 \cdot 5$; д) $-3,4 \cdot 0,5$; е) $0 \cdot (-2,3)$.
- 4.275** Найдите значение произведения:
 а) $-0,5 \cdot (-0,7)$; б) $-1,1 \cdot (-1,1)$; в) $-3,4 \cdot (-0,5)$;
 г) $-0,2 \cdot (-3,2)$; д) $-0,3 \cdot (-0,3)$; е) $-0,1 \cdot (-0,01)$.
- 4.276** Вычислите:
 а) $1,3 \cdot (-12)$; б) $-6,6 \cdot 204$; в) $-13,6 \cdot (-13,5)$;
 г) $-30,5 \cdot (-34)$; д) $-7,3 \cdot (-40,2)$; е) $4,04 \cdot (-3,05)$.
- 4.277** Выполните умножение:
 а) $1 \cdot (-12,7)$; б) $(-1) \cdot 1,5$; в) $-49 \cdot (-1)$; г) $-1 \cdot 1,5$.
- 4.278** Вычислите значение выражения:
 а) $2 \cdot (-4) + (-2) \cdot (-6) - (-9) \cdot 5$; б) $-3,6 \cdot 0,1 + (-4,6) \cdot (-3,1) - (-6,5) \cdot (-0,3)$;
 в) $(-20 + 17 - 8 + 9) \cdot (-14)$; г) $(3,4 \cdot (-1,6) - 1,2 \cdot (-0,6)) \cdot (-2,5)$;
 д) $(-6,9 + 6,2) \cdot (4,12 - 5,92)$; е) $-4,2 \cdot (-2,5) - (-1,6) \cdot 0,5 - 4,5$;
 ж) $(4,7 - 5,8) \cdot (-3,5 - 3,4)$; з) $-4,243 \cdot (-7,4 + 1,8 - 2,6 + 7,2) - 3,786$.
- 4.279** Вычислите степень числа:
 а) $(-0,1)^2$; б) $(-0,1)^3$; в) $(-1,2)^2$; г) $(-0,6)^3$; д) $(-2,5)^2$; е) $(-0,2)^3$.
- 4.280** Выполните умножение:
 а) $-\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8}$; б) $-\frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{15}{26}\right)$; в) $-\frac{5}{12} \cdot 18$;
 г) $\frac{2}{12} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)$; д) $-\frac{7}{15} \cdot \left(-\frac{9}{14}\right)$; е) $-10 \cdot \left(-\frac{7}{10}\right)$.
- 4.281** Найдите значение произведения:
 а) $-2\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{9}{7}\right)$; б) $-3\frac{1}{7} \cdot 4\frac{8}{11}$; в) $2,2 \cdot \left(-1\frac{3}{7}\right)$;
 г) $6\frac{1}{4} \cdot \left(-1\frac{3}{5}\right)$; д) $-2\frac{2}{5} \cdot 3,4$; е) $-1\frac{7}{9} \cdot (-6,75)$.
- 4.282** Какой знак, $<$ или $>$, надо поставить вместо знака вопроса, чтобы получилось верное неравенство:
 а) $-74 \cdot 5 ? 0$; б) $1,4 \cdot (-6) ? 1,4$; в) $-7 \cdot \frac{5}{9} ? 0$;
 г) $-6,3 \cdot (-63) ? 0$; д) $2,8 \cdot (-9) ? -9$; е) $-\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} ? -\frac{1}{3} ?$

4.283 Выполните действия:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \left(3\frac{3}{16} - 5\right) \cdot \left(6\frac{26}{29} - 9\right); & \text{г) } \left(-\frac{1}{3} - \frac{4}{7} - \frac{20}{21}\right) \cdot \frac{7}{13} + \frac{11}{25}; \\ \text{б) } 11\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{8} - 2\frac{5}{14} \cdot \frac{7}{9}; & \text{д) } \left(6\frac{1}{3} - 4,2\right) \cdot \left(-\frac{9}{16}\right) - 4,23; \\ \text{в) } 17,5 - 27 \cdot \left(\frac{5}{12} - \frac{3}{4}\right); & \text{е) } \left(-\frac{1}{4} - 0,75 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 4,2. \end{array}$$

4.284 Вычислите степень дробного числа:

$$\text{а) } \left(-\frac{1}{2}\right)^3; \quad \text{б) } \left(-\frac{2}{3}\right)^4; \quad \text{в) } \left(-\frac{5}{4}\right)^2; \quad \text{г) } \left(-1\frac{1}{2}\right)^3; \quad \text{д) } \left(-2\frac{1}{3}\right)^2; \quad \text{е) } \left(-1\frac{2}{3}\right)^4.$$

4.285 Запишите сумму в виде произведения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } n + n + n + n; & \text{в) } -4a - 4a - 4a - 4a; \\ \text{б) } -c - c - c - c; & \text{г) } 3z + 3z + 3z + 3z + 3z + 3z. \end{array}$$

4.286 Вычислите значение выражения:

$$\begin{array}{l} \text{а) } n + 6 + n + 6 + n + 6 \text{ при } n = 4,2; \\ \text{б) } m - 2 + m - 2 + m - 2 + m - 2 \text{ при } m = -3,5. \end{array}$$

4.287 Вычислите значение:

$$\begin{array}{l} \text{а) } p^2 \text{ при } p = -4; p = -\frac{1}{9}; p = 0,6; p = -0,8; p = -2\frac{1}{3}; p = 3\frac{1}{5}; \\ \text{б) } b^3 \text{ при } b = -2; b = -\frac{2}{3}; b = 0,1; b = -0,1; b = -1\frac{1}{5}; b = 2\frac{1}{2}. \end{array}$$



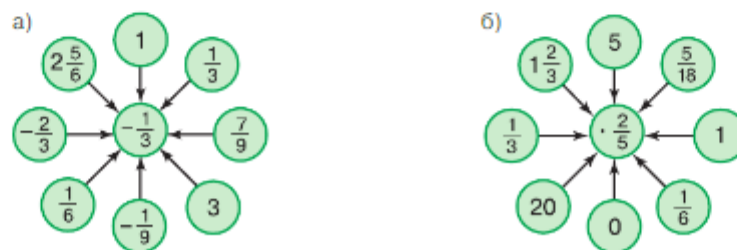
4.288 Вычислите.

$$\begin{array}{llll} \text{а) } 4,5 - 5,7; & \text{в) } -4,2 - (-2,9); & \text{д) } -2\frac{1}{4} - 2\frac{1}{8}; & \text{ж) } -2,5 - \left(-2\frac{3}{4}\right); \\ \text{б) } -6,3 - 5,9; & \text{г) } \frac{7}{11} - \frac{21}{22}; & \text{е) } -\frac{9}{14} - \left(-\frac{5}{7}\right); & \text{з) } -\frac{2}{3} + 1,5. \end{array}$$

4.289 Сравните значения выражений:

$$\text{а) } |-4,3 + 3,8| \text{ и } |-4,3| + |3,8|; \quad \text{б) } |-9,3 - 1,3| \text{ и } |-9,3| + |-1,3|.$$

4.290 Вычислите.



4.291 Запишите число -26 в виде разности: а) двух положительных чисел; б) отрицательного и положительного чисел; в) двух отрицательных чисел.

4.292 а) Найдите условие, при котором равенство $n - m = m - n$ верно. Приведите примеры.
б) Может ли сумма двух чисел быть меньше их разности?

4.293 Каспийское море находится на высоте -28 м относительно уровня Мирового океана, а Мёртвое море — на высоте -430 м (по данным на 2021 г.). На сколько метров уровень воды в Мёртвом море ниже уровня воды в Каспийском море?

4.294 Для выражения $x - y$ подберите отрицательные значения x и y так, чтобы значение этого выражения было равно:

а) -8 ; б) $4,3$; в) 0 ; г) $-\frac{1}{4}$; д) 1 ; е) $0,01$.

4.295 Вычислите значение выражения:

а) $4,89 - (3,67 - 3,98)$; б) $-7,29 + (-2,6 + 6,29)$; в) $-0,85 - 3,35 + 0,12 - 1,2 + 17,88$.

4.296 Решите уравнение:



а) $x + 4,3 = 2,7$; б) $3,6 - x = 4,9$; в) $5,8 - x = -4,6$; г) $x - 4,9 = -3,6$.

4.297 Пшеничное поле больше гречишного на $10,4$ га. Чему равны площади пшеничного поля и гречишного поля, если известно, что:

а) гречишное поле в $1,6$ раза меньше пшеничного поля;

б) пшеничное поле больше гречишного поля в $2,5$ раза;

в) площадь гречишного поля составляет $\frac{3}{4}$ площади пшеничного поля;

г) площадь гречишного поля составляет $0,6$ площади пшеничного поля;

д) площадь гречишного поля составляет 70% площади пшеничного поля?

4.298 Выполните действия:



$$1) \frac{\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{21} + \frac{21}{22} \cdot \frac{7}{66}}{8 : 0,4 - 19,36}; \quad 2) \frac{(15 - 9\frac{2}{3}) : \frac{2}{3}}{(19\frac{2}{3} - 11\frac{7}{9}) \cdot \frac{9}{71}}$$



4.299 Выполните умножение:

а) $-38 \cdot 23$; б) $-56 \cdot (-12)$; в) $22 \cdot (-11)$; г) $2,4 \cdot (-1,5)$; д) $-4,8 \cdot 6,1$; е) $-3,5 \cdot (-4,6)$; ж) $-1 \cdot (-4,91)$; з) $-8,71 \cdot 0$; и) $-1 \cdot (-1)$; к) $(-4)^2$; л) $(-3,1)^2$; м) $(-0,3)^3$.

4.300 Найдите значение произведения:

а) $\frac{4}{9} \cdot (-4\frac{1}{2})$; б) $-4\frac{4}{5} \cdot (-3\frac{1}{3})$; в) $2,4 \cdot (-\frac{3}{4})$; г) $-\frac{5}{9} \cdot 5,4$; д) $-2,7 \cdot (-1\frac{1}{9})$; е) $-1\frac{2}{3} \cdot 0,125$.

4.301 Вычислите:

а) $46 \cdot (-4) - (-32) \cdot (-6) + (-15) \cdot (-20)$; б) $(-1,6 + 7,2 - 4,6 + 8,1) \cdot (-2,3)$; в) $(3,2 - 6,7) \cdot (-4,4 + 6,1)$; г) $(-4\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}) \cdot (-9\frac{6}{7} + 8\frac{4}{7})$; д) $1\frac{1}{4} \cdot (-\frac{4}{5}) - (-1\frac{7}{8}) \cdot 1\frac{3}{5}$; е) $1\frac{1}{4} \cdot (-15,3 - 18,9 \cdot \frac{5}{7})$.

4.302 Вчера вспахали на $10,6$ га больше пашни, чем сегодня. Сколько гектаров пашни вспахали за эти два дня, если сегодня вспахали в $1,2$ раза меньше, чем вчера?

- 4.303 Найдите среднее арифметическое чисел, если первое число 120, второе составляет 20 % первого, а третье составляет 50 % разности первого и второго чисел.
- 4.304 Одно из чисел составляет четверть другого. Найдите каждое число, если среднее арифметическое этих чисел равно 52,45.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Найдите d , если выполняются четыре равенства:
 $-3 \cdot (-13) = a$; $a \cdot (-0,1) = b$; $b \cdot (-2) = c$; $-\frac{1}{3} \cdot c = d$.
- Сравните с нулём значение выражения:
 а) $(-0,1)^2$; б) $-0,1^2$; в) $(-3)^3$; г) $-(-3)^3$.
- Какое число нужно умножить на -4 , чтобы получить:
 а) -12 ; б) 56 ; в) -1 ; г) 0 ?
- Вычислите значение выражения:
 а) $3 \cdot (-6) - 2 \cdot (-4) + 3 \cdot (-5)$; б) $-1\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 2\frac{5}{6} \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)$.

34. Действие деления

Деление отрицательных чисел и деление положительных чисел имеет один и тот же смысл: по известному множителю и известному произведению можно найти другой множитель.

Пример 1. Разделим -18 на -9 .

Разделить -18 на -9 — это значит найти такое число a , что $-9 \cdot a = -18$, и значит $a = -18 : (-9)$.

Так как произведение -9 и a — отрицательное число -18 , то числа -9 и a имеют разные знаки, т. е. a — положительное число.

Модуль произведения равен произведению модулей множителей:

$$|-18| = |-9| \cdot |a|$$

откуда получаем

$$|a| = |-18| : |-9|.$$

Но так как a — положительное число, значит, $a = 2$.

Пишут:

$$(-18) : (-9) = |-18| : |-9| = 2$$

или короче:

$$(-18) : (-9) = 18 : 9 = 2.$$

деление
отрицательных
чисел

Чтобы найти частное отрицательных чисел, можно разделить модуль делимого на модуль делителя.

Например: $-3,6 : (-1,2) = 3,6 : 1,2 = 3$;

$$-\frac{3}{4} : \left(-\frac{5}{8}\right) = \frac{3}{4} : \frac{5}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}.$$

Пример 2. Разделим -14 на 7 .

Разделить -14 на 7 — это значит найти такое число a , что $7 \cdot a = -14$.

Произведение 7 и a — отрицательное число -14 , значит, числа 7 и a имеют разные знаки. Поэтому a — отрицательное число.

При этом должно выполняться равенство $|7| \cdot |a| = |-14|$.
Получаем

$$|a| = |-14| : |7| = 14 : 7 = 2.$$

Но так как a — отрицательное число, то $a = -2$.

Итак, $-14 : 7 = -2$.

Рассуждая аналогичным образом, получим, что $14 : (-7) = -2$.

деление чисел
с разными знаками

Чтобы найти частное чисел с разными знаками, надо:

- 1) разделить модуль делимого на модуль делителя;
- 2) поставить перед полученным числом знак «-».

Например, $4,8 : (-4) = -(4,8 : 4) = -1,2$;

$$\left(-\frac{5}{12}\right) : \frac{5}{6} = -\left(\frac{5}{12} : \frac{5}{6}\right) = -\left(\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{5}\right) = -\frac{1}{2}.$$

Итак, получаем правило деления чисел.

алгоритм деления
чисел

Чтобы найти частное двух чисел, отличных от нуля, надо:

- 1) разделить модуль делимого на модуль делителя;
- 2) поставить у полученного числа знак «+», если делимое и делитель одного знака, и знак «-», если делимое и делитель разных знаков.

Частное при делении 0 на любое число, отличное от нуля, равно 0 :

$$0 : a = 0, a \neq 0.$$

Делить на ноль нельзя!



Какой знак имеет частное двух положительных чисел; двух отрицательных чисел; чисел с разными знаками?

Расскажите алгоритм деления чисел.

Чему равно частное от деления нуля на число, отличное от нуля?

К

4.305 Верно ли выполнено деление:

- а) $-24 : 2 = -12$; в) $3,8 : (-1) = 3,8$;
б) $100 : (-2,5) = -4$; г) $-8,4 : (-4) = 2,1$?

4.306 Выполните деление:



- а) $-34 : 17$; в) $630 : (-7)$; д) $-48 : (-16)$;
б) $36 : (-12)$; г) $-25 : (-5)$; е) $-76 : (-19)$.

4.307 Вычислите:

- а) $-6,6 : 6$; в) $950 : (-1,9)$; д) $-7,8 : (-16)$; ж) $-5,66 : (-28,3)$;
б) $-10,4 : (-5,2)$; г) $-840 : (-8,4)$; е) $91,7 : (-91,7)$; з) $11,55 : (-1,5)$.



Частное отрицательных чисел можно читать разными способами. Например, частное $-43 : (-5,7)$ читают так:

- частное минус сорока трёх и минус пяти целых семи десятых;
- минус сорок три разделить на минус пять целых семь десятых.

Частное $(-7n) : (-4)$ читают так:

- частное минус семи «эн» и минус четырёх;
- минус семь «эн» разделить на минус четыре.

Равенство $-\frac{5}{7}z = -\frac{3}{14}$, содержащее отрицательные числа, читают так:

- минус пять седьмых «зет» равны минус трём четырнадцатым.

4.308 Выполните деление:



- а) $-1 : (-8)$; в) $1 : (-4)$; д) $-9 : 10$;
б) $-1 : 5$; г) $-7 : (-2)$; е) $23 : (-9)$.

4.309 Найдите частное:

- а) $-\frac{7}{9} : \frac{2}{3}$; в) $\frac{16}{35} : \left(-\frac{4}{25}\right)$; д) $\frac{4}{5} : (-16)$;
б) $-\frac{3}{13} : \left(-\frac{9}{26}\right)$; г) $-\frac{5}{8} : \left(-\frac{15}{64}\right)$; е) $-9 : \frac{9}{11}$.

4.310 Выполните деление:

- а) $3\frac{5}{9} : \left(-\frac{4}{27}\right)$; б) $-4\frac{1}{8} : (-33)$; в) $-1\frac{3}{11} : \left(-3\frac{7}{22}\right)$; г) $-7\frac{1}{7} : 1\frac{11}{49}$.

4.311 Вычислите:

- а) $5,6 : \left(-1\frac{3}{4}\right)$; б) $\frac{4}{5} : (-0,3)$; в) $-4,8 : 1\frac{3}{5}$; г) $1,3 : \left(-\frac{1}{4}\right)$.

4.312 Выполните действия:

- а) $-6 \cdot (-5) - (-40) : 8$; д) $(-9 + 31) : (-11) - 5$;
б) $27 : (-27) - (-35) : 7$; е) $-40 + (-4 - 5 + 6) : (-3)$;
в) $-7 \cdot (-7 + 15) : 28 + 3$; ж) $-5 \cdot 8 - 48 : (-4,3 + 2,7)$;
г) $7,4 \cdot (-7 - 3) : 5$; з) $(-2 + 3,6 - 10) : (-7) \cdot (-5)$.

4.313 Найдите значение выражения:

- а) $(2a + 6a) : 8$ при $a = -14$; $a = -2,71$;
б) $(4,7x - 4,7y) : 4,7$ при $x = -36$, $y = -4,67$.

