



Грос

И. Р. ВЫСОЦКИЙ  
И. В. ЯЩЕНКО

МАТЕМАТИКА

# ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

8  
9

классы

Часть 1

Под редакцией  
И. В. ЯЩЕНКО



**И. Р. ВЫСОЦКИЙ  
И. В. ЯЩЕНКО**

**МАТЕМАТИКА**

# **ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА**

## **7–9 классы**

**БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ**

**Учебник**


**В двух частях**

**Часть 1**

**Под редакцией И. В. Ященко**

**Допущено Министерством просвещения  
Российской Федерации**

**Москва  
«Просвещение»  
2023**



# Предисловие

## Что такое статистика и как она связана с теорией вероятностей

Наука, которая занимается способами сбора, обработки и представления больших массивов данных, называется **статистикой**. Это название впервые использовал немецкий учёный Готфрид Ахенваль. Слово «статистика» происходит от латинского слова *status* — «состояние, положение вещей».

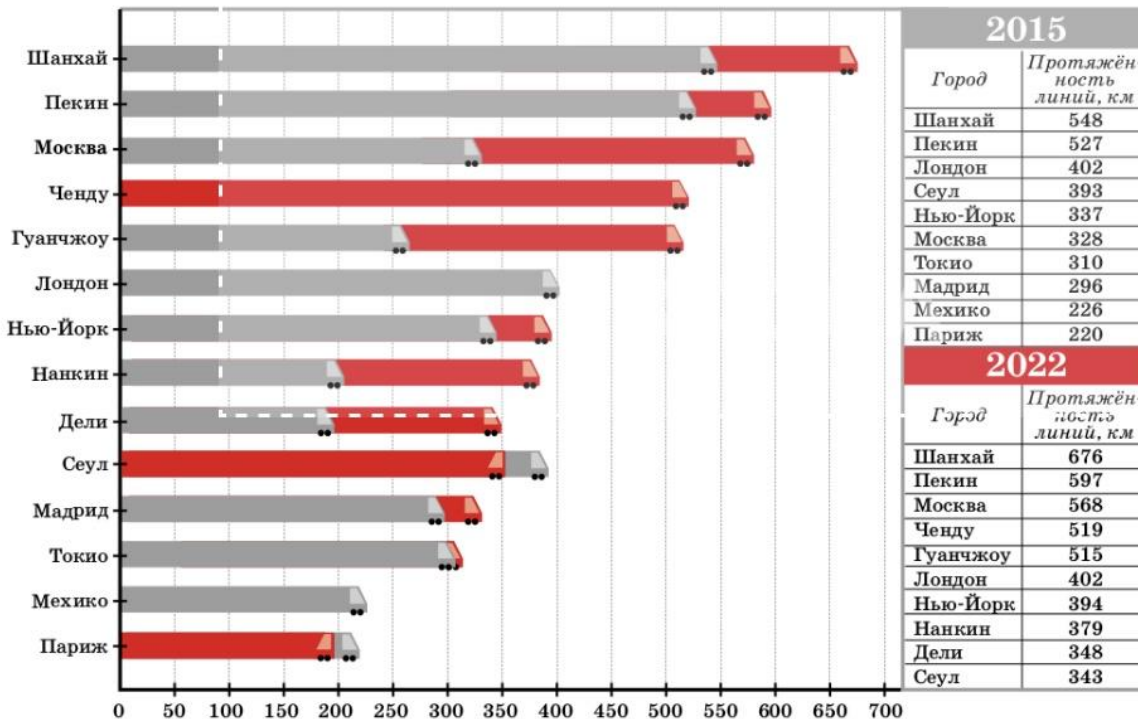
Нельзя управлять автомобилем, в котором приборы показывают неправду или вообще не работают. Точно так же невозможно управлять государством, городом и даже школой, если нет достоверной статистической информации.

Статистика нужна не только для управления. Все люди сталкиваются с медицинским обслуживанием, пользуются услугами банков, транспортом, делают покупки в магазинах. В нашем мире, который стремительно становится цифровым, статистическое мышление даёт человеку преимущество перед тем, у кого статистический кругозор не развит. Ещё лучше, если статистическое мышление подкреплено знанием математики.

В России сбором и обработкой статистических данных занимаются Центральный банк Российской Федерации, Пенсионный фонд Российской Федерации, министерства и ведомства. План сбора статистических данных (Федеральный план статистических работ) разрабатывает Федеральная служба государственной статистики (Росстат). Официальная статистическая информация доступна каждому.

Самым масштабным статистическим исследованием является Всероссийская перепись населения, о которой вы наверняка слышали. Федеральная служба государственной статистики собирает и систематизирует не только сведения о численности

Диаграмма 1. Десять крупнейших метрополитенов мира





населения, но и о его доходах и расходах, уровне образования, об экономике и транспорте, о медицинском обслуживании, о магазинах и кафе, о том, сколько мы расходует воды и электроэнергии, бензина и газа, — обо всём, что нужно знать, чтобы планировать жизнь огромной страны. Очень важно знать, как ведётся строительство — как быстро растёт количество домов, какое жильё пользуется наибольшим спросом сейчас и какое будет нужно через несколько лет.











Важно не только собрать информацию. Нужно уметь сравнивать её с аналогичными данными о других странах. Ещё важнее наблюдать, как меняются показатели — плотность населения, занятость, доходы, как учатся школьники, как развивается транспорт. На диаграмме 1 видно, как за семь лет поменялся состав десяти крупнейших метрополитенов мира и как выросла протяжённость линий.

Величины, которые изучает статистика, изменчивы — подвержены случайным колебаниям. Меняются курсы валют, цены на нефть и газ, температура воздуха на улице. Даже в школьной жизни множество изменчивых величин. Например, количество школьников, присутствующих в классе, меняется день ото дня. Каждый день один и тот же школьник тратит на дорогу от дома до школы разное время — немного больше или немного меньше, чем накануне.

Чтобы стать настоящей наукой, правильно описывать, объяснять и прогнозировать изменчивые явления, статистика нуждается в помощи математики. Раздел математики, изучающий случайные явления, называется **теорией вероятностей**. Опираясь на математические законы вероятностей, специалисты-статистики могут не только собирать данные и выдвигать предположения, но и проверять их, а также делать достоверные выводы и полезные прогнозы.

Вы начинаете изучать статистику и теорию вероятностей. Вы увидите, как математика помогает понять многие сложные и изменчивые явления повседневной жизни. Вам пригодятся все математические знания: и то, что вы уже знаете, и то, что вам ещё только предстоит узнать на уроках алгебры и геометрии.

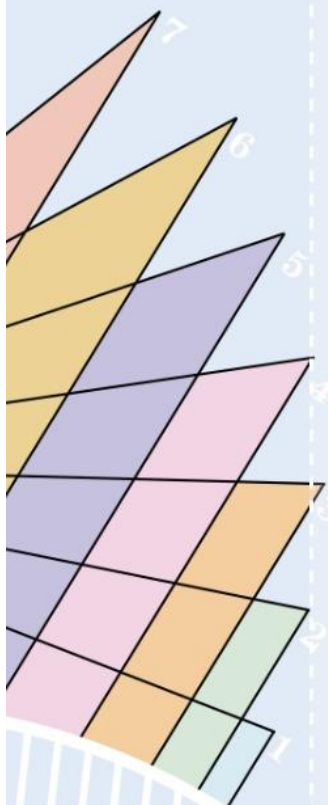
#### Условные обозначения

- |   |   |   |             |  |  |
|---|---|---|-------------|--|--|
|  | Важно   |  | Вопросы     |  | Справка, комментарий   |
|  | Задачи  |  | Определение |  | Используйте калькулятор  |
|  | Параграф базового уровня                          |   |             |  | Таблицы для заполнения, представленные в задачах, можно скачать по QR-коду |
|  | Параграф повышенного уровня                       |   |             |  |  |
|  | Начало и окончание материала повышенной сложности |   |             |  |  |
| <b>120</b>  | Задание повышенной сложности                      |   |             |  |  |

# I Представление данных

Чтобы упорядочивать большие массивы данных, используют таблицы. В таблице гораздо легче искать информацию, чем в обычном тексте, потому что в таблице каждое значение находится в своей ячейке, а однородные сведения сгруппированы в одной графе. Если данные подходящим образом помещены в таблицу, то их удобно сравнивать. Для наглядного представления обычно используют графические средства, например диаграммы. В отличие от таблиц, диаграммы не передают значения точно, зато позволяют сравнивать величины на глаз. Вам знакомы столбиковые и круговые диаграммы. Кроме них существуют демографические диаграммы, лепестковые диаграммы и множество других.