4.314 Найдите частное:

- а) $93x$ и 93 ; б) $-4,5a$ и $4,5$.

4.315 Найдите корень уравнения и выполните проверку:

- а) $-z \cdot 5 = -150$; в) $-0,4y = 44$; д) $\frac{5}{7}t = -\frac{25}{28}$; ж) $-\frac{8}{11}l = -1\frac{7}{33}$;
б) $4 \cdot (-z) = -32$; г) $\frac{1}{7}z = -1$; е) $-\frac{4}{9}z = \frac{16}{27}$; з) $-\frac{7}{8}z + 7 = 2\frac{5}{8}$.

4.316 Даша умножила число x на 7, а затем к произведению прибавила 5,3. В результате она получила $-72,4$. Чему у Даши равнялся x ?

4.317 Вычислите:

а) $\frac{-4,5}{-0,9}$; в) $\frac{2,1}{-6,3}$; д) $\frac{7,2 \cdot (-1,9)}{-5,7 \cdot 0,8}$; ж) $-1,25 : 1\frac{9}{16}$; и) $\frac{5\frac{3}{7}}{-1\frac{5}{14}}$;
 б) $\frac{-9,4}{4,7}$; г) $\frac{-1,7}{8,5}$; е) $0,63 : \left(-\frac{7}{9}\right)$; з) $-3,4 : 3\frac{2}{5}$; к) $\frac{-1\frac{1}{7}}{3\frac{1}{14}}$.

4.318 Найдите x из пропорции:

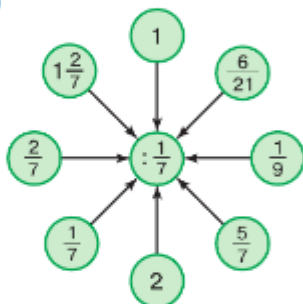


а) $\frac{x}{-1,4} = \frac{-7,3}{-28}$; б) $\frac{-8,4}{105} = \frac{-12,6}{x}$; в) $\frac{-2,5x}{14} = \frac{1}{-30}$; г) $\frac{-7\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2}} = \frac{x}{\frac{3}{25}}$.

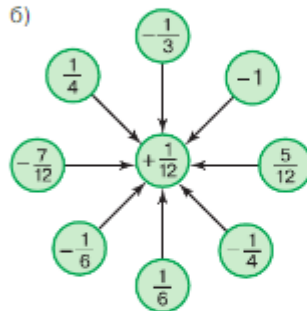


4.319 Вычислите.

а)



б)



4.320 Какими могут быть значения букв x и y , если: а) $xy = 0$; б) $xy \neq 0$?

В 4.321 При каких значениях a верно равенство:

а) $a = a^2$; б) $a = a^3$; в) $a^2 = a^3$?

4.322 Значение какого из выражений $(-a)^2$, $-a^2$, a^3 будет при любых значениях a положительным; отрицательным?

В 4.323 Проверьте справедливость равенства $|ab| = |a| \cdot |b|$ при $a = 0,1$; $b = -2$ и при $a = -\frac{1}{2}$;



$b = 3$. Докажите, что равенство $|ab| = |a| \cdot |b|$ верно при любых значениях a и b .

4.324 Выполните действия:

а) $-23 \cdot 5$; г) $-0,6 \cdot 0,2$; ж) $-2,4 \cdot (-5)$;
 б) $-\frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$; д) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$; з) $\left(\frac{1}{5} - \frac{3}{4}\right) \cdot (-4)$;
 в) $3\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{4}{11}\right)$; е) $(-2)^3$; и) $(-0,4 - 0,3) \cdot (-7)$.

В 4.325 Сколькими способами можно представить числа 25, 36 и 49 в виде произведения двух равных множителей? Запишите эти равенства.

4.326 Вычислите:

а) $-3,1 \cdot (-0,1) - 3,3 \cdot 0,01 - (-0,3) \cdot (-1,2)$;
 б) $(5,7 - 9,8 + 1,4 - 3,5 + 6,2) \cdot (-231)$.

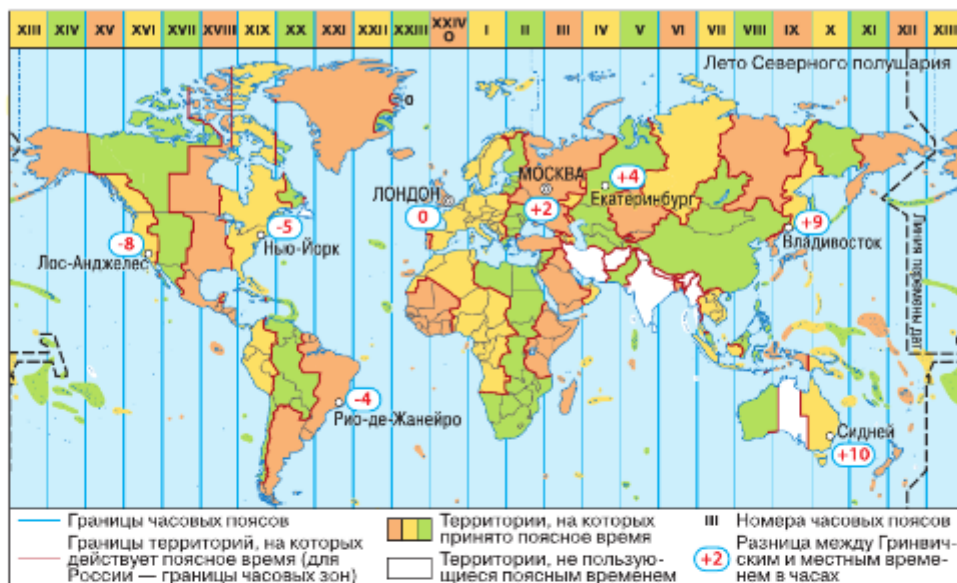


Рис. 4.47

Ц 4.327 *Развивай логику.* Определите по карте мира с часовыми поясами (рис. 4.47), какое время будет:

- а) в городах Екатеринбург и Рио-де-Жанейро, если в Москве полночь 12 июня;
б) в городах Лондон, Сидней и Лос-Анджелес, если в Москве 11 ч утра 12 июня;
в) в городах Нью-Йорк и Владивосток, если в Москве 6 ч утра 12 июня.

4.328 От пристани в одном направлении отправились два теплохода, скорости которых равны c км/ч и r км/ч. Сколько километров будет между ними через t ч? Для решения задачи составьте формулу, обозначив расстояние через s и зная, что $c < r$. Найдите по формуле:

- а) s , если $c = 23,7$, $r = 25,2$, $t = \frac{1}{5}$; в) c , если $s = 3,9$, $r = 18$, $t = \frac{3}{5}$;
б) t , если $s = 13,65$, $c = 16,3$, $r = 25,4$; г) r , если $s = 0,9$, $c = 21,3$, $t = \frac{1}{3}$.

4.329 Составьте формулу для решения предыдущей задачи, если от пристани теплоходы отправились в противоположных направлениях. Найдите по полученной формуле:

- а) s , если $c = 23,7$, $r = 25,2$, $t = \frac{1}{5}$; в) c , если $s = 19,8$, $r = 18$, $t = \frac{3}{5}$;
б) t , если $s = 33,36$, $c = 16,3$, $r = 25,4$; г) r , если $s = 34,5$, $c = 21,3$, $t = \frac{3}{4}$.

4.330 Найдите множество целых значений x , при которых верно неравенство:

- а) $-4,7 < x < 4,7$; б) $-6\frac{1}{7} < x < \frac{1}{5}$; в) $-0,6 < x < 6$.

4.331 Вычислите с помощью калькулятора:

- а) $-4,98 \cdot 0,265 - 3,4203$; б) $7,255 \cdot (-2,488) + 7,83044$.

Д

4.332 Выполните действие деления:

а) $68 : (-17)$; в) $-189 : (-9)$; д) $-93,7 : (-0,1)$;
 б) $-301 : 43$; г) $21,6 : (-1,2)$; е) $-57,38 : (-1,9)$.

4.333 Найдите частное:

а) $\frac{6}{11} : \left(-1\frac{4}{11}\right)$; в) $-1\frac{1}{6} : \left(-\frac{1}{2}\right)$; д) $0,1 : \left(-\frac{1}{23}\right)$;
 б) $-1\frac{2}{9} : 3\frac{2}{3}$; г) $-0,18 : \left(-2\frac{2}{5}\right)$; е) $-\frac{3}{7} : 2,4$.

4.334 Найдите корень уравнения:

а) $-7,42z = 70,49$; в) $9,43 \cdot (-c) = 22,632$; д) $-3,7 \cdot (-n) = -0,37$;
 б) $z : (-4,04) = -8,5$; г) $-\frac{4}{7}c = \frac{9}{14}$; е) $\frac{7}{9}n = -0,63$.

4.335 Выполните действия:

а) $(46 - 53) : 0,7$; д) $5,4 : (-0,2 \cdot 0,3)$;
 б) $(-42,6 - 57,4) : (-0,01)$; е) $-0,612 : (-0,4 \cdot 0,2 - 0,1)$;
 в) $(-34,1 + 44,9) : 2,7$; ж) $1\frac{7}{12} : \left(-\frac{5}{12} + \frac{1}{4}\right)$;
 г) $652,8 : (-95,1 + 93,5)$; з) $\left(-0,5 + \frac{2}{3}\right) : 3,2$.

4.336 Легковой автомобиль обогнал грузовик и через 25 мин был от него на расстоянии 15 км. С какой скоростью двигался легковой автомобиль, если скорость грузовика составляла 56 км/ч?

4.337 Вычислите значение выражения:

а) $(-0,8 \cdot 1,2 + 1,06) : (-0,5)$; б) $(-30,15 : 15 + 0,91) \cdot (-2,4)$.

4.338 Решите уравнение: а) $1\frac{3}{4} : 3,75 = 4x : 15$; б) $\frac{1}{2} : 13 = \frac{1}{3}x : 4\frac{1}{3}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

1 Вычислите:

а) $48 : (-3)$; б) $\left(-\frac{5}{6}\right) : \frac{3}{4}$; в) $|0,39| : |-1,3|$; г) $0 : (-19)$.

2 Найдите значение выражения:

а) $(3 - 13) : (-17 + 7)$; в) $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) : \left(-2\frac{17}{18} + 3\frac{17}{18}\right)$;
 б) $(-1,2 - 1,2) : (-1 - 2)$;

3 Решите уравнение:

а) $x : 8 = -4\frac{1}{8}$; б) $x : (-2,4) = -3,5 : 4$.

4 Определите знак выражения:

а) $(-4) : (-7) : \frac{1}{2} : \left(-\frac{4}{5}\right) : (-6)$; б) $-6 : 2 \cdot (-0,4) : \left(-1\frac{1}{4}\right) \cdot 4$.

35. Рациональные числа

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- рациональное число
- периодическая дробь

Число, которое может быть записано в виде $\frac{p}{q}$, где p — целое число, а q — натуральное число, называют **рациональным числом**.

Рациональным числом является любое целое число n , так как его можно записать в виде $\frac{n}{1}$.

$$\text{Например, } -4 = \frac{-4}{1}; \quad 5 = \frac{5}{1}; \quad 0 = \frac{0}{1}.$$

Рациональным числом будет и любая дробь.

Например, числа $-\frac{7}{9}$; $0,39$; $3\frac{5}{9}$; $-4,627$; $-5\frac{1}{3}$ рациональные, так как

$$-\frac{7}{9} = \frac{-7}{9}; \quad 0,39 = \frac{39}{100}; \quad 3\frac{5}{9} = \frac{32}{9}; \quad -4,627 = \frac{-4627}{1000}; \quad -5\frac{1}{3} = \frac{-16}{3}.$$

Сумма, разность, произведение и частное (делитель не равен 0) рациональных чисел тоже рациональные числа.

Например:

$$-\frac{4}{5} + \frac{4}{7} = \frac{-28 + 20}{35} = \frac{-8}{35}; \quad \frac{3}{8} - \frac{3}{4} = \frac{3 - 6}{8} = \frac{-3}{8};$$

$$-\frac{1}{6} \cdot 2\frac{3}{5} = \frac{-13}{30}; \quad -0,5 : \frac{7}{9} = -\frac{5 \cdot 9}{10 \cdot 7} = \frac{-45}{70} = \frac{-9}{14}.$$

Некоторые обыкновенные дроби вы уже умеете выражать в виде десятичных дробей.

$$\text{Например, } \frac{9}{25} = 0,36; \quad \frac{3}{4} = 0,75; \quad \frac{1}{20} = 0,05.$$

У этих дробей в разложении знаменателя на простые множители нет простых чисел, кроме 2 и 5.

Если в разложении знаменателя несократимой дроби $\frac{p}{q}$ на простые множители содержатся простые числа, отличные от 2 и 5, то эту дробь нельзя представить в виде десятичной.

Например, дробь $\frac{2}{3}$. При делении 2 на 3 получим нуль

9		25			
90		0,36			
75					
150					
150					
0					

целых, потом шесть десятых, а после этой дроби будет бесконечное количество цифр 6. Дробь $\frac{2}{3}$ нельзя представить в виде десятичной дроби.

$\frac{2}{3} = 0,666\dots$, где точка означает, что

цифра 6 повторяется бесконечно.

Дробь $\frac{2}{3}$ нельзя представить в виде

конечной десятичной дроби.

2		3			
20		0,66...			
18					
20					
18					
2					

где точки означают, что число раз.

Когда говорят, что дроби являются десятичными, то имеют в виду десятичную дробь.

десятичной дроби, то имеют в виду десятичную дробь.

	6		11		
	60		0,5454...		
	55				
	50				
	44				
	60				
	55				
	50				
	44				
	6				

Разделим 6 на 11 и получим

$$\frac{6}{11} = 0,545454\dots,$$

а разделив 1 на 6, получим

$$\frac{1}{6} = 0,16666\dots$$

В записях 0,666..., 0,5454... и 0,16666... одна или несколько цифр повторяются бесконечное число раз. Такие записи называют **периодическими дробями** или **десятичными периодическими дробями**.

Периодическую дробь 0,666... записывают 0,(6), дробь 0,5454... записывают 0,(54), а дробь 0,16666... записывают 0,1(6). Повторяющуюся цифру или группу цифр (6), (54) называют периодом дроби.

Любое рациональное число можно записать в виде десятичной дроби (в частности, целого числа) или периодической дроби.

- Получим приближение дроби $\frac{2}{3} = 0,666\dots$ с недостатком и с избытком:

$$\text{до десятых, получим } 0,6 < \frac{2}{3} < 0,7;$$

$$\text{до сотых, получим } 0,66 < \frac{2}{3} < 0,67;$$

$$\text{до тысячных, получим } 0,666 < \frac{2}{3} < 0,667 \text{ и т. д.}$$

Чем больше цифр взято в приближении данного числа, тем ближе получается конечная десятичная дробь к данному числу.

- ?** Какое число называют рациональным?
 Является ли рациональным числом натуральное число; целое число; десятичная дробь?
 Является ли рациональным числом сумма, разность, произведение рациональных чисел?
 Каким способом обыкновенную дробь можно представить в виде десятичной?
 Какую несократимую обыкновенную дробь нельзя записать в виде конечной десятичной дроби? Какой дробью её можно выразить?
 Как записывают периодическую дробь?

К

4.339 Назовите число, обратное данному, и число, ему противоположное:

- а) $\frac{3}{4}$; в) 15; д) $3\frac{1}{12}$; ж) -3,4;
 б) $-\frac{5}{9}$; г) -9; е) $-4\frac{3}{8}$; з) 12,5.

4.340 Следующие числа представьте в виде рационального числа $\frac{p}{q}$, где p — целое число, а q — натуральное число:

а) 4; 1; 0; -1; б) 0,35; 1,23; -3,18; -1,008; в) $2\frac{5}{7}$; $-\frac{2}{3}$; $-\frac{7}{12}$; $-3\frac{8}{9}$.

4.341 Значение выражения представьте в виде $\frac{p}{q}$, где p — целое число, q — натуральное число:

а) $-\frac{7}{9} + \frac{5}{18}$; б) $2\frac{4}{13} - 1\frac{11}{26}$; в) $\frac{5}{8} - \frac{7}{16}$; г) $1,3 - 4,5$.

4.342 Значение выражения представьте в виде $\frac{p}{q}$, где p — целое число, а q — натуральное число:

а) $\frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)$; б) $-2\frac{1}{7} \cdot 1,4$; в) $-1,3 \cdot \frac{15}{13}$; г) $-1\frac{6}{13} \cdot \frac{1}{19}$.

4.343 Значение выражения представьте в виде $\frac{p}{q}$, где p — целое число, а q — натуральное число:

а) $\frac{3}{5} : \left(-\frac{11}{15}\right)$; б) $0,56 : 0,8$; в) $-0,45 : (-0,15)$; г) $-\frac{1}{7} : 0,7$.

4.344 Запишите в виде десятичной дроби (конечной или периодической) число:

а) $\frac{4}{9}$; б) $\frac{8}{15}$; в) $\frac{29}{80}$; г) $\frac{11}{18}$; д) $6\frac{9}{20}$; е) $3\frac{7}{12}$; ж) $4\frac{7}{24}$; з) $2\frac{21}{56}$.

4.345 Какую из дробей можно представить в виде конечной десятичной дроби:

$$\frac{5}{8}; \frac{19}{21}; \frac{19}{35}; \frac{21}{35}; \frac{11}{250}; \frac{19}{40}; \frac{2}{9}; \frac{5}{12}; \frac{21}{56}; \frac{7}{32}?$$

4.346 Верны ли следующие равенства:

а) $0,555\dots = \frac{5}{9}$; в) $0,0202\dots = \frac{2}{99}$; д) $0,41666\dots = \frac{5}{12}$;
 б) $4,(148) = 4\frac{4}{27}$; г) $0,(12) = \frac{4}{33}$; е) $5,4(06) = 5\frac{67}{165}$?



Выражение $\frac{m}{n}$ можно прочесть разными способами:

- частное «эм» и «эн»;
- дробь: в числителе «эм», в знаменателе «эн»;
- дробь с числителем «эм» и знаменателем «эн»;
- дробь: «эм», делённое на «эн».