- 1 **Таблицы**
- 2 **Упорядочивание данных и поиск информации**
- 3 **Подсчёты и вычисления в таблицах**
- 4 **Столбиковые диаграммы**
- 5 **Круговые диаграммы**
- 6\* **Возрастно-половые диаграммы**



## 1 Таблицы

**Таблица** — простой и удобный способ упорядочить данные. С некоторыми таблицами вы уже знакомы с начальной школы. Это таблицы сложения и умножения, таблицы спряжения глаголов. Таблицами являются расписание уроков, страницы школьного дневника, оглавление учебника.

Государственные и коммерческие службы регулярно собирают обширные сведения об обществе и окружающей среде. Эти данные обычно публикуют в виде таблиц.

Рассмотрим примеры таблиц, научимся составлять их и извлекать из них информацию.

**ПРИМЕР.** В образовательном центре был сделан ремонт, и в начале учебного года руководство центра поручило сотруднице Елене собрать заявки на новую мебель от всех лабораторий и отделов. Елена принимает заявки по СМС и по электронной почте. В течение двух дней она получила несколько заявок.



Данные поступают в разное время, уточняются, меняются. Всё это трудно запомнить и неудобно хранить в разных местах. Нужно собрать все сведения в одну таблицу. Елена использует электронную таблицу. Она уже подсчитала и внесла в неё, сколько нужно рабочих столов (рис. 1).



При этом часть информации потеряна: в таблице мы не видим, сколько и какой мебели заказывали разные отделы. Но сейчас это не важно. Главное — собрать общий заказ. Таблицу можно расширить: указать цены и подсчитать общую сумму, которую придётся затратить на новую мебель.



## Вопросы

- 1 Какая информация, нужная для приобретения и расстановки мебели, не вошла в таблицу на рисунке 1?

	A	B	C
1			
2		Наименование	Количество
3	1	Стол рабочий	11
4	2	Шкаф для одежды	
5	3	Стул	
6	4	Кресло	
7	5	Тумбочка с ящиками	
8	6	Книжный шкаф	
9	7	Настольная лампа	
10	8	Маленький круглый стол	
11	9	Зелёный диван	

Рисунок 1. Заказ мебели

- 2 Приведите примеры таблиц, которые вы видели на улицах, в торговых центрах, на вокзалах, автобусных станциях или в аэропортах.



## Задачи

- 1 Перечертите таблицу из рисунка 1 в тетрадь и заполните её до конца.
- 2 Каждый день автобус делает три рейса от железнодорожной станции в посёлок — туда и обратно. Первый рейс отправляется от станции утром в 8 часов 32 минуты. На дорогу от станции до посёлка автобус тратит ровно 30 минут. Такое же время автобус тратит на обратный путь. На конечных остановках автобус ровно 10 минут ждёт пассажиров и отправляется обратно. Составьте расписание движения автобуса по образцу (табл. 1).

Таблица 1. Расписание движения автобусов по маршруту  
«Ст. Беломошье — пос. Нагорное».  
Ежедневно с 25.04.2022

Время отправления от конечного пункта	
Ст. Беломошье	Пос. Нагорное
8:32	

## 2 Упорядочивание данных и поиск информации

Чтобы легче разыскивать данные в таблицах, их упорядочивают по какому-то признаку. Иногда упорядочивание совершенно естественное. Например, одни и те же данные за разные годы обычно представляют в **хронологическом порядке** (упорядочивание по времени). Если данные разбросаны хаотично, пользоваться таблицей неудобно.

**ПРИМЕР 1.** В таблице 2 показано население городов-миллионеров в России в некоторые годы. Города упорядочены по алфавиту, а данные о числе жителей — хронологически.

Таблица 2. Население городов-миллионеров, тыс. чел.

Город	Год	2002	2006	2010	2018	2019	2020	2021
Волгоград		1011	992	1021	1014	1013	1009	1004
Воронеж		849	846	890	1048	1054	1058	1050
Екатеринбург		1294	1308	1350	1469	1483	1494	1495
Казань		1105	1113	1144	1244	1252	1257	1257
Красноярск		909	921	974	1091	1095	1094	1092
Москва		10 126	10 425	11 504	12 506	12 616	12 679	12 655
Нижний Новгород		1311	1284	1251	1259	1254	1252	1244
Новосибирск		1426	1397	1474	1613	1618	1626	1620
Омск		1134	1139	1154	1172	1165	1155	1139
Пермь		1002	993	991	1052	1054	1055	1049
Ростов-на-Дону		1068	1055	1089	1130	1133	1138	1137
Самара		1158	1143	1165	1163	1157	1157	1144
Санкт-Петербург		4661	4581	4880	5352	5384	5398	5384
Уфа		1042	1030	1062	1121	1124	1129	1125
Челябинск		1077	1093	1130	1202	1201	1197	1187

В таблице 2 легко найти данные о нужном городе. Но на некоторые вопросы отвечать неудобно. Например, на вопрос «Какой город в России являлся пятым по численности населения в 2021 г.?».

Чтобы ответить на этот вопрос, строки лучше упорядочить по убыванию численности населения в 2021 г. Первым городом станет Москва, за ней — Санкт-Петербург, Новосибирск и так далее до Волгограда. Сделаем это, причём внесём в эту таблицу не все данные, а только данные за 2021 г.

В построенной таблице 3 сразу видно, что пятым по численности городом является Казань с населением 1 млн 257 тыс. жителей.



Таблица 3. Население городов-миллионеров в 2021 г.

Город	Население, тыс. чел	Город	Население, тыс. чел	Город	Население, тыс. чел
Москва	12 655	Нижний Новгород	1244	Уфа	1125
Санкт-Петербург	5384	Челябинск	1187	Красноярск	1092
Новосибирск	1620	Самара	1144	Воронеж	1050
Екатеринбург	1495	Омск	1139	Пермь	1049
Казань	1257	Ростов-на-Дону	1137	Волгоград	1004



В зависимости от стоящей задачи данные в таблицах упорядочивают разными способами.

До появления компьютеров таблицы со статистическими данными хранились в огромных бумажных книгах. Поиск нужной информации занимал много времени. В современных процессорах электронных таблиц очень легко упорядочивать данные по любому признаку. Упорядочивание нужно в таблицах спортивных результатов, экономических достижений и всевозможных рейтингов<sup>1</sup>.

**ПРИМЕР 2.** В таблице 4 даны результаты забега на 100 м мужчин, занимающихся в спортивном клубе. Для участия в городских соревнованиях по бегу на 100 м тренер хочет отобрать не более восьми лучших бегунов, но только тех, у кого результат не превосходит 11,5 с. Сколько бегунов удовлетворяют этому условию? Как нужно изменить границу отбора, чтобы отобранных бегунов было ровно восемь?

Таблица 4. Результат забега на 100 м

Фамилия	Время, с	Фамилия	Время, с	Фамилия	Время, с
Асташкин	10,98	Карамышев	11,84	Шелепин	12,49
Сычёв	11,20	Ярушевич	11,86	Тугарёв	12,50
Чернов	11,23	Осадчий	12,02	Зверев	12,65
Ясенский	11,44	Гостев	12,23	Белов	12,74
Плахотин	11,45	Дельнев	12,29	Пилегин	13,01
Пережогин	11,57	Львов	12,34	Богатырёв	13,12

Чем меньше времени спортсмен провёл на дистанции, тем лучше. Поэтому мы упорядочили данные по возрастанию времени забега.

Время забега менее 11,5 с у пяти бегунов. Если нужно отобрать ровно восемь, тренер может выбрать границу 12 с.

<sup>1</sup> Слово «рейтинг» происходит от английского слова *rating* — «оценка, определение стоимости, классификация».



## Вопросы

- 1 Для чего применяются таблицы?
- 2 Какими таблицами вы пользовались в быту и в учёбе? Чем они удобны?



## Задачи

- 3 Пользуясь таблицей 2, найдите численность населения:
  - а) Новосибирска в 2002 г.;
  - б) Казани в 2002 г.
- 4 В каком городе население в 2010 г. составляло 1474 тыс. чел.?
- 5 Сколько городов в России имело население более 1 млн чел. в 2006 г.?
- 6 На сколько численность населения Санкт-Петербурга в 2021 г. была выше, чем в 2010 г.?
- 7 На сколько численность населения Екатеринбурга в 2018 г. была выше, чем в 2010 г.?
- 8 Сколько городов в России в 2002 г. имело население более 1500 тыс. чел.?
- 9 Рассмотрите таблицу 4. Сколько спортсменов пробежали дистанцию 100 м менее чем за 12,5 с?
- 10 В таблице 5 даны нормативы по бегу на 100 м.