Периодические десятичные дроби читают так:

- 0,555... — нуль целых и пять в периоде;
- 0,(5) — нуль целых и пять в периоде;
- 7,5833... — семь целых пятьдесят восемь сотых и три в периоде;
- 7,5(8) — семь целых пять десятых и восемь в периоде.

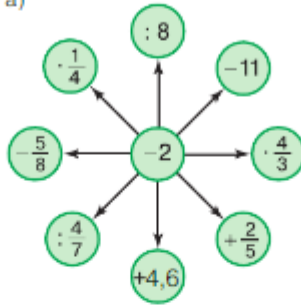
4.347 Запишите в виде двойного неравенства десятичные приближения с недостатком и с избытком дробей $\frac{4}{11}$ и $\frac{7}{27}$ до: а) десятых; б) сотых; в) тысячных.

4.348 Округлите дроби до сотых: $\frac{2}{15}$, $\frac{11}{30}$, $\frac{10}{11}$, $3\frac{9}{11}$, $\frac{3}{14}$.

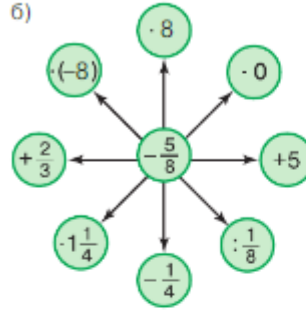


4.349 Вычислите.

а)



б)



4.350 Одинаковы ли знаки чисел m и n , если произведение этих чисел:

а) положительно; б) отрицательно?

4.351 Найдите значения a , при которых верно равенство:



а) $|a| = a$; в) $|-a| = a$; д) $a = -a$; ж) $|a| + a = 2a$;

б) $|a| = -a$; г) $|-a| = -a$; е) $|a| + a = 0$; з) $a - |a| = 2a$.

4.352 Найдите значение выражения:

а) $2a - 3 \cdot |c - 2|$ при $a = -2$ и $c = -3$;

б) $3m - 8 \cdot |n - 4|$ при $m = -1$ и $n = -2$;

в) $4 \cdot |2d - 5| + 5b - 3 \cdot |-5d + 2b|$ при $d = 2$ и $b = -3$;

г) $-5 \cdot |5 - 10x| - 4y - 4 \cdot |-2y - 2x|$ при $x = 1$ и $y = -6$.



4.353 Верно ли при любых значениях m и n :

а) если $m > 0$ и $n > 0$, то $mn > 0$; г) если $mn < 0$, то $m < 0$ и $n > 0$;

б) если $m < 0$ и $n < 0$, то $mn < 0$; д) $m : n = n : m$?

в) если $mn > 0$, то $m > 0$ и $n > 0$;

4.354 На координатной прямой отметьте целые числа:

а) модуль которых меньше 10,3 и больше 4;

б) кратные трём, модуль которых больше 3 и меньше $9\frac{5}{9}$.

4.355 Найдите частное:



а) $-40 : (-4)$; г) $4,2 : (-7)$; ж) $-\frac{7}{11} : \frac{7}{11}$;

б) $7 : (-50)$; д) $-4,8 : 2,4$; з) $-4\frac{2}{9} : (-6\frac{1}{3})$;

в) $-4 : 9$; е) $-7,2 : (-0,04)$; и) $-\frac{4}{5} : 1\frac{3}{5}$.

4.356 а) К какому из знаменателей можно привести дробь $\frac{7}{15}$: 40; 27; 45; 60; 80; 100; 1000?

б) Какую из дробей можно привести к знаменателю 90: $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{33}$?



4.357 Какие из дробей $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{25}$, $\frac{5}{6}$ можно представить в виде десятичной дроби?

4.358 Можно ли дробь $\frac{1}{a}$, если $a = 4$; $a = 25$; $a = 6$; $a = 8$:

- а) представить в виде десятичной дроби;
б) привести к знаменателю 100?

4.359 Вычислите:

- 1) $-3,78 : 4,2 + 49,49 : 4,9$; 4) $(1 - 1,4 \cdot 1,8) \cdot (-1,5)$;
2) $1,35 : (-1,5) + 98,98 : 9,8$; 5) $\left(\frac{2}{3} - \frac{7}{9}\right) : 1\frac{2}{9}$;
3) $(1 - 1,2 \cdot 1,7) \cdot (-3,5)$; 6) $\left(-\frac{3}{4} + \frac{15}{16}\right) : \left(-1\frac{1}{8}\right)$.



4.360 Представьте в виде рационального числа $\frac{p}{q}$ значение выражения:

- а) $-\frac{1}{8} + \frac{3}{16}$; в) $-\frac{4}{9} \cdot 1\frac{7}{11}$; д) $-1,25 : (-0,25)$;
б) $4,8 - 5,9$; г) $-4,8 \cdot (-1,4)$; е) $-1,6 : (-1,2)$.

7.361 Справедливо ли равенство:

- а) $0,777... = \frac{7}{9}$; б) $0,208(3) = \frac{5}{24}$?

4.362 Представьте дроби $\frac{5}{13}$, $\frac{19}{43}$, $\frac{6}{17}$ в виде десятичных дробей, округлённых до тысячных.

4.363 Между двумя мотоциклистами 44 км и скорость одного из них составляет $\frac{5}{6}$ скорости другого. Найдите скорость каждого мотоциклиста, если известно, что они едут навстречу друг другу и через 16 мин встретятся.

4.364 Выполните действия: $\frac{6,93 \cdot 5}{8,5 \cdot 3} + \frac{6,54 \cdot 7}{11,9 \cdot 6}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- Выберите неверное утверждение.
 - Сумма любых рациональных чисел равна нулю.
 - Произведение любых рациональных чисел есть рациональное число.
 - Любое целое число является рациональным числом.
- Вычислите:
 - $-\frac{3}{4} + \frac{6}{7}$; б) $3\frac{5}{5} - \frac{2}{5}$; в) $1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{10}$; г) $\frac{3}{8} : 2\frac{1}{4}$.
- Выберите среди чисел 23; -18; 0; $\frac{2}{23}$; -12,6; 4,8; -741; 525; $19\frac{3}{4}$; -14; 12,14:
 - натуральные; г) положительные;
 - целые; д) дробные неотрицательные.
- Запишите в виде десятичной дроби (конечной или периодической) число:
 - $\frac{7}{16}$; б) $\frac{5}{6}$.

36. Свойства действий с рациональными числами

Для рациональных чисел a , b и c остаются верными переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения, а также распределительное свойство умножения:

$a + b = b + a$ — переместительное свойство сложения;

$a + (b + c) = (a + b) + c$ — сочетательное свойство сложения;

$a \cdot b = b \cdot a$ — переместительное свойство умножения;

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ — сочетательное свойство умножения;

$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ — распределительное свойство умножения.

Применение этих свойств облегчает вычисления.

Например, при сложении нескольких положительных и отрицательных чисел можно сначала сложить отдельно положительные и отдельно отрицательные числа и найти их сумму.

Для любого рационального числа a имеем:

$a + 0 = a$ — прибавление нуля не изменяет числа;

$a + (-a) = 0$ — сумма противоположных чисел равна нулю;

$a \cdot 1 = a$ — умножение на 1 не изменяет рационального числа;

$a \cdot \frac{1}{a} = 1$, если $a \neq 0$ — произведение числа на обратное ему число равно 1;

$a \cdot 0 = 0$ — умножение числа на нуль даёт в произведении нуль.

Для любых рациональных чисел a и b имеем:

если $a \cdot b = 0$, то $a = 0$ или $b = 0$ (может случиться, что и $a = 0$, и $b = 0$) — произведение может быть равно нулю лишь в том случае, когда хотя бы один из множителей равен нулю.



Приведите примеры, показывающие справедливость свойств сложения и умножения рациональных чисел.

Когда произведение чисел равно нулю; единице?



4.365 С помощью букв m и n запишите переместительное свойство сложения. Подставьте значения букв:

а) $m = 0,9$, $n = 2,4$; б) $m = -2\frac{1}{4}$, $n = -4\frac{1}{8}$.

Проверьте получившиеся равенства.

4.366 С помощью букв m , n и k запишите сочетательное свойство сложения. Подставьте значения букв:

а) $m = -1,2$, $n = -1,8$, $k = 0,5$; б) $m = -2\frac{2}{9}$, $n = -2\frac{5}{9}$, $k = -2\frac{4}{9}$.

Проверьте получившиеся равенства.

4.367 Вычислите значение алгебраической суммы:

- а) $-23 + 72 + 37 - 21 - 36 + 51$;
 б) $3,26 - 4,34 - 4,01 + 6,28 + 1,36 - 5,55$;
 в) $3\frac{1}{3} + 5\frac{1}{6} - 2\frac{5}{8} - 7\frac{1}{4} - 1\frac{1}{8}$;
 г) $0,7 - \frac{7}{12} - \frac{1}{6} + 0,5 - \frac{1}{4} + 0,3$.

Какие свойства рациональных чисел вы использовали?

4.368 Вычислите, используя свойство противоположных чисел:

- а) $256 - 121 - 236 - 256 + 121$; в) $4\frac{5}{7} + 3\frac{3}{8} - 4\frac{1}{8} - 4\frac{5}{7} - 3\frac{3}{8}$;
 б) $-4,42 + 4,3 - 4,8 + 4,42 - 4,3$; г) $0,2 + 3\frac{2}{5} - 6,6 - 3,4 - \frac{1}{5} + 6,6$.

4.369 Упростите выражение:

- а) $a + 9 - a - 13$; в) $x - n + 5 - 11 + n$;
 б) $-n - m + 29 + m - 29$; г) $7,5 - s + 3,9 + x - 9,4 + s - x$.

4.370 Вычислите наиболее удобным способом:

- а) $9,9 + 4\frac{5}{7} - 3,9 - 2\frac{3}{7}$; в) $5\frac{11}{18} - \frac{7}{24} - 4\frac{3}{18} - 3\frac{5}{24} + 2\frac{1}{18}$;
 б) $2\frac{1}{6} - 5\frac{5}{11} - 10,5 + 7\frac{1}{3}$; г) $3\frac{4}{5} - 1,6 - 2\frac{1}{3} + 3,2 + 0,4 + 1\frac{7}{15}$.

4.371 С помощью букв m и n запишите переместительное свойство умножения. Подставьте значения букв:

- а) $m = -1,5$, $n = 2,4$; б) $m = -4\frac{1}{5}$, $n = -3\frac{1}{7}$.

Проверьте получившиеся равенства.

4.372 С помощью букв m , n и k запишите сочетательное свойство умножения. Подставьте значения букв:

- а) $m = 0,4$, $n = -0,5$, $k = 4,8$; б) $m = -\frac{3}{4}$, $n = -1\frac{2}{7}$, $k = -2\frac{1}{3}$.

Проверьте получившиеся равенства.

4.373 Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

- а) $2 \cdot (-50) \cdot 8 \cdot 11$; г) $-\frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{11}{18}\right) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \frac{9}{11}$;
 б) $15 \cdot 4 \cdot (-2) \cdot (-25)$; д) $-2\frac{1}{4} \cdot \left(-1\frac{5}{9}\right) \cdot (-4) \cdot (-9)$;
 в) $0,4 \cdot (-0,08) \cdot (-1,5) \cdot 12,5$; е) $-0,2 \cdot 2\frac{5}{8} \cdot (-0,5) \cdot \left(-\frac{8}{21}\right)$.

4.374 Положительное или отрицательное число получится при умножении:

- а) трёх отрицательных чисел и двух положительных чисел;
 б) двух отрицательных чисел и трёх положительных чисел;
 в) девяти отрицательных чисел и нескольких положительных чисел;
 г) сорока отрицательных и нескольких положительных чисел?

Сколько отрицательных множителей может быть в произведении, если оно: положительное; отрицательное?

4.375 Какой знак у произведения:

- а) $5 \cdot (-21) \cdot (-17) \cdot (-15) \cdot (-22) \cdot (-38) \cdot 70 \cdot 60$;
 б) $-4 \cdot (-5) \cdot (-7) \cdot (-2,2) \cdot 15 \cdot (-4,3) \cdot (-3,1)$?

4.376 Вспомните, когда произведение равно нулю, и решите уравнение:

- а) $6 \cdot (x - 7) = 0$; в) $2,9 \cdot (36 - x) = 0$;
 б) $-11 \cdot (5,4 + x) = 0$; г) $(2x - 8) \cdot 4,7 = 0$.

4.377 Найдите корень уравнения:

- а) $(z - 5) \cdot (z - 7) = 0$; в) $(2z + 6)(z - 4) = 0$;
 б) $(z + 2) \cdot (z + 9) = 0$; г) $(-z - 2)(14 - 7z) = 0$.

4.378 С помощью букв m , n и k запишите распределительное свойство умножения относительно сложения. Подставьте значения букв.

- а) $m = 0,4$, $n = -0,6$, $k = -0,5$; б) $m = -\frac{4}{11}$, $n = -\frac{5}{11}$, $k = -1\frac{2}{9}$.
 Проверьте получившиеся равенства.

4.379 Вычислите значение выражения наиболее удобным способом:

- а) $0,2 \cdot (-0,8) - (-0,9) \cdot (-0,8)$; в) $-\frac{7}{13} \cdot 0,7 + 0,6 \cdot \left(-\frac{7}{13}\right)$;
 б) $9 \cdot \left(-\frac{1}{11}\right) + 13 \cdot \left(-\frac{1}{11}\right)$; г) $\left(-\frac{1}{5} - \frac{9}{7}\right) \cdot (-70)$.



4.380 Выполните вычисления по схеме справа.

4.381 Вычислите сумму всех целых чисел между числами:

- а) -9 и 6 ; в) -28 и 20 ;
 б) -19 и 15 ; г) $-6,5$ и $13,5$.

4.382 Назовите корни уравнения:

- а) $|m| = 0$; б) $|z| = 4,8$; в) $|n| = -15\frac{1}{3}$.

4.383 Назовите значения a и c , при которых верны равенства или неравенства:

- а) $\frac{a}{c} = 1$; г) $\frac{c}{a} = 0$; ж) $\frac{a}{c} > 1$;
 б) $\frac{a}{c} = 0$; д) $\frac{a}{c} > 0$; з) $\frac{c}{a} < 1$.
 в) $\frac{a}{c} = -1$; е) $\frac{c}{a} < 0$;

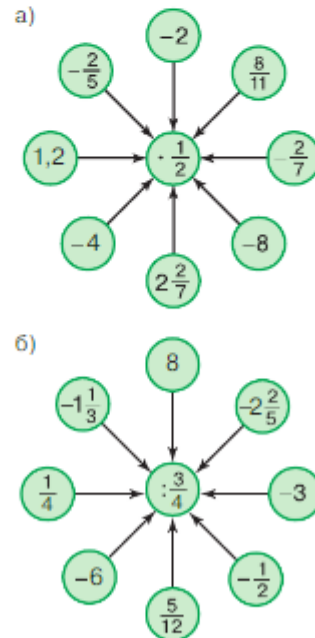
4.384 Выполните действия:

- а) $3 - \frac{1}{15} \cdot 3$; г) $9 : (-0,3)$; ж) $\frac{1}{6} - 4\frac{1}{3}$;
 б) $\left(4 - 1\frac{1}{7}\right) \cdot 7$; д) $2 - 2\frac{1}{9}$; з) $0,125 - \frac{1}{4}$.
 в) $0,25 \cdot (-8)$; е) $-1 : \frac{2}{9}$;

4.385 Сравните: а) 3^3 и 4^2 ; б) $(-3)^6$ и $(-4)^2$; в) $(-1)^3$ и $(-1)^2$.

4.386

- При каком n значение выражения наибольшее:
 а) $-|n|$; б) $3 - |n|$; в) $-|n - 1|$; г) $-|n - 3|$; д) $-(n - 1)^2$?

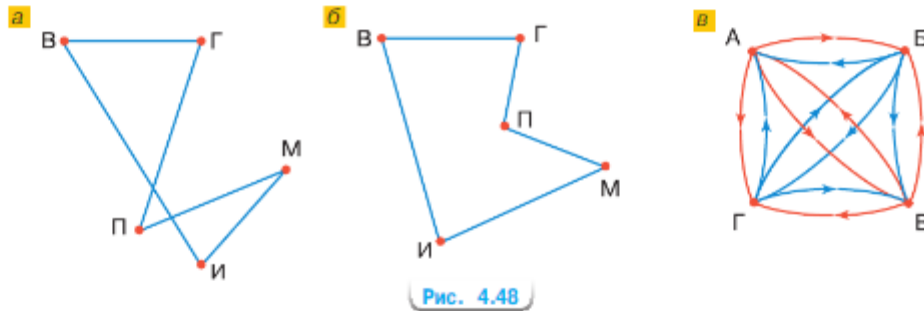


граф

Существуют специальные схемы (рис. 4.48), которые используются при решении некоторых типов математических задач. Эти схемы называются **графами**, точки — **вершинами графа**, а отрезки и дуги — **ребрами графа**.

Ц.4.387 *Развивай мышление.* Ответьте на вопросы, используя графы.

- а) Пять посёлков — Воробьёво, Горбово, Павлово, Михайлово и Иваново — соединены дорогами, как показано на рисунке 4.48, а. Какой посёлок соединён с каким? (Дорога — это ребро графа.)
- б) В спортивном зале собрались Витя, Ира, Петя, Галя и Максим (рис. 4.48, б). Оказалось, что каждый из детей знаком только с двумя другими. Кто с кем знаком? (Ребро графа означает «мы знакомы».)
- в) Можно ли использовать граф решения задачи а) для решения задачи б)?
- г) Составьте ещё задачу, которая решалась бы с помощью графов на рисунке 4.48, а, б.
- д) В концерте участвовали четверо шестиклассников, которые пели и играли на музыкальных инструментах. Кто из них пел, а кто играл (рис. 4.48, в)? (Красные рёбра графа исходят от певцов, а синие — от их аккомпаниаторов.)