Таблица 5. Нормативы по бегу на 100 м, с

Хронометр	Мастер спорта межд. класса	Мастер спорта	Кандидат в мастера спорта	I разряд	II разряд	III разряд
Ручной	—	—	10,7	11,2	11,8	12,7
Автоматический	10,28	10,64	10,94	11,44	12,04	12,94

Используя таблицу 4, ответьте на вопросы. Считайте, что время измеряли автоматическим хронометром.

- а) Сколько спортсменов во время контрольного забега выполнили норматив кандидата в мастера спорта по бегу на 100 м?
  - б) Сколько спортсменов выполнили норматив I разряда?
  - в) Сколько спортсменов выполнили норматив II разряда?
- 11 В математической олимпиаде участвовали 600 учащихся из разных школ города. Наибольший возможный балл был равен 15. В таблице 6 показано, как распределились участники по баллам. Найдите:
    - а) количество участников, набравших не более 6 баллов;
    - б) долю участников (в процентах), которые набрали не менее 11 баллов.

Таблица 6. Распределение участников по баллам

Балл	0	1	2	3	4	5	6	7
Количество участников	3	8	27	44	53	69	88	80
Балл	8	9	10	11	12	13	14	15
Количество участников	76	54	32	24	20	15	6	1



**12** Нужно объявить участникам математической олимпиады (см. задачу 11) граничный балл, то есть наименьший балл, обладатель которого становится призёром или победителем олимпиады. Каким должен быть наименьший граничный балл, чтобы общее количество призёров и победителей:

- а) не превышало 30 человек;
- б) было не более 10% от общего числа участников? Сколько процентов участников станет победителями и призёрами в этом случае?

**13** Электрическую энергию очень трудно запастись в большом количестве (батареи и аккумуляторы не в счёт). Электростанции производят практически столько электричества, сколько потребляет промышленность, сельское хозяйство и население. Поэтому по производству электроэнергии можно судить о состоянии экономики в стране. В быту количество потреблённой электрической энергии измеряют в киловатт-часах (кВт · ч); в стране — в миллиардах киловатт-часов. В таблице 7 указан объём электроэнергии, произведённой в России в период с 2010 по 2019 г.

Таблица 7. Производство электроэнергии в России, млрд кВт · ч

Год	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Объём произведённой электроэнергии	1038	1055	1069	1045	1047	1050	1072	1074	1091	1096

Определите по таблице 7:

- а) Сколько электроэнергии было выработано в России в 2012 г.?
- б) В каком году электроэнергии было произведено больше: в 2012 или в 2013 г.?
- в) В каком году в России было произведено больше всего электроэнергии?
- г) Назовите один-два фактора, которые влияют на объём годового потребления электроэнергии в стране.
- д)\* Как вы думаете, чем объясняется спад в производстве электроэнергии в 2013 г.?

### 3

## Подсчёты и вычисления в таблицах

### Подсчёты в таблице

В классе был проведён опрос о том, какие у кого живут домашние животные. Получился следующий список:

*Собака, собака, кошка, никого, кошка, рыбка, кошка, никого, кошка, кошка, птица, никого, собака, никого, кошка, птица, собака, кошка, собака, никого, рыбка, кошка, собака, собака, кошка, никого, черепаха, никого, собака, рыбка, кошка, собака, кошка.*

Список не показывает прямо, сколько каких животных живёт у школьников. Чтобы ответить на этот вопрос, нужно провести подсчёты. Проще всего это сделать с помощью таблицы, читая список один раз.

Будем рисовать чёрточки во втором столбце: в списке встретилось слово «собака», значит, рисуем чёрточку в строке «Собака». И так далее.



Пятую чёрточку нарисуем так, чтобы «закрыть» четыре предыдущие. Запись  $||||$  означает пять подсчитанных объектов — пятёрк. Так удобнее потом подсчитать общее количество чёрточек в каждой строке. Обработав весь список, получим таблицу 8.

Таблица 8. Подсчёт животных

Животное	Встретилось в списке	Всего
Собака	$    $ $    $	9
Кошка	$    $ $    $ $ $	11
Никого	$    $ $  $	7
Рыбка	$   $	3
Птица	$  $	2
Черепаша	$ $	1

Теперь легко подсчитать животных каждого вида. Собака в списке встречается 5 раз и ещё 4 раза ( $||||$   $||||$ ), то есть всего 9 раз. Кошка — 11 раз. Птицы живут у двух школьников, рыбки — у троих школьников, а черепаха — только у одного.

Если бы мы считали сначала собак, потом кошек и т. д., нам бы пришлось просматривать список несколько раз. Используя приём с чёрточками, мы прочитали список лишь один раз.

Такой способ подсчётов в таблице использовали ранее, но иногда применяют и сейчас. Например, так делают социологи при ручной обработке бумажных анкет, продавцы в небольших магазинах для учёта проданной продукции.

Разумеется, когда данных очень много, подсчёты можно и нужно проводить с помощью компьютера.

### Вычисления в таблицах. Сметы

Иногда значения в одном из столбцов таблицы вычисляются с помощью значений, стоящих в других столбцах и строках. С такими таблицами мы часто встречаемся. Вспомните таблицу умножения или таблицу спортивных состязаний. В этих таблицах одни величины вычисляются с помощью других. Часто приходится составлять сметы.



**Смета** — это таблица со списком или планом расходов. В смете указывают нужные товары, цены и итоговую стоимость.

**ПРИМЕР 1.** Спортивный комитет выделил на закупку спортивного инвентаря для летнего лагеря 50 000 р. Было решено купить футбольные, волейбольные и баскетбольные мячи, ракетки, воланы и сетку для бадминтона. Чтобы понять, как распределить деньги и сколько товаров купить, организаторы составили смету расходов (табл. 9).

Таблица 9. Смета расходов на покупку спортивного инвентаря

№ п/п	Наименование	Ед. измерения	Количество	Цена ед., р.	Стоимость, р.
1	Мяч футбольный	шт.	20	575,5	
2	Мяч волейбольный	шт.	20	500	
3	Мяч баскетбольный	шт.	10	800	
4	Ракетка бадминтонная	шт.	38	480	
5	Воланы	коробка	15	750	
6	Сетка для бадминтона	шт.	4	700	
<b>Итого</b>					

В столбце «Стоимость» подводятся итоги по строкам: стоимость равна цене, умноженной на количество купленных единиц товара. Последняя строка в смете отличается от предыдущих. В этой строке подводят суммарные итоги в одном или нескольких столбцах таблицы.

Распределить деньги можно по-разному. Предположим, что спорткомитет решил купить только футбольные и волейбольные мячи, ракетки для бадминтона и воланы. Тогда смета может быть такой, как в таблице 10.

Таблица 10. Смета расходов на покупку спортивного инвентаря

№ п/п	Наименование	Ед. измерения	Количество	Цена ед., р.	Стоимость, р.
1	Мяч футбольный	шт.	20	575,5	11 510
2	Мяч волейбольный	шт.	20	500	10 000
3	Мяч баскетбольный	шт.	0	800	0
4	Ракетка бадминтонная	шт.	38	480	18 240
5	Воланы	коробка	15	750	11 250
6	Сетка для бадминтона	шт.	0	700	0
<b>Итого</b>					51 000

В последней строке видно, что мы превысили выделенную сумму на 1000 р. Придётся менять смету, чтобы уложиться в выделенную сумму. Можно уменьшить количество волейбольных мячей на два. Тогда как раз получится 50 000 р.

Можно поступить иначе: купить меньше на одну ракетку и на одну коробку воланов. Экономия составит  $480 + 750 = 1230$  р., и общая сумма будет равна 49 770 р. Но в этом случае останется 230 р., на которые уже ничего купить нельзя.

### Доли и проценты в таблицах

Часто приходится вычислять долю одной или нескольких частей в едином целом. Если исходные данные записаны в таблице, то доли также принято записывать в таблицу. Покажем на примере, как это делается.

**ПРИМЕР 2.** Наблюдения показывают, что за последние 40 лет структура занятости населения России сильно изменилась. В таблице 11 показана общая численность населения, численность трудоспособного населения (от 16 лет до пенсионного возраста) и количество людей пенсионного возраста<sup>1</sup> в России в 1981 и в 2021 гг. по данным Росстата Российской Федерации.