- 4.388** Округлите числа 6,4954; 10,983; 3,0(6) до сотых; до десятых; до единиц.
- 4.389** 1) Сейчас между теплоходом и лодкой 4,8 км. Скорость лодки составляет $\frac{2}{3}$ скорости теплохода. Найдите скорости лодки и теплохода, если известно, что теплоход догонит лодку через $\frac{4}{5}$ ч.
- 2) Сейчас между бегуном и пешеходом 6 км. Скорость бегуна в 2,25 раза больше скорости пешехода. Найдите скорости пешехода и бегуна, если известно, что бегун догонит пешехода через $\frac{4}{5}$ ч.
- 4.390** Самолёт, вылетевший из Астрахани, находился на отметке 23 м ниже уровня моря. Когда самолёт поднялся в воздух, он оказался на отметке 4805 м над уровнем моря. На сколько метров поднялся самолёт?
- 4.391** Найдите значение выражения:
- 1) $(2,2365 : 0,71 - 2,35) \cdot 0,24 + 0,008$; 3) $-2,6 \cdot (3 - 3,8) + 4,2 \cdot (4 - 2,7)$;
 2) $(1,5225 : 0,29 - 3,45) \cdot 7,35 - 13,03$; 4) $-1,2 \cdot (5 - 3,7) + 2,9 \cdot (2 - 4,3)$.
- Проверьте ваши вычисления с помощью калькулятора.



4.392 Вычислите наиболее удобным способом:

- а) $-36 + (-20) + (-14) + 12 + 28$; г) $-5,4 + 7,9 + 3,2 + 5,4 - 3,2$;
 б) $43 + 15 + 92 - 43 - 15 - 92$; д) $7\frac{4}{11} - 5\frac{1}{9} - 8\frac{10}{11} + 2\frac{1}{3} - 4\frac{2}{9} + 3\frac{6}{11}$;
 в) $-9,6 - 7,8 + 5,3 - 4,8 + 2,5$; е) $5\frac{2}{22} - 8\frac{3}{11} - 7\frac{4}{13} + 8\frac{3}{11} + 7\frac{4}{13} - 5\frac{1}{22}$.

4.393 Упростите выражение:

- а) $-45 + a + 31$; в) $4,9 - 8,9 + c$; д) $\frac{7}{8} - 0,875 + x$;
 б) $a + 51 - 28$; г) $-0,33 + z - 0,55$; е) $p + \frac{5}{8} - \frac{3}{4}$.

4.394 Выполните действия:

- а) $-5 \cdot (-1,4) \cdot (-9)$; в) $-\frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} \cdot 2\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$;
 б) $-12,5 \cdot 4,8 \cdot (-2) \cdot (-4)$; г) $-0,3 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot 3,5 \cdot 10$.

4.395 Найдите значение выражения:

- а) $0,9 \cdot (-0,4) - 0,7 \cdot (-0,4)$; г) $1\frac{2}{3} \cdot 2,8 - 2\frac{2}{9} \cdot (-6,2)$;
 б) $-\frac{4}{13} \cdot 0,6 - 0,6 \cdot \left(-\frac{9}{13}\right)$; д) $\left(\frac{4}{7} - \frac{3}{5}\right) \cdot 35$;
 в) $-\frac{8}{11} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{11}$; е) $\left(-1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{9}\right) \cdot 18$.

4.396 Строители газопровода планировали проложить 25 км труб, а проложили 30,5 км труб. На сколько процентов строители газопровода выполнили план и на сколько процентов они его перевыполнили?

4.397 Автобус отправился от автовокзала, расположенного в центре города, в посёлок. Длина его маршрута составила 120 км. Из них 6 км он двигался по городу, 24 км — по грунтовой дороге, а остальное расстояние — по шоссе. Расход бензина на каждые 100 км составляет: по городу — 42 л, по грунтовой дороге — $\frac{5}{6}$ от расхода по городу, а по шоссе — на 20 % меньше, чем по грунтовой дороге. Сколько литров бензина израсходовал автобус на путь туда и обратно?

4.398 Когда Ярослав вышел с самокатом из дома, он увидел впереди друга Андрея, который тоже шёл в школу. Через 3 мин Ярослав догнал друга. С какой скоростью шёл Андрей, если скорость передвижения Ярослава была 8 км/ч и первоначальное расстояние между мальчиками равнялось 100 м?

4.399 Вычислите:

- а) $-15,5 \cdot (-5,4 + 248,4 : 6,9)$; в) $-11,136 : 3,2 - 0,3 \cdot 1,2$;
 б) $-17,5 \cdot (-9,4 + 151,2 : 5,4)$; г) $-1,4 \cdot 0,9 - 16,523 : 4,1$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- 1 Установите соответствие между формулой и названием свойства действий с рациональными числами.

А. $a + b = b + a$	1. Распределительное свойство
Б. $a + (b + c) = (a + b) + c$	2. Сочетательное свойство сложения
В. $(a + b) \cdot c = ac + bc$	3. Переместительное свойство умножения
Г. $a \cdot b = b \cdot a$	4. Сочетательное свойство умножения
Д. $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$	5. Переместительное свойство сложения
- 2 Вычислите удобным способом:
 - а) $23 \cdot (-6) + 27 \cdot (-6)$;
 - б) $-1\frac{1}{6} \cdot 6 - 1\frac{1}{6} \cdot 9 - 1\frac{1}{6} \cdot 3$;
 - в) $-4\frac{1}{7} + 4,8 - 6\frac{6}{7}$.
- 3 Сравните значения выражений:
 - а) $-3,75 \cdot 0$ и $24 \cdot 1$;
 - б) $-3\frac{7}{8} \cdot 12$ и $-12 \cdot 3\frac{7}{8}$.
- 4 Составьте числовое выражение и вычислите его значение: к сумме чисел $-18,4$ и $3,16$ прибавить число $12,47$.
- 5 Запишите число в виде дроби с положительным знаменателем:
 - а) $\frac{23}{-24}$;
 - б) $\frac{-12}{-25}$;
 - в) $-\frac{33}{-35}$;
 - г) $\frac{-45}{-49}$.
- 6 Найдите значение выражения $\left(-\frac{5}{12} + \frac{11}{16}\right) : \left(-\frac{13}{72}\right)$.



Современную жизнь невозможно представить без чисел. Люди сталкиваются с ними ежедневно, производят десятки, сотни и тысячи действий с ними в уме, на бумаге и при помощи компьютеров. В математике нет более важного понятия, чем число.

Понятие натурального числа возникло ещё в доисторические времена при счёте предметов. Сначала люди использовали только три понятия: один, два и много, поэтому в древних языках (например, в древнегреческом) существует три формы существительных: в единственном, двойственном и множественном числе.

У коренных австралийцев и полинезийцев до недавнего времени было только два числительных: один и два, а остальные числа они получали, комбинируя их. К примеру, число три — это два и один, четыре — два и два. Это соответствует двоичной системе счисления, которая используется в вычислительной технике.

Уже с первого обмена предметами человек начал учиться сравнивать их количество. Появились понятия «больше», «меньше», «равно». С появлением натуральных чисел был сделан важный шаг к возникновению математики.

В древности натуральный ряд чисел был конечным. Количество, которое люди не могли себе вообразить, обозначалось словами «тьма», «легион», «множество» и т. д.



Архимед

Знаменитый Архимед (III в. до н. э.) в своём труде «Псаммит» («Исчисление песчинок») расширил эти понятия. Он точно подсчитал количество крохотных частичек, которые могли бы занять весь объём шара диаметром 15 000 000 000 000 км. До Архимеда греки знали числа до 10 000 000 триад. Название «триада» происходит от греческого «мирос», что в переводе означает «невероятно огромное». Архимед использовал в своих расчётах понятие «триада триад». Самое большое число, которое смог описать учёный, содержит 80 000 000 000 000 000 нулей. Если напечатать это число на бумажной ленте, то ей можно опоясать весь земной шар по экватору более двух миллионов раз. Множество натуральных чисел принято обозначать N .

Развитие земледелия, строительство и наблюдения за звёздами требовали развития чисел. Первое расширение понятия числа произошло при присоединении к натуральным числам дробных чисел. Математики Древнего Египта, Месопотамии и Вавилона не только активно использовали обыкновенные дроби, но даже могли решать с их помощью задачи.

Понятие нуля было введено в Индии, и это позволило записывать громадные натуральные числа, так как нулём стали обозначать отсутствие разрядных единиц в десятичной записи числа.

Отрицательные числа впервые описал Диофант (III в.) и постоянно применял их в промежуточных вычислениях в своих книгах. Но использовались они только в Индии, практически одновременно с понятием нуля. В XIX в. отрицательные и положительные числа стали равноправными.

Множество рациональных чисел обозначают Q , а множество целых — Z . Множество N натуральных чисел является подмножеством целых чисел, а множество целых чисел является подмножеством рациональных чисел (рис. 4.49).

Множество рациональных чисел обладает замечательным свойством замкнутости по отношению к четырём арифметическим действиям. Это значит, что сумма, разность, произведение

и частное (кроме деления на нуль) любых двух рациональных чисел является снова рациональным числом.

Множество рациональных чисел упорядочено, т. е. для любых двух чисел a и b либо $a > b$, либо $b > a$.

Оно обладает свойством плотности: между любыми двумя различными рациональными числами находится бесконечно много рациональных чисел.

Это позволяет с помощью рациональных чисел осуществлять измерение с любой степенью точности. Множество рациональных чисел оказывается достаточным для удовлетворения многих практических потребностей людей.

Кроме рациональных чисел существуют и другие числа. Некоторые из них были обнаружены в результате геометрических построений и измерений. Одно из таких чисел — число π , выражающее отношение длины окружности к её диаметру. Оно не может быть представлено в виде рационального числа, так как является бесконечной *непериодической* десятичной дробью. Такие числа называют **иррациональными**. Первое доказательство существования иррациональных чисел обычно связывают с Пифагорейской школой.

Множества рациональных и иррациональных чисел образуют множество действительных чисел. Целые числа заполняют не всю координатную прямую (рис. 4.50), а действительные числа заполняют всю координатную прямую. Действительные и иррациональные числа будут изучаться в курсе алгебры.

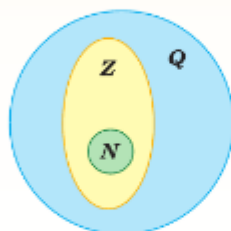


Рис. 4.49



Рис. 4.50

ПРИМЕНЯЕМ МАТЕМАТИКУ

1. На теневой стороне Луны (не на полюсах) температура опускается до -173°C , а на стороне, обращённой к Солнцу, она может достигать $+127^{\circ}\text{C}$ в зависимости от степени освещённости. Температура лунных пород на глубине 1 м постоянна и равна -35°C . Чему равен перепад температур: а) между теневой и солнечной сторонами; б) на поверхности и на глубине 1 м?
2. На солнечной стороне планеты Меркурий (самая близкая к Солнцу планета) температура достигает $+350^{\circ}\text{C}$, а на теневой стороне температура равна -170°C . На сколько температура на солнечной стороне больше температуры на теневой стороне? Ответ округлите до сотых.



Луна



Меркурий

3. Королевский пингвин способен выдерживать температуру до -60°C . Самым морозостойчивым животным в мире является полярная утка, которая может выдерживать температуру на 50°C ниже. Белые медведи выдерживают температуру на 20°C ниже, чем пингины, что на 45°C ниже температуры, которую выдерживают моржи. Какие температуры выдерживают белые медведи, моржи и полярные утки?
4. Альпинисты планируют подъём в горы на высоту 5860 м. Через каждый километр подъёма термометр показывает примерно на 6°C меньше. Нужно ли им приобрести зимнее снаряжение для этой экспедиции? Рассчитайте температуру воздуха на этой высоте, если у подножия горы 14°C .
5. Ярослав живёт на семнадцатом этаже многоэтажного дома с подземным трёхэтажным гаражом (в лифте они указаны числами -1 , -2 , -3). Может ли Ярослав, выйдя из своей квартиры, спуститься на лифте на девятнадцать этажей? Какую кнопку он должен нажать?

6. В таблице указаны доходы и расходы фирмы за первый и второй кварталы.
 - а) Заполните последнюю колонку таблицы.
 - б) Поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристики доходов и расходов.

Месяц	Доход, млн р.	Расход, млн р.	Разница между доходом и расходом, млн р.
Январь	120	115	
Февраль	130	135	
Март	145	125	
Апрель	125	125	
Май	135	95	
Июнь	155	105	

МЕСЯЦ

ХАРАКТЕРИСТИКА

- | | |
|------------|---|
| А. Февраль | 1. Расход в этом месяце больше, чем расход в предыдущем |
| Б. Март | 2. Наибольшая разница между доходом и расходом |
| В. Май | 3. Наибольший доход в период с февраля по май |
| Г. Июнь | 4. Доход в этом месяце меньше, чем в последующем |

- в) Составьте свою таблицу доходов и расходов за месяц.

7. Россия — самое большое государство, её площадь 17,125 млн км². Она имеет огромную протяжённость с востока на запад, поэтому на всей территории установлено 11 часовых зон (рис. 4.51).



Рис. 4.51

- а) Определите местное время в Магадане, Калининграде, если в Красноярске 2 ч ночи.
- б) Определите местное время в Москве, Астрахани, Екатеринбурге, Анадыре, если в Якутске 19 ч 27 мин.
- в) Сколько часов составляет разница во времени между Калининградом и Владивостоком?
- г) Во сколько нужно позвонить из Екатеринбурга во Владивосток, чтобы звонок приходился на промежуток времени с 9 до 10 ч местного времени?
- д) Самолёт вылетел из Москвы в 18 ч 35 мин по московскому времени и приземлился в Иркутске в 7 ч 00 мин по местному времени. Сколько времени длился полёт самолёта?
- е) Самолёт вылетел из Якутска в 15 ч 23 мин по местному времени и приземлился в Санкт-Петербурге через 6 ч 40 мин. Во сколько самолёт приземлился по московскому времени?
8. В таблице показана информация об изменении за месяц цен на акции компаний.

Название компании	Цена акции, р.	Изменение стоимости, р.	Изменение стоимости, %
«Цифра»	139,17	-4,8	
«Угол»	84,01	+2,6	
«Вектор»	49,00	+2,4	
«Модуль»	111,58	-3,7	
«Дробь»	60,43	+5,3	

Рассчитайте изменение стоимости акции в процентах. У какой компании показатели лучше?



§ 5. Решение уравнений

37. Раскрытие скобок

С помощью букв записывают правила, свойства, формулы, уравнения, неравенства. В пункте 32 была получена формула

$$m - n = m + (-n),$$

которая позволила записать разность чисел в виде алгебраической суммы. В виде алгебраической суммы можно записать и выражение, содержащее буквы $4 - n - 5 + 2 \cdot m - 0,5 \cdot m \cdot n$. В этом выражении 4 , $-n$, -5 , $2 \cdot m$, $-0,5 \cdot m \cdot n$ являются слагаемыми.

Например, выражения $5 + (a + 6)$, $5 + (a - 6)$ и $5 + (-a + 6)$ можно записать в виде алгебраической суммы:

$$\begin{aligned} 5 + (a + 6) &= 5 + a + 6, & 5 + (a - 6) &= 5 + a - 6, \\ 5 + (-a + 6) &= 5 + (-a) + 6 = 5 - a + 6. \end{aligned}$$

Такие преобразования выражений называют **раскрытием скобок**.

раскрытие скобок со знаком «+» перед скобками

Если перед скобками стоит знак «плюс», то скобки и знак «плюс» можно опустить, сохраняя знаки слагаемых в скобках.

Если первое слагаемое в скобках записано без знака, то его надо записать со знаком «плюс».

$$\begin{aligned} a + (-b + c) &= a + (-b) + c = a - b + c; \\ a + (b + c) &= a + b + c. \end{aligned}$$

Пример 1. Вычислим значение выражения

$$-17,45 + (17,45 - 8,126).$$

Раскроем скобки и получим

$$\begin{aligned} -17,45 + (17,45 - 8,126) &= -17,45 + 17,45 - 8,126 = \\ &= 0 - 8,126 = -8,126. \end{aligned}$$

Найдём значение выражения $-(-8 + 3)$.

Способ 1. Это значение можно получить, сложив сначала числа -8 и 3 , а затем найти число, противоположное этой сумме:

$$-(-8 + 3) = -(-5) = 5.$$

Способ 2. Это же значение можно получить по-другому: записать числа, противоположные слагаемым (изменить их знаки), а потом сложить:

$$-(-8 + 3) = 8 + (-3) = 8 - 3 = 5.$$

Чтобы записать сумму, противоположную сумме нескольких слагаемых, надо изменить знак каждого слагаемого:

$$-(a + b) = -a - b.$$

Найдём значение выражения $21 - (10 - 19 + 5)$.

Поставим знак «+» перед скобками и изменим знак каждого слагаемого:

$$\begin{aligned} 21 - (10 - 19 + 5) &= 21 + (-10 + 19 - 5) = \\ &= 21 - 10 + 19 - 5 = 21 + 19 - 10 - 5 = 40 - 15 = 25. \end{aligned}$$

раскрытие скобок со знаком «-» перед скобками

Если перед скобками стоит знак «минус», то скобки и знак «минус» можно опустить, изменив знак каждого слагаемого в скобках на противоположный:

$$a - (b - c) = a - b + c.$$

Пример 2. Вычислим значение выражения

$$8,49 - (8,49 - 1,32).$$

Раскроем скобки и заменим знаки слагаемых:

$$8,49 - (8,49 - 1,32) = 8,49 - 8,49 + 1,32 = 0 + 1,32 = 1,32.$$

При вычислении суммы нескольких слагаемых раскрытие скобок и использование переместительного и сочетательного свойств сложения упрощают вычисления.

Пример 3. Вычислим значение выражения

$$(-5 - 30) + (7 + 21) - (9 - 3) - 4.$$

Раскроем скобки, сложим отдельно все положительные и отдельно все отрицательные числа и затем сложим полученные результаты:

$$\begin{aligned} (-5 - 30) + (7 + 21) - (9 - 3) - 4 &= \\ &= -5 - 30 + 7 + 21 - 9 + 3 - 4 = \\ &= (7 + 21 + 3) + (-5 - 30 - 9 - 4) = \\ &= 31 - 48 = -17. \end{aligned}$$

Пример 4. Вычислим значение выражения

$$-8\frac{3}{5} + 4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{3}.$$

Представим каждое смешанное число в виде суммы целой и дробной частей и раскроем скобки. Затем найдём сумму отдельно целых и отдельно дробных частей, потом сложим полученные результаты:

$$\begin{aligned} -8\frac{3}{5} + 4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{3} &= -\left(8 + \frac{3}{5}\right) + \left(4 + \frac{5}{6}\right) - \left(2 + \frac{1}{3}\right) = \\ &= -8 - \frac{3}{5} + 4 + \frac{5}{6} - 2 - \frac{1}{3} = \\ &= (-8 + 4 - 2) + \left(-\frac{3}{5} + \frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) = \\ &= -6 + \frac{-18 + 25 - 10}{30} = -6 + \frac{-3}{30} = -6 - \frac{1}{10} = -6,1. \end{aligned}$$



Сформулируйте правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «+».
 Как записать сумму, противоположную сумме нескольких чисел?
 Сформулируйте правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «-».

К

5.1 Раскройте скобки:

а) $46 + (51 + 34)$; в) $3,71 + (4,5 - 3,71)$;
 б) $72 - (11 - 28)$; г) $4,8 - (11,3 + 2,5)$.

5.2 Раскройте скобки:

а) $a + (b - c)$; б) $a - (b + c)$; в) $c + (-a + b)$; г) $a - (-b - c)$.

5.3 Вычислите значение выражения:

а) $-(-3,48 + 2,13)$; б) $-(8,29 - 4,56)$; в) $-(-\frac{5}{9} - \frac{1}{3})$.

5.4 Раскройте скобки и вычислите:

а) $33 + (3,5 + 67)$; в) $33 - (40 + 100)$;
 б) $(3,8 - 18) + 9,4$; г) $-(90 - 23) + 77$.

5.5 Раскройте скобки:

а) $-a + (m - n)$; в) $a - (b - k - n)$; д) $(m - n) - (p - k)$;
 б) $c + (-a - b)$; г) $-(a - b + c)$; е) $-(a + b) + (-c + d)$.



5.6 Раскройте скобки и вычислите:

а) $3,8 + (4,9 - 3,8)$; д) $1,7 + (4,8 - 1,7 + 6,2)$;
 б) $-3,14 + (-2,53 + 3,14)$; е) $4,12 - (4,51 + 4,12 - 5,51)$;
 в) $8,9 - (5,9 - 7,2)$; ж) $(1,3 + 3,86) - (1,3 - 4,36)$;
 г) $-4,2 - (5,45 - 20,2)$; з) $(8,81 - 4,36) - (5,64 + 8,31)$.

5.7 Раскройте скобки и найдите значение суммы:

а) $\frac{5}{9} + (\frac{4}{9} - \frac{7}{11})$; г) $\frac{7}{15} - (\frac{4}{15} - \frac{4}{5})$; ж) $(4\frac{1}{4} - 6\frac{8}{11}) + (6,75 - 3\frac{3}{11})$;
 б) $5\frac{3}{7} + (-\frac{3}{7} - \frac{8}{9})$; д) $6\frac{7}{9} - (3\frac{4}{9} + 2\frac{1}{3})$; з) $(9\frac{7}{18} - 2,7) - (4\frac{1}{18} + 2,3)$.
 в) $4,32 + (\frac{12}{13} - 3,32)$; е) $-9\frac{11}{12} - (\frac{1}{4} - \frac{5}{12})$;

5.8 Выразите в виде алгебраической суммы:

а) $1,6 + (n - 33)$; г) $(14 - c) - 10\frac{8}{15}$; ж) $\frac{3}{4} - (\frac{1}{4} - y)$;
 б) $(11 - z) + \frac{2}{9}$; д) $x + (10,8 - x)$; з) $-11,9 - (-n - 11,9)$.
 в) $-0,23 + (5,03 - n)$; е) $-c + (c - 2,2)$;

5.9 Упростите выражение:

а) $x - (x - z)$; г) $z + (y - x - z)$; ж) $-(k - d) - (s + d)$;
 б) $-(b - d) - d$; д) $a + (-b + c - d)$; з) $-(s + d) - (z + d)$;
 в) $c - (a + c)$; е) $-c - (n - c + r)$; и) $n - (c + n) - (-c - n)$.

5.10

Запишите сумму выражений и упростите её:
 а) $-3 - x$ и $x + 7,5$; в) $n + 21$ и $-21 + m$; д) $-z + m$ и $-z - m$;
 б) $2,7 + c$ и $-c - 48$; г) $x + z$ и $y - z$; е) $a - c$ и $c - a$.

5.11 Запишите разность выражений и упростите её:

- а) $-14 + c$ и $c + 70,8$; в) $x + a$ и $c + x$; д) $-x - a$ и $x + a$;
 б) $2,6 - a$ и $-a + 7\frac{2}{5}$; г) $-a + b$ и $b - a$; е) $n - c$ и $-c + n - b$.

5.12 Раскройте скобки и решите уравнение:



- а) $9,8 - (7,8 - x) = 7,3$; г) $(z + 5) - 21 = -30$;
 б) $-9 + (c - 31) = -6$; д) $-(20 - c) + 41,2 = -23,8$;
 в) $\frac{39}{44} - \left(\frac{5}{44} - x\right) = \frac{7}{11}$; е) $\left(y + \frac{10}{15}\right) - \frac{4}{15} = 1,9$.

5.13 Решите, составив уравнение, задачу.

- а) В первом букете 17 цветков, а во втором 23. Из первого букета взяли несколько цветков, а из второго — столько, сколько осталось в первом. После этого во втором букете осталось 9 цветков. Сколько цветков взяли из первого букета?
 б) Площадь первого поля 15 га, второго на 2 га больше, чем третьего. Чему равна площадь второго поля, если общая площадь трёх полей 55 га?

5.14 Найдите значение суммы:



- а) $-6\frac{2}{6} + 4\frac{5}{9}$; б) $2\frac{4}{15} - 3\frac{11}{20}$; в) $-2\frac{2}{15} - 4\frac{7}{10}$; г) $-8\frac{5}{6} + \frac{7}{10}$.

5.15 Найдите значение выражения:



- а) $2\frac{3}{6} + 3\frac{5}{9} - 6\frac{3}{12}$; в) $4\frac{1}{6} - 9\frac{4}{9} + 3\frac{7}{12}$;
 б) $4\frac{1}{4} - 3\frac{2}{3} - 2\frac{7}{8}$; г) $7\frac{1}{5} - 4\frac{2}{15} - 9\frac{2}{3}$.



5.16 Вычислите x на схеме справа.

5.17 При каком значении x получим наибольшее значение выражения:

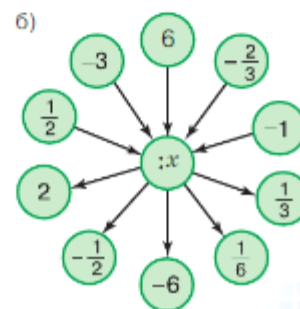
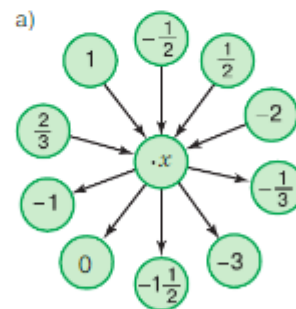
- а) $236 - x$ при $x = 79$; $x = -27$; $x = 0,23$; $x = -6\frac{3}{7}$;
 б) $-60x$ при $x = 0,5$; $x = -0,6$; $x = 9$; $x = -3\frac{1}{4}$;
 в) $x : (-0,5)$ при $x = 27,5$; $x = -4,5$; $x = -2\frac{1}{2}$; $x = 9$?

5.18 Запишите пять последовательных целых чисел, если:

- а) меньшее из них равно -235 ;
 б) меньшее из них равно a ;
 в) большее из них равно 1;
 г) большее из них равно n .

5.19 Вычислите координаты середины A отрезка MN , если:

- а) $M(-7)$ и $N(9)$;
 б) $M(-4)$ и $N(3)$;
 в) $M(-5,5)$ и $N\left(2\frac{1}{2}\right)$;
 г) $M(-7)$ и $N\left(-1\frac{1}{5}\right)$.



5.20 Какой знак неравенства надо поставить вместо знака вопроса, чтобы выражение $a \cdot c ? 0$ было верным при:

- а) $a > 0, c > 0$; в) $a < 0, c < 0$; д) $a = 0, c < 0$;
 б) $a > 0, c < 0$; г) $a > 0, c = 0$; е) $a = 0, c = 0$?

В5.21 Решите с помощью графа задачу: «У Коли, Пети, Миши и Володи мячи разных цветов (красный, синий, белый, голубой). На вопрос «У кого какой мяч?» три мальчика ответили: 1) «У Миши синий мяч, у Володи белый»; 2) «У Миши красный мяч, у Пети синий»; 3) «У Коли синий мяч, у Володи голубой». В каждом ответе только одна часть правда. Какого цвета мяч у каждого мальчика?»

5.22 Вычислите наиболее удобным способом:

- а) $48 - 9 + 23 - 48 + 9 - 23$; в) $-\frac{4}{5} \cdot \frac{9}{11} \cdot 1\frac{1}{4}$; д) $\frac{4}{9} \cdot \frac{7}{8} + \frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)$;
 б) $\frac{5}{6} + 0,7 - \frac{5}{6} + 0,3$; г) $-\frac{7}{8} \cdot (-4,8) \cdot 1\frac{1}{7} \cdot (-10)$; е) $\left(\frac{1}{3} + \frac{5}{8}\right) \cdot (-24)$.

5.23 Представьте в виде:



- а) десятичных дробей числа: $\frac{2}{5}$; $4\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $5\frac{7}{20}$; $1\frac{5}{8}$;
 б) обыкновенных дробей числа: 2,4; 4,5; 0,25; 2,55; 6,625.

5.24 Найдите x из пропорции: 1) $2,5x : 14 = \frac{1}{7} : 30$; 2) $36 : 35 = \frac{1}{5}x : \frac{1}{12}$.

5.25 Решите уравнение:



- 1) $(13,4 - y) \cdot 4,3 - 20,05 = 78,05 + 6,7y$; 2) $(16,2 - x) \cdot 3,2 - 50,08 = -8,12 - 5,1x$.



5.26 Раскройте скобки и вычислите:

- а) $7,646 - (6,9 - 2,054)$; г) $\left(3\frac{5}{8} + 2\frac{2}{13}\right) - \left(2\frac{7}{8} + 1\frac{2}{13}\right)$;
 б) $4,17 + (9,182 - 4,17)$; д) $-\left(3,69 - 6\frac{2}{13}\right) - \left(1,31 - 8\frac{11}{13}\right)$;
 в) $\frac{4}{9} + \left(\frac{1}{9} - \frac{2}{3}\right)$; е) $-\left(\frac{5}{8} + 2,43\right) - \left(-5,93 - \frac{1}{4}\right)$.

5.27 Запишите в виде алгебраической суммы:

- а) $0,4 - (a - 5,5)$; в) $4,8 - (a - 11,3)$; д) $x - (y + x)$;
 б) $n - (17,3 + n)$; г) $10 - \left(9\frac{5}{6} - z\right)$; е) $(a - c) - (a + c)$.

5.28 Найдите корень уравнения:

- а) $7,2 - (z - 6,1) = 6,3$; г) $-\frac{8}{9} - (n - 1) = \frac{7}{18}$;
 б) $-2,9 + (y - 5,3) = -3,4$; д) $1\frac{5}{9} - \left(s + \frac{4}{9}\right) = \frac{2}{3}$;
 в) $4,4 - (a - 5,6) = 100$; е) $-5\frac{4}{7} + \left(-\frac{5}{14} + z\right) = 3\frac{1}{7}$.

5.29 Вычислите значение выражения:

- а) $4\frac{2}{15} - 3\frac{3}{10} - 2\frac{1}{6}$; в) $24\frac{2}{35} - 18\frac{5}{14} - 5\frac{3}{10}$;
 б) $7\frac{5}{21} - 14\frac{1}{7} + 6\frac{1}{14}$; г) $1\frac{2}{9} + 2\frac{5}{6} - 35\frac{1}{5}$.

- 5.30 Решите задачу, составив пропорцию:
 а) Чему равна масса 50 л бензина, если масса 15 л бензина равна 10,8 кг?
 б) Сколько сушёных грибов получится из 0,09 т свежих, если из 18 кг свежих белых грибов получается 2 кг сушёных?
- 5.31 Бригада устанавливала в новом доме за смену 24 пластиковых окна, затрачивая на установку одного окна $\frac{1}{3}$ ч. На сколько процентов повысится производительность труда этой бригады, если на установку окна будет затрачено $\frac{4}{15}$ ч?
- 5.32 Решите уравнение: а) $9,6 : 3 = 3,6 : \left(\frac{1}{4}x\right)$; б) $6 : (4x) = 2,6 : 8\frac{2}{3}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

- 1 Раскройте скобки и вычислите:
 а) $-(18 - 6)$; в) $-(-9,1 - 1,1)$;
 б) $-6 + (-2 + 7)$; г) $-\left(3\frac{11}{18} - 5,7\right) + \left(4\frac{17}{18} + 2,3\right)$.
- 2 Определите, какие знаки должны стоять в рамках, и вычислите:
 а) $9 + (12 - 8) = 9 \square 12 \square 8$; б) $-2,5 - (-0,3 + 7) = -2,5 \square 0,3 \square 7$.
- 3 Составьте сумму выражений и упростите:
 а) $x + 12$ и $16 - x$; б) $a - b$ и $b - a + c$.
- 4 Решите уравнение $-8 + (u - 42) = -7$.

38. Коэффициент

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- числовой коэффициент

Свойства умножения позволяют в произведении рациональных чисел расставлять скобки и менять местами множители, т. е. упрощать выражения, выбирая удобный порядок выполнения действий.

Пример 1. Упростим выражение $1,4x \cdot (-0,6z)$.
 Сгруппируем (заклучим в скобки) отдельно числовые и отдельно буквенные множители и получим

$$\begin{aligned} 1,4x \cdot (-0,6z) &= 1,4 \cdot x \cdot (-0,6) \cdot z = \\ &= (1,4 \cdot (-0,6)) \cdot (x \cdot z) = -0,84xz. \end{aligned}$$

Можно записать короче:

$$1,4x \cdot (-0,6z) = -0,84xz.$$

Числовой множитель $-0,84$, стоящий перед буквенными множителями, называют **коэффициентом** в полученном выражении.

Числовой множитель в выражении, которое является произведением числа и одной или нескольких букв, называют **числовым коэффициентом** (или просто **коэффициентом**).

Например, в выражениях $7vn$, $-5,78xz$ и $\frac{3}{4}s$ коэффициенты соответственно равны 7, $-5,78$ и $\frac{3}{4}$. В выражении $-2 \cdot (-n) \cdot (-m) \cdot 8$ числа -2 и 8 не являются коэффициентами. В этом выражении коэффициент равен -16 . Коэффициент обычно пишут перед буквенными множителями.

Коэффициентом выражения x или xz считают 1, так как $x = 1 \cdot x$; $xz = 1 \cdot xz$.

Коэффициентом выражения $-n$ считают число -1 , так как $-1 \cdot n = -n$.

Пример 2. Найдём коэффициент выражения $-m \cdot (-n)$. Так как $-m \cdot (-n) = mn$, то коэффициент выражения $-m \cdot (-n)$ равен 1.

? Что такое числовой коэффициент выражения? Сколько коэффициентов может быть в выражении? Какой коэффициент в выражениях ct и $-ct$?

К

5.33 Назовите коэффициент выражения:

- а) $9m \cdot 5$; в) $5c \cdot (-9)$; д) $-a \cdot c$;
б) $-3 \cdot (-23x)$; г) $-2a \cdot 14$; е) $-x \cdot (-z)$.

5.34 Упростите выражение и подчеркните его коэффициент:

- а) $-21 \cdot x \cdot (-4)$; г) $a \cdot (-0,5) \cdot 4,4$; ж) $\frac{7}{9} \cdot x \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right)$;
б) $-7,9 \cdot 10 \cdot y$; д) $-4,1 \cdot x \cdot (-4)$; з) $-1\frac{5}{6} \cdot m \cdot \frac{6}{11}$;
в) $8 \cdot (-2,5) \cdot n$; е) $\frac{8}{11} \cdot n \cdot (-22)$; и) $0,16 \cdot t \cdot \left(\frac{3}{8}\right)$.

5.35 Упростите выражение и подчеркните его коэффициент:

- а) $-3p \cdot (-2,3)$; б) $-4,3m \cdot (-2)$; в) $-0,23x \cdot (-3m)$; г) $-17,9ab \cdot (-1)$.

5.36 Найдите коэффициент выражения:

- а) $\frac{44}{18}s \cdot \left(\frac{-9}{11}n\right)$; б) $-1\frac{2}{5}a \cdot \left(-1\frac{3}{7}\right)$; в) $\frac{2}{5}z \cdot \left(\frac{-5}{6}x\right) \cdot \left(\frac{-5}{6}\right)$; г) $-1\frac{3}{7} \cdot (-n) \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

5.37 Какой знак у коэффициента выражения:

- а) $a \cdot (-b) \cdot (-c) \cdot d$; в) $-4a \cdot 5b \cdot (-0,4c)$;
б) $-4a \cdot (-3b) \cdot (-2c) \cdot (-5)$; г) $\frac{-1}{7}m \cdot 0,4n \cdot (-5z) \cdot \left(-1\frac{3}{4}\right)$?