Таблица 11. Население трудоспособного и пенсионного возраста в 1981 и 2021 гг.

Год	Трудоспособное население, млн чел.	Население пенсионного возраста, млн чел.	Общая численность населения, млн чел.
1981	83,16	22,88	138,84
2021	81,88	36,90	146,17

Данные нельзя считать совершенно точными, кроме того, абсолютные значения мало говорят о том, как изменилась ситуация. Можно лишь заметить, что численность людей пенсионного возраста выросла, а трудоспособного возраста — сократилась. Изменения станут нагляднее, если выразить численность обеих групп в процентах от общей численности населения. Найдём процентную долю людей пенсионного возраста в 1981 г.:

$$22,88 : 138,84 \cdot 100\% \approx 16,48\%.$$

Точно так же проведём вычисления для численности трудоспособного населения и для данных 2021 г. Чтобы сопоставить данные, добавим новые сведения в таблицу.

Таблица 12. Население трудоспособного и пенсионного возраста в 1981 и 2021 гг.

Год	Трудоспособное население		Население пенсионного возраста		Общая численность населения, млн чел.
	Количество, млн чел.	Доля, %	Количество, млн чел.	Доля, %	
1981	83,16	59,90	22,88	16,48	138,84
2021	81,88	56,02	36,90	25,24	146,17

Теперь видно, что доля трудоспособного населения уменьшилась, но незначительно — меньше чем на 4% населения, а доля пенсионеров выросла больше чем в полтора раза.



Таблицы удобны тем, что прямо в них можно проводить вычисления, дополняя имеющиеся данные.

<sup>1</sup> Люди пенсионного возраста и пенсионеры — это не одно и то же. Помимо людей пенсионного возраста есть ещё те, кто не достиг установленного пенсионного возраста, но получает специальные пенсии — например, военные пенсионеры, пенсионеры по состоянию здоровья.





## Вопросы

- 1 Как вы думаете, почему принято считать пятками — по пять чёрточек?
- 2 Что такое смета?
- 3 Как вы думаете, зачем нужно знать долю численности трудоспособного населения и долю численности людей пенсионного возраста?
- 4 В городе проводился опрос жителей о том, как потратить часть бюджета на благоустройство — направить деньги на строительство детских площадок или на озеленение улиц. Какие признаки можно выделить у опрашиваемых респондентов?



## Задачи

- 14 Продавцы небольших книжных киосков часто отмечают число проданных за день книг в общей ведомости, чтобы в конце дня быстро подвести итоги работы. Часть такой ведомости дана в таблице 13.
- а) Перечертите таблицу 13 в тетрадь и заполните столбец «Всего».
  - б) Заполните столбец «Выручка».
  - в) Подсчитайте общее число проданных книг и суммарную выручку и заполните соответствующие ячейки.



Таблица 13. Ведомость продажи книг

№ п/п	Название книги	Цена, р.	Продано	Всего	Выручка
1	«Алиса в Стране чудес»	590			
2	«Властелин колец»	1100	++++  ·		
3	«Вредные советы»	190			
4	«Гарри Поттер и Орден Феникса»	820	++++ +++++		
5	«Северное сияние»	460			

- 15 Пользуясь таблицей 13 и результатами задачи 14, составьте таблицу долей выручки от продажи каждой книги.



- 16 Рассмотрите таблицу 2 «Население городов-миллионеров» (см. с. 8).



- а) Начертите эту таблицу в тетради, оставив только 2002, 2010 и 2021 гг. Добавьте справа столбец и укажите в нём, на сколько процентов изменилась численность населения каждого города в период с 2002 по 2021 г.
- б) В каком городе процентный прирост численности населения наибольший?
- в) В каком городе процентный прирост численности населения наименьший?
- г) В каких городах произошла **депопуляция**<sup>1</sup> в течение 2002—2021 гг.? Как вы думаете, с чем может быть связана депопуляция именно в этих городах?
- д) Найдите в таблице 2 город, где прирост населения за 11 лет (с 2010 по 2021 г.) превышает 15%. Как вы думаете, с чем может быть связан такой резкий рост численности населения в этом городе?

<sup>1</sup> Депопуляция — убыль численности населения.