5.38 Упростите выражение и подчеркните его коэффициент:

- а) $-2a \cdot (-7c)$; г) $5 \cdot (-n) \cdot (4m)$; ж) $\frac{2}{7}z \cdot (-14c) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$;
б) $3b \cdot (-9k)$; д) $-0,5 \cdot (-4k) \cdot (0,3p)$; з) $\left(-1\frac{1}{4}x\right) \cdot (-0,5) \cdot (-16z)$;
в) $-7x \cdot (-0,8y)$; е) $-0,6 \cdot 5c \cdot (-20)$; и) $\frac{5}{9}x \cdot \left(\frac{-2}{5}y\right) \cdot \frac{3}{4}$.



5.39 Выполните вычисления по схеме справа.



5.40 Каким числом: положительным, отрицательным или нулём — будет сумма чисел m и n при:

- а) $m > 0, n > 0$; г) $m = 0, n < 0$;
 б) $m < 0, n < 0$; д) $m < 0, n = 0$;
 в) $m = 0, n = 0$; е) $m > 0, n < 0$?



5.41 Какой знак имеет произведение mn (рис. 5.1)?

5.42 Вычислите произведение целых чисел:

- а) которые меньше -2 , но больше -5 ;
 б) которые меньше 17 , но больше -5 ;
 в) модуль которых меньше 85 ;
 г) модуль которых больше 4 и меньше $7,8$.

5.43 Найдите целые решения неравенства:

- а) $|z| > 3$; в) $|z| < 5$; д) $|z| > 4\frac{1}{5}$.
 б) $|z - 2| > 6$; г) $|z| < 7,3$;

Выпишите из них наименьшее целое положительное и наибольшее целое отрицательное решения неравенства.

5.44 Выполните действия:

- а) $-1 + \frac{9}{11}$; д) $-3 - \frac{2}{5}$;
 б) $\frac{5}{7} - 3$; е) $-6 - 4\frac{4}{9}$;
 в) $-3 - 2,75$; ж) $(7,8 - 4) - (7,8 + 9)$;
 г) $1 - \frac{11}{17}$; з) $(\frac{5}{7} - 2,4) - (-3,6 + \frac{5}{7})$.



5.45 Найдите значение выражения:

- а) $(n + s + y) - (n + y - 21,4)$ при $s = -18,6$;
 б) $-(a + n) + (z + a) - (z - 0,26)$ при $n = -4,26$.

*числовой
промежуток*

Отметим на координатной прямой числа a и b (рис. 5.2). Множество всех чисел x , для которых верно условие $a \leq x \leq b$, изображают на координатной прямой отрезком, ограниченным точками с координатами a и b . Говорят, что множество всех точек x образует *числовой промежуток* и обозначается $[a; b]$. Если числовой промежуток задаётся условием $a < x < b$, то он обозначается $(a; b)$; если $a \leq x < b$, то $[a; b)$; если $a < x \leq b$, то $(a; b]$.



Рис. 5.2

5.46 а) Изобразите на координатной прямой промежутки, которые задаются условиями $7 \leq x \leq 11$, $7 < x < 11$, $7 < x \leq 11$, $7 \leq x < 11$. Как ещё можно обозначить эти промежутки?

б) Какие целые числа принадлежат промежуткам $[-5; 1]$, $(-11,7; -9]$, $[12,3; 14)$, $(-0,5; 1)$? Запишите наибольшее целое число, принадлежащее каждому из промежутков.

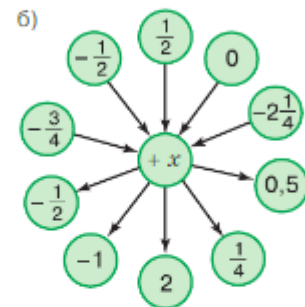
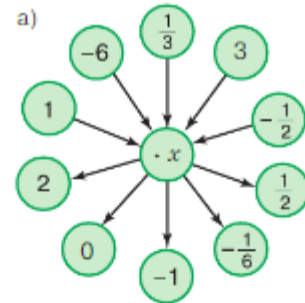


Рис. 5.1

5.47 Запишите сумму выражений и упростите её:

а) $-m - n$ и $-a + n$; б) $-a + c$ и $-d - c$; в) $-a - c$ и $a + c$.

5.48 Запишите разность выражений и упростите её:

а) $-c + b$ и $b - c$; б) $a - b$ и $-b - a$; в) $-8 - n$ и $7,9 - n$.

5.49 Выполните действия:

1) $(-2,8 + 3,7 - 4,8) \cdot 1,5 : 0,9$; 2) $(5,7 - 6,6 - 1,9) \cdot 2,1 : (-0,49)$.

Д

5.50 Упростите выражение и подчеркните его коэффициент:

а) $-x \cdot (-8)$; в) $4ab \cdot 7$; д) $4x \cdot (-5y)$;
б) $c \cdot (-5n)$; г) $-an \cdot (-8)$; е) $-5a \cdot 0,2b$.

5.51 Упростите выражение и подчеркните его коэффициент:

а) $-\frac{5}{6}x \cdot \left(-\frac{1}{5}y\right)$; в) $-\frac{20}{9}x \cdot \left(-\frac{9}{4}z\right)$; д) $\frac{3}{8}n \cdot \left(-\frac{7}{6}b\right) \cdot \frac{2}{7}z$;
б) $-\frac{4}{7}a \cdot \left(-\frac{7}{8}a\right)$; г) $\frac{5}{12}x \cdot \left(-\frac{4}{15}y\right)$; е) $\frac{5}{9}a \cdot \frac{9}{20}b \cdot 3z$.

5.52 Вычислите:

а) $2,4 \cdot 7,4 - 1,7 \cdot 5,6 - 4,3 \cdot 3,1 + 5,3 \cdot 2,8$;
б) $-12,42 : 4,6 - 31,93 : 3,1 + 1,98 : 2,64 + 8,2 \cdot 0,4$;
в) $0,37 \cdot 4,5 - 4,5 \cdot (-0,22) + 0,93 \cdot (-3,5)$.

5.53 Найдите неизвестный член пропорции: а) $\frac{a}{-5,8} = \frac{5,3}{2,9}$; б) $\frac{-7\frac{1}{4}}{c} = \frac{4\frac{1}{7}}{1\frac{3}{7}}$.

5.54 Из 45 кг руды выплавляют 25 кг железа. Найдите, сколько тонн руды потребуется для выплавки 20 т железа.

5.55 Сколько надо швей для выполнения заказа на пошив костюмов для школьного ансамбля за 21 день, если 9 швей могут выполнить этот заказ за 35 дней?

5.56 Егор решил 9 задач из запланированных, что составило 45 %. Сколько задач ему надо ещё решить, чтобы выполнить свой план на 70 % и пойти гулять?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

1 Выберите верное утверждение:

- а) коэффициент выражения $3c \cdot (-x)$ равен 3;
б) коэффициент выражения $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (-a)$ равен -6;
в) коэффициент выражения $-4 \cdot (-y)^2$ равен 4.

2 Определите знак коэффициента выражения:

- а) $-a \cdot (-7)$; в) $-8 \cdot n \cdot (-a)$;
б) $7cd^2 \cdot 6$; г) $5a^3 \cdot \left(-\frac{4}{5}b\right) \cdot 6c$.

3 Определите коэффициент выражения:

- а) $5a \cdot (-7)$; в) $-10 \cdot (-0,5x)$; д) $12a \cdot \left(-\frac{1}{12}b\right)$;
б) $-2 \cdot (-x)$; г) m ; е) $2m \cdot (0,5)n$.

39. Подобные слагаемые

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- подобные слагаемые

Распределительное свойство умножения

$$(a + b)c = ac + bc$$

также позволяет раскрывать скобки, т. е. упрощать выражения, так как

$$(a + b)c = ac + bc \text{ и } c(a + b) = ca + cb.$$

Пример 1. Раскроем скобки в выражении $-4(n - 5m)$. Умножим -4 на слагаемые n и $-5m$:

$$-4(n - 5m) = -4 \cdot n + (-4) \cdot (-5m) = -4n + 20m.$$

Пример 2. Упростим выражение $4c - 9c + 2c$.

Все слагаемые в выражении имеют общий множитель c . Поэтому по распределительному свойству умножения

$$4c - 9c + 2c = c \cdot (4 - 9 + 2) = c \cdot (-3) = -3c.$$

Выражение $4c - 9c + 2c$ состоит из трёх слагаемых, у которых общая буквенная часть. Такие слагаемые называют подобными.

Слагаемые, имеющие одинаковую буквенную часть, называют **подобными слагаемыми**.

сложение
(приведение)
подобных слагаемых

Чтобы **сложить** (говорят: **привести**) **подобные слагаемые**, надо сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.

Пример 3. Приведём подобные слагаемые в выражении:

- а) $7x - x + 3x$;
б) $4a + 7 - 2a - 3$;
в) $14,3c - 5b + 3c - 17b$.

В первом выражении все слагаемые подобны, поэтому сложим их коэффициенты.

$$\text{а) } 7x - x + 3x = (7 - 1 + 3)x = 9x.$$

У второго и третьего выражений не все слагаемые подобны. Подчеркнём подобные слагаемые и сложим их коэффициенты.

$$\text{б) } \underline{4a} + 7 - \underline{2a} - 3 = (4 - 2)\underline{a} + 7 - 3 = 2a + 4;$$

$$\text{в) } \underline{14,3c} - \underline{5b} + \underline{3c} - \underline{17b} = (\underline{14,3} + 3)c - (\underline{5} + \underline{17})b = 17,3c - 22b.$$



Какие слагаемые называют подобными?

На основании какого свойства умножения выполняют приведение подобных слагаемых?

Как привести подобные слагаемые?

К

5.57 Раскройте скобки:

а) $3 \cdot (x + y - z)$;

в) $-3,8 \cdot (x - y - z)$;

д) $\frac{2}{3} \cdot (-x + 2y - 3)$;

б) $(m - n + z) \cdot 5$;

г) $(-x - y + z) \cdot (-4,5)$;

е) $-\frac{3}{7} \cdot (2a - 5b + 4)$.

5.58 Раскройте скобки:

- а) $(c - m + n) \cdot x$; г) $(2,5z + 4,5c + 8) \cdot 8x$;
 б) $-a \cdot (4c - d)$; д) $-4a \cdot (a + 3,5m - 9,5n)$;
 в) $-x \cdot (7y + 4n - 12)$; е) $(4x - 3y + 2) \cdot (-5z)$.

5.59 Вычислите, применив распределительное свойство умножения:

- а) $8 \cdot 4 + 8 \cdot 16$; г) $7 \cdot 21 - 2 \cdot 21$; ж) $\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{9} + \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{9}$;
 б) $39 \cdot 23 - 29 \cdot 23$; д) $2,4 \cdot 21 + 2,4 \cdot 9$; з) $2\frac{3}{17} \cdot \frac{4}{5} - 1\frac{3}{17} \cdot \frac{4}{5}$;
 в) $5 \cdot 13 + 15 \cdot 13$; е) $1,4 \cdot 0,6 - 0,6 \cdot 0,6$; и) $2\frac{3}{13} \cdot 5\frac{1}{5} - 2\frac{1}{13} \cdot 5\frac{1}{5}$.

5.60 Найдите сумму подобных слагаемых:

- а) $-8x + 6x - 4x + 3x$; е) $-21c - 9c + 8,4c + 5,4c$;
 б) $4a - 7a + 3a - 10a$; ж) $\frac{3}{7}m + \frac{3}{7}m - \frac{2}{7}m - \frac{6}{7}m$;
 в) $17c + 3c + 10c - 5c$; з) $\frac{1}{3}z - \frac{5}{6}z + \frac{1}{2}z - \frac{5}{12}z$;
 г) $-4,5x - x + 4,5x + x$; и) $y + 0,6y - \frac{2}{5}y - \frac{1}{4}y$;
 д) $5n + 7,3n - 7,7n - 5n$; к) $0,6c - 0,73c - \frac{3}{5}c + \frac{3}{4}c$.



Выражения вида $19z - 4z + 5z - 13z$ читают так:

- девятнадцать «зет» минус четыре «зет» плюс пять «зет» минус тринадцать «зет»;
- сумма девятнадцати «зет» минус четырёх «зет», пяти «зет» и минус тринадцати «зет».

5.61 Приведите подобные слагаемые:

- а) $20x + y - 20y - x$; е) $-9c + 8c - y + 13$;
 б) $-4b + 5a + 4b + 5a$; ж) $42a - 42 + 50 + 4a$;
 в) $-9c + 4,8n + 4c + 4n$; з) $-s + 2r + 1,4s - 2,7r$;
 г) $5,3m + 4,7m - 7,1x + 25x$; и) $-24b + 12d + 2,4b - 1,2d$;
 д) $\frac{3}{4}z - \frac{4}{9}y - \frac{7}{22}z + \frac{2}{3}y$; к) $\frac{1}{2}a - \frac{2}{7}c - 0,4a - \frac{1}{7}c$.

5.62 Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

- а) $2x - (2a - x)$; в) $3 \cdot (2x - y) + y$; д) $5n \cdot (-2m - 4) + 20n$;
 б) $-3b + (a - 3b)$; г) $-4 \cdot (-a + 3c) - 5a$; е) $15k - 3k \cdot (5 - 8m)$.

5.63 Упростите выражение:

- а) $9 \cdot (4y - 2) + 5 \cdot (2y - 4)$; д) $(5c - 1) \cdot (-4) + (3c - 9) \cdot (-3)$;
 б) $-3 \cdot (5a + 7) - 4 \cdot (3a - 1)$; е) $-1,5 \cdot (-4b + 8) - (10 + b)$;
 в) $-7 \cdot (4 - 4y) + 5 \cdot (4 - 8y)$; ж) $-8 \cdot \left(\frac{1}{4}a - \frac{1}{8}\right) + 6 \cdot \left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{16}\right)$;
 г) $(4x - 13) \cdot 3 - 4 \cdot (5 - 6x)$; з) $7 \cdot \left(\frac{5}{7}x - 1,8\right) - 4 \cdot \left(\frac{3}{4}x - 1,3\right)$.

5.64 Вычислите значение выражения:

а) $3y - 3b + 7y - 5b + 7b$ при $y = -0,24$, $b = 0,04$;

б) $-6,3m + 8 - 3,2m - 5$ при $m = -2$; $m = -\frac{1}{8}$; $m = -0,4$.



5.65 Решите уравнение:

а) $7(3x + 6) - (20x + 4) = 0$; в) $-5(3y + 3) + 2(7y - 6) = 0$;

б) $-6(4x - 3) + (7 - 6x) = 0$; г) $6(5 - 4x) + 5(5x + 5) = 9$.

5.66 Две бригады работали на уборке урожая картофеля. Первая бригада собрала картофель с 5 га, а вторая — с 6 га. При этом вторая бригада собирала с каждого гектара на 4 т меньше, чем первая. Сколько тонн с гектара собирала каждая бригада, если обе бригады вместе собрали 240 т картофеля?

5.67 От пристани отошёл первый теплоход, который двигался со скоростью 22 км/ч. Через 2 ч ему навстречу от другой пристани отчалил второй теплоход, скорость которого 26 км/ч. Через какое время после выхода первого теплохода они встретятся, если расстояние между пристанями 204 км?



5.68 Вычислите.

$\begin{array}{r} \text{а) } -2,8 - 3,2 \\ \quad : 1,2 \\ \quad \cdot 1,6 \\ \quad + 8,5 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{б) } 1,4 - 8,2 \\ \quad : 3,4 \\ \quad \cdot 0,5 \\ \quad + 0,8 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{в) } 0,8 - 7 \\ \quad - 1,9 \\ \quad : 3 \\ \quad \cdot 0,2 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{г) } -10 + 1,8 \\ \quad : 0,41 \\ \quad + 5,4 \\ \quad \cdot 0,5 \\ \hline ? \end{array}$
---	--	--	---

5.69 а) Найдите сумму сотни слагаемых, равных -1 .

б) Найдите произведение сотни множителей, равных -1 .



5.70 Вычислите значение выражения $1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots + 97 - 99$.

5.71 Найдите корень уравнения:

а) $y + 7 = 0$; в) $a + a + a + a = 4a$;

б) $x + 4 = x - 3$; г) $(x - 5)(x + 6) = 0$.



5.72 Найдите произведение:

а) $0,25 \cdot \frac{5}{7} \cdot 4 \cdot \frac{1}{5}$; б) $4,5 \cdot 14 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{7}$; в) $2,2 \cdot 1\frac{4}{9} \cdot 5 \cdot \frac{9}{11}$; г) $\frac{7}{8} \cdot 1\frac{2}{4} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 4$.

5.73 Запишите коэффициент выражения:

а) $-5m$; в) ab ; д) $-a \cdot (-c)$; ж) $0,25b \cdot 4a$;

б) $\frac{4}{7}nm$; г) $-cd$; е) $-\frac{4}{7}a \cdot \frac{7}{8}b$; з) $-4x \cdot (-0,3y)$.

5.74 Какому промежутку не принадлежит число $-1,78$:

$[-3; -1]$, $(-1,79; 1)$, $(-1,79; -1,78]$, $[-12,3; -1,78]$?



5.75 Расстояние между Москвой и Владимиром 180 км. Найдите масштаб карты, у которой это расстояние имеет длину 3,2 см.

5.76 Масштаб карты равен $1 : 10\,000$. Чему равна длина отрезка на карте, изображающего расстояние 41 км?

5.77 Масштаб карты равен $1 : 10\,000\,000$. Чему равно расстояние от Новосибирска до Красноярска, если на карте оно равно 6,3 см?

5.78 Стол на плане кухни, выполненном в масштабе 1 : 25, имеет форму прямоугольника со сторонами 38 мм и 26 мм. Найдите, какую площадь занимает стол на кухне.

5.79 Длина детали на чертеже с масштабом 2 : 9 равна 3,6 см. Найдите длину этой детали на плане с масштабом 5 : 4.



5.80 1) Марина готовила к сдаче проект по математике. После того как она набрала 3 страницы текста на компьютере, ей осталось подготовить ещё 40 % объяснительного текста по проекту. Сколько страниц текста содержится в проекте?

2) На соревнованиях по биатлону, после того как стартовало 7 спортсменов, осталось на старте 72 % участников. Сколько спортсменов было на соревнованиях?



5.81 Выполните действия:

1) $-1,7 \cdot 14,2 - 7,2 \cdot 3,4 + 19,4 \cdot 4,3$; 2) $0,5 \cdot 39,5 - 4,1 \cdot 8,3 - 7,8 \cdot 2,1$.



5.82 Решите с помощью графа задачу.

Миша, Коля, Петя и Саша занимаются в секциях и студиях (волейбольной, шахматной, плавания, хоровой), но каждый только в одной. Они же изучают только один из иностранных языков (китайский, английский, немецкий, испанский).

Известно:

- 1) мальчик, который занимается плаванием, изучает испанский;
- 2) Коля не посещает хоровую студию и шахматную секцию и не изучает китайский;
- 3) Миша не посещает хоровую студию и шахматную секцию и не изучает ни немецкий, ни китайский;
- 4) мальчик, который говорит по-немецки, не занимается в шахматной секции;
- 5) Петя изучает английский язык, но не посещает хоровую студию.

Кто в какой секции или студии занимается и какой иностранный язык изучает?



5.83 Раскройте скобки:

а) $(a + c - n) \cdot 5$; в) $-1,2 \cdot (s - b - c)$; д) $(4a - 6c + z) \cdot (-1)$;
б) $7 \cdot (x - y - z)$; г) $(3x - 5 + 4k) \cdot (-3)$; е) $(m + k - 9 - n) \cdot a$.

5.84 Вычислите, применив распределительное свойство умножения:

а) $8 \cdot 129 + 8 \cdot 171$; г) $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{7}$;
б) $4,8 \cdot 3,7 - 4,8 \cdot 2,7$; д) $1\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{21} - 1\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7}$;
в) $6,35 \cdot 4,4 + 4,4 \cdot 2,65$; е) $14,2 \cdot \frac{5}{9} - 12,4 \cdot \frac{5}{9}$.

5.85 Приведите подобные слагаемые:

а) $3m + 2m + 4m$; в) $0,9b - 1,3b + 0,7b$; д) $x - 0,2x - 0,7x$;
б) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a - \frac{1}{6}a$; г) $\frac{1}{12}m - \frac{1}{4}m - \frac{1}{3}m$; е) $c - 0,8c - \frac{1}{5}c - \frac{1}{2}c$.

5.86 Упростите выражение:

а) $0,4n - 0,7m - 0,9n + 0,7m$; г) $\frac{7}{9}x - \frac{3}{4} - \frac{11}{18}x - \frac{1}{4}$;
б) $6c - 8c - 4c + 21 - 13$; д) $0,3m - \frac{2}{7} - 3m + \frac{6}{7}$;
в) $\frac{3}{4}a + \frac{5}{6}b - \frac{1}{8}a - \frac{1}{3}b$; е) $\frac{1}{7}a + \frac{1}{4}c - \frac{1}{7}a + \frac{3}{4}c$.

5.87 Раскройте скобки и упростите выражение:

- а) $6a - (4a + 7) + (3a - 5)$; в) $0,4(3n + 5) - 6(0,1n - 7)$;
 б) $-7(x + 3) - (2x - 1)$; г) $0,5(2,4m + 4) - 1,4(4 - 0,5m)$.

5.88 Упростите выражение:

- а) $\frac{1}{27}a - \left(\frac{4}{9}a - \frac{1}{3}a\right)$; в) $\frac{4}{5}(1,5c - 4,5) - \frac{3}{9}(2,7c - 6,3)$;
 б) $\frac{5}{7}\left(\frac{7}{5}a - 7\right) - 9\left(2\frac{1}{3}a + \frac{5}{9}\right)$; г) $\frac{1}{9}(0,9b - 1,8) - \frac{1}{2}(0,2b - 0,4)$.

5.89 Найдите корень уравнения:

- а) $4(z - 6) - 3(z - 3) = 8$; в) $\frac{1}{5}(5x - 10) - \frac{2}{9}(9x - 27) = 9$;
 б) $-6(6 - x) - 5x = 18$; г) $4,2(3z - 5) - 1,4(5z - 3) = 5,6$.

5.90 Цена килограмма яблок на 20 р. ниже цены килограмма груш. Для приготовления компота купили 3 кг груш и 5 кг яблок. По какой цене покупали фрукты, если всего за покупку заплатили 660 р.?

5.91 На трёх полках 75 книг. На первой полке книг в 2 раза больше, чем на второй, а на третьей на 5 книг меньше, чем на первой. Сколько книг на каждой полке?

5.92 Расстояние между двумя пунктами на местности 500 м, а на карте — 2,5 см. Найдите масштаб карты.

5.93 Река Тигр имеет длину 1850 км. Какой длины будет эта река на карте, если масштаб карты 1 : 2 500 000?

5.94 На карте ломаная линия, изображающая путь геолога, имеет длину 12,6 см. Чему равна длина пути геолога, если масштаб карты 1 : 150 000?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

1 Какие слагаемые называются подобными? Выберите правильный ответ:

- а) слагаемые, имеющие одинаковую буквенную часть;
 б) слагаемые, имеющие одинаковые коэффициенты;
 в) слагаемые с одинаковыми знаками;
 г) слагаемые с разными знаками.

2 Приведите подобные слагаемые:

- а) $3x + 1,5y - 0,2x - 10y + 1,7x$;
 б) $2a - 4,5b - 1,7a + 6b$.

3 Найдите значение выражения $\frac{2}{5}m + \frac{2}{15}m - \frac{1}{3}m$ при $m = 1\frac{2}{13}$.

4 Упростите выражение и найдите x :

- а) $4x - 6x - 3x + 7 + x = 0,1$;
 б) $5x + x - 3x - 7x - 6 = 7$.

40. Решение уравнений

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- линейное уравнение

Пример 1. Решим уравнение $5 \cdot (x + 6) = -15$.*Способ 1.* Найдём неизвестный множитель:

$$x + 6 = -15 : 5, \text{ т. е. } x + 6 = -3.$$

Найдём значение x . Имеем $x = -3 - 6$, откуда $x = -9$.*Способ 2.* Разделим обе части данного уравнения на 5 или умножим обе части на $\frac{1}{5}$. Получим опять уравнение $x + 6 = -3$, откуда $x = -9$.

Этот пример иллюстрирует утверждение:

1. Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то полученное уравнение имеет те же корни, что и данное.

Пример 2. Решим уравнение $3x + 4 = 22$.*Способ 1.* Найдём неизвестное слагаемое $3x$:

$$3x = 22 - 4, \text{ т. е. } 3x = 18.$$

Откуда $x = 6$.*Способ 2.* Прибавим к обеим частям данного уравнения -4 , получим

$$3x + 4 + (-4) = 22 + (-4), \text{ т. е. } 3x = 22 + (-4), 3x = 18.$$

Откуда $x = 6$.Корень уравнения $3x + 4 = 22$ не изменился после переноса слагаемого 4 из левой части уравнения в правую при изменении его знака на противоположный.**Пример 3.** Решим уравнение $7x = 3x + 4$.*Способ 1.* На рисунке 5.3, а дана иллюстрация этого уравнения (масса пакета семян равна x граммов). Вычтем из обеих частей уравнения $3x$ (снимем с обеих чашек весов по три пакета) (рис. 5.3, б). Получим

$$7x - 3x = 3x + 4 - 3x.$$

Но $3x - 3x = 0$, значит,

$$7x - 3x = 4, \text{ т. е. } 4x = 4.$$

Откуда $x = 1$.*Способ 2.* Уравнение $7x - 3x = 4$ можно получить из данного, если слагаемое $3x$ перенести из правой части в левую, изменив его знак на противоположный.Число 1 — корень уравнения $7x - 3x = 4$ и уравнения $7x = 3x + 4$, так как $7 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 4$ и $7 \cdot 1 = 3 \cdot 1 + 4$.

Рис. 5.3

Примеры 2 и 3 иллюстрируют утверждение:

2. Если перенести слагаемое из одной части уравнения в другую с противоположным знаком, то полученное уравнение имеет те же корни, что и данное.

Пример 4. Решим уравнение $\frac{2}{7}x + 10 = x$.

Применим утверждение. Умножим левую и правую части уравнения на 7:

$$2x + 70 = 7x.$$

Применим утверждение 2. Перенесём с противоположными знаками 70 и 7x из одной части уравнения в другую:

$$2x - 7x = -70.$$

Приведём подобные слагаемые и найдём корень уравнения, разделив обе части уравнения на -5, получим

$$-5x = -70, x = 14.$$

Проверка. Подставим число 14 в уравнение:

$$\frac{2}{7} \cdot 14 + 10 = 14, 14 = 14.$$

В рассмотренных примерах уравнения были приведены к виду $ax = b$, где $a \neq 0$. Уравнение с одним неизвестным, которое можно привести к такому виду, называют **линейным**.



Изменятся ли корни уравнения при умножении обеих частей уравнения на одно и то же число, не равное нулю?

Изменятся ли корни уравнения при делении обеих частей уравнения на одно и то же число, не равное нулю?

Изменится ли знак слагаемого при переносе из одной части уравнения в другую?

Какие уравнения называют линейными?

К

5.95 Перенесите из левой части уравнения в правую слагаемое, которое не содержит неизвестного:

а) $9x + 7,8 = 11x + 30$; б) $2z - 9 = -3z - 3,8$.

5.96 Перенесите слагаемые так, чтобы в левой части уравнения были слагаемые, содержащие неизвестное, а в правой — числа:

а) $21z - 3,2 = -7z + 5,5$; б) $-9x + 4,3 = 6x - 1$.

5.97 Решите уравнение:

а) $7x - 21 = 6x + 3$; д) $8 + 27a = 10 + 26a$;
 б) $-10n + 7 = -11n - 3$; е) $13 - 7x = 14 - 8x$;
 в) $5c + 13 = 6c + 23$; ж) $9n + 6 = -4 + 10n$;
 г) $-24c - 9 = 23c - 9$; з) $2 - 5x = 4 - 6x$.



Уравнение $9z - 6 = 10z + 5$ можно прочитать так:

- в левой части уравнения сумма девяти «зет» и минус шести, в правой части сумма десяти «зет» и пяти;
- сумма девяти «зет» и минус шести равна сумме десяти «зет» и пяти.

5.98 Решите уравнение, умножив обе части уравнения на одно и то же число:

а) $\frac{7}{8}x + 4 = \frac{3}{4}x + 6$; в) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x + 10 = x$;
 б) $\frac{1}{3}x + \frac{5}{6}x + 3 = \frac{3}{4}x - 2$; г) $0,3x + 8,1 = 0,8x - 2,9$.

5.99 Найдите корень уравнения и выполните проверку:

а) $-50 \cdot (-9x + 3) = -15\,000$; в) $-4 \cdot (3 - 21x) = -12$;
 б) $(-30x - 60) \cdot 2 = 120$; г) $3,1 \cdot (15 - 5y) = -93$.

5.100 Решите уравнение:



а) $0,7x + 4 = 0,3x$; г) $8,3 - 8n = -6n - 31,7$; ж) $4,6x = 7,2x$;
 б) $-0,2x - 18 = 0,7x$; д) $\frac{3}{4}x - 1\frac{1}{4} = 1\frac{3}{8}x + 12,5$; з) $-23x = 17x$;
 в) $2x - 3\frac{1}{3} = \frac{5}{6}x + 2\frac{1}{2}$; е) $5,5 - 7z = 5,8 - 10z$; и) $17x + 34 = 0$.

5.101 Найдите x из пропорции:



а) $\frac{x - 4}{8} = \frac{7}{4}$; в) $\frac{x + 6}{4} = \frac{2x - 15}{7}$;
 б) $\frac{5}{3x + 2} = \frac{2,5}{27,5}$; г) $\frac{0,3}{x + 5} = \frac{0,8}{x - 9}$.

5.102 В первом составе на железнодорожной станции было в 3 раза больше вагонов, чем во втором. Чтобы вагонов в составах стало поровну, от первого состава отцепили 17 вагонов и прицепили их ко второму составу. Сколько вагонов было в каждом составе?

5.103 На футбол в первой кассе продали 96 билетов, а во вторую привезли ещё 24 билета, и в обеих кассах билетов стало поровну. Сколько билетов было в каждой кассе первоначально, если в первой кассе билетов было в 3 раза больше, чем во второй?

5.104 Семья ехала от дома до дачи 1 ч 30 мин. Если бы скорость машины была больше на 10 км/ч, то поездка заняла бы 1 ч 15 мин. Чему равна скорость машины и расстояние до дачи?


5.105 На одной полке в 1,5 раза больше книг, чем на другой. Со второй полки переставили на первую 5 книг, и на второй стало в 2 раза меньше книг, чем на первой. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

5.106 Туристы отправились в трёхдневный поход. В первый день они прошли $\frac{5}{11}$ всего пути, во второй день — $\frac{2}{3}$ оставшегося пути, а в третий день — последние 10 км. Найдите длину туристического маршрута.


5.107 Краску перелили из бочки в 3 бидона. В первый бидон вошло $\frac{3}{10}$ всей краски, во второй — $\frac{1}{2}$ всей краски. Сколько краски было в бочке, если в третьем бидоне — на 6 л меньше краски, чем в первом?



5.108 Маркетинговая служба торгового центра проводила анализ продаж мобильных устройств в течение месяца и установила, что в первую декаду месяца было продано 0,56 всех мобильных устройств, во вторую декаду — $\frac{5}{14}$ того, что было продано в первую, а в третью декаду — остальные 240 устройств. Сколько мобильных устройств было продано в течение всего месяца? (*Примечание.* Декада — это треть месяца, или 10 дней.)

 **5.109** Ленту длиной 20 м разрезали на два куска. Найдите длину каждого куска, если 0,3 длины первого куска равны 0,2 длины второго куска.

5.110 На изготовление 5 тыс. экземпляров учебника требуется 2,5 т бумаги. На сколько больше бумаги нужно для печати 49 тыс. экземпляров?

 **5.111** Содержание сахара в сиропе равно 20 %. Найдите, сколько граммов сахара было в этом сиропе, если после добавления 60 г сахара в нём стало 35 % сахара.



5.112 Вычислите.

$\begin{array}{r} \text{а) } -1,8 - 4,6 \\ : 1,6 \\ + 12,1 \\ : (-3) \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{б) } 0,1 - 10 \\ : 3 \\ - 2,7 \\ : 4 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{в) } 4,6 - 6 \\ \cdot 2 \\ - 1,4 \\ : 3 \\ \hline ? \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{г) } \frac{1}{4} - 1 \\ \cdot 4 \\ : 6 \\ - \frac{1}{4} \\ \hline ? \end{array}$
---	---	--	--

5.113 При каких значениях a неверно неравенство:

а) $a < -a$; б) $-a < a$; в) $|-a| > a$; г) $|a| > -a$?

5.114 Приведите подобные слагаемые:

а) $7,3x + 4x$; г) $-\frac{5}{7}m + m$; ж) $-6a - a + 7$;
 б) $3a - 5a$; д) $2,1x + 4,5x - 1,9x$; з) $9n - 5y - 4n + 7y$;
 в) $n - \frac{4}{5}n$; е) $\frac{7}{4}a + \frac{8}{11}a - \frac{4}{11}a$; и) $3,6x + 5,1y - 2,9x - 4,2y$.

5.115 Упростите выражение:


а) $3a - (a + 4)$; б) $a + 4(5a - 2)$; в) $n + 0,5(4n - 10)$.

5.116 Сеялка может весь объём зерна посеять за 5 ч. Определите:

- а) какую часть всего зерна она посеет за 1 ч;
 б) сколько процентов всего зерна она посеет за 1 ч;
 в) какую часть всего зерна она посеет за 3 ч;
 г) сколько процентов всего зерна она посеет за 4 ч.

5.117 За какое время Оля прочитает повесть, если она за 1 ч прочитывает:

а) 25 % всей повести; б) $\frac{1}{8}$ всей повести; в) 0,6 всей повести?

 **5.118** За какое время будет посажен новый лес, если:

- а) за 7 ч посажено 35 % всей площади;
 б) за 7 ч посажено $\frac{14}{19}$ всей площади;
 в) за 4 ч посажено 0,28 всей площади?

- 5.119 Докажите, что при любом значении буквы значение выражения:
 1) $6(8a - 3) - 8(6a + 5)$ равно -58 ; 2) $7(5c + 8) - 5(7c - 8)$ равно 96 .

- 5.120 Выполните действия:



1) $45,09 : 1,5 - \left(2\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{2} - 2,5 \cdot 2\frac{1}{2}\right) : 4\frac{1}{4}$;
 2) $\left(5,05 : \frac{1}{40} - 2,8 \cdot \frac{5}{7}\right) \cdot 0,3 + 1,6 \cdot 0,1875$.



- 5.121 Старинная задача.

— Скажи мне, учитель, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы?

— Вот сколько, — ответил учитель. — Половина изучает математику, четверть — природу, седьмая часть проводит время в размышлении, и, кроме того, есть ещё три женщины.



- 5.122 Найдите корень уравнения и выполните проверку:

а) $-30(x - 21) = -180$; г) $(3,6 - 0,2x)4,9 = 9,8$;
 б) $(15 - 9x)4 = 204$; д) $(7x - 3,4)9 = 13,5$;
 в) $\frac{9}{4}x - \frac{5}{14} = \frac{1}{7}$; е) $\frac{1}{3}x + \frac{5}{6}x = 3,5$.

- 5.123 Решите уравнение:

а) $-36x + 660 = -3x$; в) $-8x + 83 = 3x - 49$; д) $41 + 23y = 341 + 13y$;
 б) $9z = -350 + 4z$; г) $43 - 7z = 27 - 9z$; е) $21x - 34 = 12x - 16$.

- 5.124 Решите уравнение:

а) $-5(-y + 9) = y + 10$; г) $-7(4x + 2) - 3 = -17$;
 б) $m - 17 = (m + 4)(-9)$; д) $-4,8y + 7,2 = 3(2,4y + 4,8)$;
 в) $17 - 4(m + 11) = 43$; е) $-5(0,6y - 1,8) = -2y + 8,5$.

- 5.125 Если от большего числа отнять 38, а к меньшему прибавить 94, то получатся равные результаты. Найдите эти числа, если одно число меньше другого в 6,5 раза.

- 5.126 Используя рисунок 5.4, найдите, сколько граммов сока выпили Ваня и Света, если они отпили половину сока из банки. Пустая банка в 3 раза легче банки с соком.

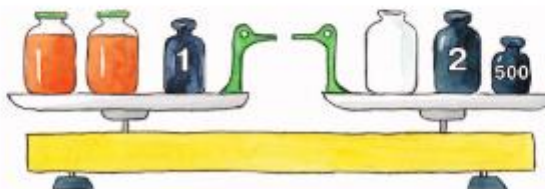


Рис. 5.4

- 5.127 Было куплено одинаковое количество научно-познавательных и научно-фантастических книг. Часть научно-познавательных книг отправили в школьную библиотеку. В 1,2 раза меньшее число научно-фантастических книг отдали для вручения победителям викторины. После этого для подарков шестиклассникам научно-познавательных книг осталось 30, а научно-фантастических — 40 книг. Сколько книг было: а) куплено; б) отправлено в школьную библиотеку; в) отдано для вручения победителям викторины?

- 5.128** В первом трамвае было в 3 раза меньше пассажиров, чем во втором. Когда на остановке из первого трамвая вышли 7 человек, а из второго — 25 человек, то в обоих трамваях людей стало поровну. Сколько пассажиров было в каждом трамвае первоначально?
- 5.129** Когда для полива огорода из первой бочки израсходовали $\frac{1}{4}$ имевшейся в ней воды, а из второй — $\frac{3}{5}$, то в обеих бочках воды стало поровну. Найдите, сколько литров воды было в каждой бочке первоначально, если в двух бочках было 445 л воды.
- 5.130** Миша шёл в школу 0,25 ч со скоростью 4,8 км/ч. На сколько ему надо увеличить скорость, чтобы пройти это расстояние за 0,2 ч?
- 5.131** Одна сеялка может засеять всё поле за 150 мин, а другая — за 120 мин. Какую часть поля засеют обе машины за 1 мин; за 5 мин?
- 5.132** Для приготовления травяного чая смешали зверобой и душицу. Душица составила 30 % всей смеси. Если в эту смесь добавить ещё 120 г душицы, то она составит 45 % смеси. Сколько граммов душицы было в травяной смеси первоначально?
- 5.133** Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \frac{43,4 : 1\frac{3}{4} - 7,2 \cdot \frac{5}{6}}{55,44 : 2,1 - 17}; \quad \text{б) } \frac{18,9 : \frac{7}{13} - 10,5 \cdot 1\frac{3}{7}}{66,69 : 2,7 - 18}.$$

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

- 1** Дано уравнение $2x + 4 = 3x + 5$. Какое из уравнений имеет те же корни, что и данное:
- а) $2x + 3x = 4 + 5$; в) $2x - 3x = 5 + 4$;
 б) $2x - 3x = 5 - 4$; г) $2x - 3x = 4 - 5$?
- 2** Решите уравнение:
- а) $7y = -95,4 - 2y$; б) $\frac{5}{6}x - \frac{3}{4}x + 1 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$.
- 3** Товарный поезд за 7 ч проходит такой же путь, как скорый поезд за 4 ч. Найдите скорость товарного поезда, если она меньше скорости скорого поезда на 24 км/ч.
- 4** Решите уравнение $0,6 \cdot (x - 3) - 0,5 \cdot (x - 1) = 1,5$.

Проверочная работа № 2

- 1** Выберите верное решение уравнения:

а) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = 2 - \frac{5}{6}x$;	б) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = 2 - \frac{5}{6}x$;	в) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = 2 - \frac{5}{6}x$;
$4x + 1 = 12 - 5x$;	$4x + 3 = 12 - 5x$;	$4x + 3 = 12 - 5x$;
$4x - 5x = 12 - 1$;	$4x + 5x = 12 - 3$;	$3 - 12 = -5x - 4x$;
$-x = 11$;	$9x = 9$;	$9 = -9x$;
$x = -11$;	$x = 1$;	$x = -1$.

2 Найдите x из пропорции $\frac{x+1}{5} = \frac{6x-2}{10}$.

3 Является ли $x = -3,1$ корнем уравнения

$$\frac{9,1-x}{3} = \frac{4,9+x}{4}?$$

4 В задачнике по алгебре в 2 раза больше задач, чем в задачнике по геометрии, а в задачнике по вероятности и статистике на 75 задач больше, чем в задачнике по геометрии. Сколько задач в каждом сборнике, если во всех трёх сборниках 3120 задач?



Для решения похожих, однотипных задач люди пытались найти общие способы их решения. Так возникли уравнения и правила их решения. А раздел математики, в котором в основном рассматривались решения различных уравнений, стали называть алгеброй.

Египтяне и вавилоняне уже умели решать некоторые виды уравнений более 4000 лет назад. Но их вычисления носили практический характер.

История возникновения алгебры как теоретической науки началась в античной Греции. В III в. появилось первое сочинение, в котором исследовались алгебраические вопросы. Это был трактат мыслителя Диофанта, который считается «отцом алгебры». В трактате обозначены правила знаков (минус на минус — плюс и т. д.), приведены примеры решения сложных уравнений, используются буквы для неизвестных, даны исследование числовых степеней и решения вопросов, связанных с теорией чисел, и т. д.



Аль-Хорезми



Ф. Виет

С упадком античной цивилизации теряются и многие её достижения. История алгебры прерывает своё развитие у европейских народов на целое тысячелетие. С V по XII в. индийские учёные сделали много открытий, которые обогатили начала алгебры.

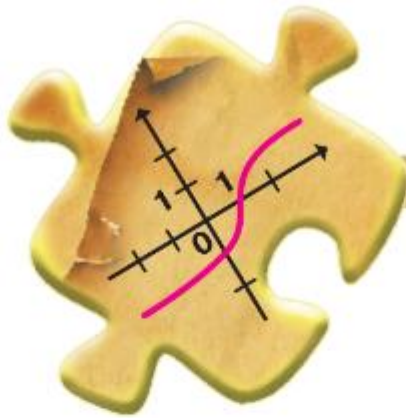
С IX в. центром наук, особенно математики и медицины, становится Средняя Азия. Слово «алгебра» происходит от слова «аль-джебр», которое входит в название трактата арабского учёного аль-Хорезми «Китаб аль-джебр валь-мукабала» («Книга о восстановлении и противопоставлении»).

Слово «аль-джебр» означало перенос отрицательного члена из одной части уравнения в другую. Этот трактат считается первым учебником алгебры. С этого времени алгебра становится самостоятельной наукой.

Дальнейшее развитие алгебры связано с совершенствованием символики и разработкой общих методов решения уравнений. Франсуа Виет (1540—1603) первым стал обозначать буквами не только неизвестные, но и данные величины. Ему удалось ввести понятие математической формулы. Он внёс большой вклад в создание буквенной алгебры и подготовил почву для появления результатов Пьера Ферма, Рене Декарта, Исаака Ньютона.

ПРИМЕНЯЕМ МАТЕМАТИКУ

1. Рассчитайте собственную скорость экскурсионного теплохода, если за 5 ч ему надо проплыть путь по течению реки, а за 7 ч вернуться обратно. Скорость течения реки 3 км/ч.
2. Два рефрижератора из двух городов, расстояние между которыми 770 км, должны доставить груз одновременно через 5 ч на комбинат, расположенный между этими городами, выехав также одновременно навстречу друг другу. Средняя скорость на трассе одного рефрижератора на 20 км/ч больше средней скорости другого. С какими средними скоростями они должны двигаться, чтобы прибыть в пункт назначения, соблюдая данные условия?
3. *Задача Э. Безу.* По контракту работникам причитается 48 франков за каждый отработанный день, а за каждый неотработанный день с них вычитается по 12 франков. Через 30 дней выяснилось, что работникам ничего не причитается. Сколько дней они отработали в течение этих 30 дней?
4. *Старинная задача.* На ферме 1000 кроликов и фазанов, у них 3150 ног. Сколько кроликов и сколько фазанов на ферме?
5. При несвоевременной оплате счетов за жилищно-коммунальные услуги, платежей по кредиту начисляются пени за первые 30 дней по формуле $P = \frac{1}{300} M \cdot N \cdot S$, где M — сумма долга в рублях, N — количество дней просрочки, S — ставка рефинансирования Центрального банка в процентах. Рассчитайте пени за 25 дней просрочки, которую должен заплатить гражданин при сумме долга в 4000 р. и ставке рефинансирования 7,5 %.
6. Турист рассчитал, что если он будет идти к железнодорожной станции со скоростью 4 км/ч, то опоздает к поезду на полчаса, а если он будет идти со скоростью 5 км/ч, то придёт на станцию за 6 мин до отправления поезда. Какое расстояние должен пройти турист?
7. В растворе содержится 30 % соли. Если добавить 120 г соли, то в растворе будет содержаться 70 % соли. Какова первоначальная масса раствора? Сколько граммов соли было в растворе первоначально?
8. *Старинная задача.* Из трёх жертвователей второй дал вдвое больше первого, третий — втрое больше второго, а вместе 66 рупий. Сколько дал каждый?
9. Прибыль, полученная фирмой за первое полугодие, составила 126 млн р., причём за первый квартал было получено на 10 % меньше, чем за второй. Какую прибыль получила фирма во втором квартале?
10. Два акционера владеют 75 % всех акций агрохолдинга в отношении 11:9. Остальные 100 000 акций принадлежат работникам агрохолдинга. Определите количество акций у каждого акционера.



§ 6. Координаты на плоскости

41. Перпендикулярные прямые

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- перпендикулярные прямые
- перпендикулярные отрезки

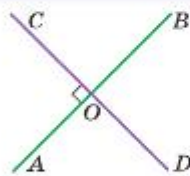


Рис. 6.1

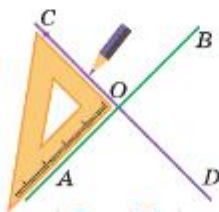


Рис. 6.2



Две пересекающиеся прямые называют **перпендикулярными**, если они образуют четыре прямых угла (рис. 6.1). Пишут: $AB \perp CD$.

Для построения перпендикулярных прямых пользуются чертёжным треугольником (рис. 6.2) или транспортиром (рис. 6.3).

Отрезки (лучи), лежащие на перпендикулярных прямых, называют перпендикулярными отрезками (лучами).

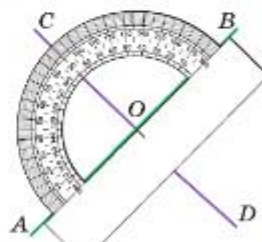


Рис. 6.3

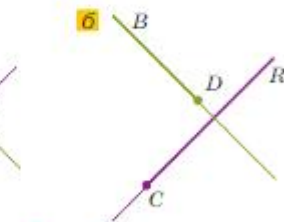
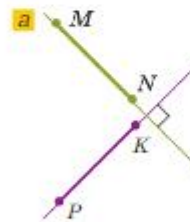


Рис. 6.4

На рисунке 6.4, а отрезок MN перпендикулярен отрезку PK , пишут $MN \perp PK$. На рисунке 6.4, б лучи DB и CR тоже перпендикулярны, пишут $DB \perp CR$. Представление о перпендикулярных отрезках дают нам рельсы и шпалы, линейки тетради и поля, сосулька и провод, на котором она висит.



Какие две прямые называют перпендикулярными?

Что такое перпендикулярные отрезки; лучи?

Каким знаком обозначают перпендикулярные прямые?

Какие чертёжные инструменты используют для построения перпендикулярных прямых?

К

- 6.1 Используя транспортир, постройте две перпендикулярные прямые.
- 6.2 Определите на глаз, какие пары прямых на рисунке 6.5 перпендикулярны, и запишите. Проверьте с помощью чертёжного треугольника, верно ли найдены пары перпендикулярных прямых.

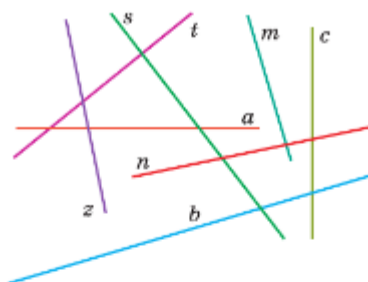


Рис. 6.5



- 6.3 а) Проведите прямую NM , отметьте точку K (рис. 6.6). Используя чертёжный треугольник, проведите через эту точку перпендикулярную прямую к прямой NM . Сколько прямых, перпендикулярных отрезку NM , можно провести через точку K ?

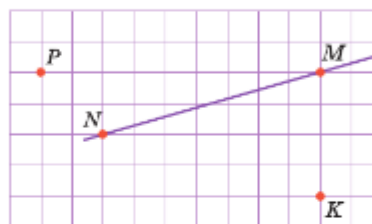


Рис. 6.6

- б) Проведите прямую NM , отметьте точку P (см. рис. 6.6). Используя чертёжный треугольник, проведите перпендикулярную прямую к прямой NM через точку P . Можно ли провести перпендикулярную прямую через точку P к отрезку NM ?

- 6.4 Найдите и запишите, какие из отрезков на рисунке 6.7 перпендикулярны.



- 6.5 Постройте прямой угол A . Отметьте на сторонах угла точки B и D так, что $AB = AD$, и проведите через них прямые, перпендикулярные сторонам угла. Отметьте точку C пересечения этих прямых. Как называется четырёхугольник $ABCD$?

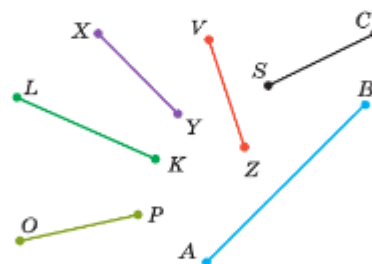


Рис. 6.7

- 6.6 Начертите четырёхугольник $MNPK$, у которого:

- а) $MN \perp NP$;
 б) $MN \perp MK$ и $NP \perp MN$;
 в) $MN \perp NP$, $MN \perp MK$ и $PK \perp NP$.



- 6.7 Решите уравнение:

- а) $3a - 4 = 2a + 6$; в) $1,7y - 1 = 1,3y + 1,4$;
 б) $\frac{4}{7}x + \frac{3}{7} = \frac{1}{7}x$; г) $\frac{4}{7}x = \frac{4}{21}x - \frac{8}{21}$.

Ц 6.8



Развивай мышление. В клетках прямоугольника расставьте числа 11, -12, 13, -14, 15, -16, 17, -18, 19 так, чтобы их произведения были больше 0 по всем горизонталям, вертикалям и диагоналям.

диагональ — Отрезок, соединяющий две несоседние вершины многоугольника, называют **диагональю**.



Запись $AB \perp CD$ читают так:

- прямая AB перпендикулярна прямой CD ;
- прямые AB и CD — перпендикулярны.

В 6.9 Найдите семь последовательных целых чисел, сумма которых равна нулю.

6.10 С виноградника собрали 200 ц винограда. Из них 40 % отправили в город на продажу, $\frac{1}{4}$ оставшегося винограда отправили в детские оздоровительные комплексы, а остальные — на плодopерерабатывающее предприятие. Сколько тонн винограда отправили на плодopерерабатывающее предприятие?

6.11 В первый день туристы прошли 50 % намеченного пути, во второй день — 60 % пути, пройденного в первый день, а в третий день они преодолели последние 6 км пути. Сколько километров составлял весь маршрут туристов?

А 6.12 *Старинная задача.* В клетке сидят фазаны и кролики. У них 11 голов и 34 ноги. Сколько кроликов и сколько фазанов в клетке?

6.13 Выполните действия:

$$1) \left(2,25 \cdot \frac{4}{9} - 2,25 : 2\frac{1}{4} \right) \cdot 5,7 - 5,7; \quad 2) \left(3,25 \cdot \frac{4}{13} - 3,25 : 3\frac{1}{4} \right) \cdot 9,3 - 9,3.$$



6.14 Проведите через точки A , B и C прямые, перпендикулярные прямой m (рис. 6.8).

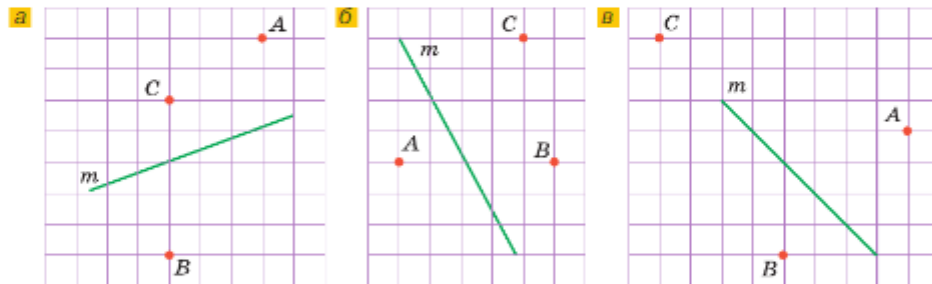


Рис. 6.8

Ц 6.15 *Развивай воображение.* Начертите два перпендикулярных отрезка так, чтобы они:

а) пересекались; б) не пересекались.

Выполните это задание для лучей. Могут ли два отрезка (луча) на плоскости располагаться по-другому?

6.16 Ширина газона 8 м, а длина 20 м. Ширину увеличили на 30 %. Как изменилась площадь газона?

6.17 В двух корзинках было поровну яблок. В первую корзинку доложили 8 яблок, а из второй забрали 4 яблока. После этого в первой корзинке стало в 5 раз больше яблок, чем во второй. Сколько яблок было в каждой корзинке?

6.18 Вычислите:

а) $21 + 9,7 \cdot (3,4 - 3,7)$;

в) $\left(0,7 - \frac{7}{20} \right) \cdot 2\frac{2}{9} - 0,4 : 1,8$;

б) $(134,31 : 3,3 + 4,4) : 1,1 + 8,8$;

г) $\left(2,28 - 1\frac{7}{25} \right) : \frac{4}{9} - 0,375 : \frac{1}{6}$.