- 17** В таблице 14 даны четвертные оценки по математике, русскому и иностранному языкам всех учащихся класса.

Таблица 14. Оценки за четверть

№ п/п	Фамилия	Математика	Русский язык	Иностранный язык
1	Авдеев И.	4	3	5
2	Андреева О.	4	4	4
3	Баранкин С.	3	4	3
4	Бодров О.	5	4	5
5	Волин С.	5	5	5
6	Волкова Е.	3	5	4
7	Галкин П.	3	4	3
8	Данилов М.	5	3	5
9	Евсеева С.	4	5	5
10	Жуков Д.	5	4	4
11	Иванова Е.	4	5	5
12	Караваева А.	5	4	5
13	Кузнецов И.	3	3	3
14	Кузовлев П.	3	4	3
15	Ломов Д.	3	3	3
16	Макаров А.	4	3	4
17	Мельникова М.	5	4	3
18	Надюшина С.	4	5	4
19	Норов П.	4	4	3
20	Оганов А.	5	3	4
21	Островая Е.	5	4	5
22	Петров С.	4	5	5
23	Петрова И.	4	4	5
24	Пронина Д.	5	5	4
25	Шашкин П.	4	3	4
26	Яковлева Н.	3	4	4

Пользуясь таблицей 14, составьте таблицу с результатами подсчёта учеников, которые имеют:

- пятерку по математике;
- пятерку или четверку по русскому языку;
- пятерку хотя бы по одному из предметов;
- пятерки по двум или трём предметам.

- 18** По таблице 9 (с. 13) ответьте на следующие вопросы:

- Какой из товаров самый дорогой?
- Какой из товаров самый дешёвый?

- в) Какого товара решили купить больше всего? Как вы думаете, почему?  
 г) Какого инвентаря решили купить меньше всего? Как вы думаете, почему?
- 19 Начертите таблицу 9 в тетради, найдите стоимость каждого вида товара и заполните последний столбец. Ответьте на следующие вопросы:  
 а) На какой вид инвентаря планируется потратить самую большую сумму?  
 б) На какой вид инвентаря планируется потратить самую маленькую сумму?
- 20 Предложите какой-нибудь способ составления сметы по таблице 9 так, чтобы были куплены волейбольные и футбольные мячи, ракетки, воланы и сетки и чтобы общая сумма покупки была ровно 50 000 р.
- 21 Пользуясь данными таблицы 9, составьте собственную смету для покупки трёх из перечисленных видов спортивного инвентаря на общую сумму от 9900 до 10 000 р.
- 22 Рассмотрите таблицу 7 (с. 11). Найдите, как изменялось год от года производство электрической энергии в России в 2011—2019 гг. в процентах от показателя предыдущего года. Перечертите в тетрадь таблицу 15 и заполните пустые ячейки.

Таблица 15. Изменение производства электроэнергии в России

Год	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Изменение по отношению к предыдущему году, %	1,6			0,2					

- 23 Всё чаще мы оплачиваем коммунальные услуги через компьютер или смартфон. Однако ещё встречаются бумажные платёжные квитанции. Ниже показана заполненная платёжная квитанция для оплаты электроэнергии в квартире.

Квитанция						
Получатель платежа ПАО «Мосэнергосбыт»						Код РФ
Номер лицевого счета						
Ф.И.О. *****						Период сен.19
Адрес Москва, ул.Липецкая, *****						(месяц, год)
Код платежа	Тарифная зона	Показания счётчиков		Расход (кВтч)	Тариф (руб/кВтч)	Сумма к оплате (руб)
13	T1	текущее 10345	предыдущее 10242		6,57	
2	T2	9322	9234		2,13	
15	T3	8233	8120		5,47	
						Итого:
*Коды платежа:						
1 - T1 (день) - для однотарифного и двухтарифного учета						
13 - T1 (пик) - для трёхтарифного учета						
2 - T2 (ночь) - для двухтарифного и трёхтарифного учета						
15 - T3 (полуночь) - для трёхтарифного учета						
Итого к оплате:						руб. коп.
Подпись						

Разберитесь в платёжной квитанции, заполните пустые ячейки «Расход», «Сумма к оплате» и «Итого» и ответьте на вопросы:

- а) Сколько кВт·ч израсходовано по тарифной зоне T1 «пик» с момента установки счётчика к моменту снятия показаний в сентябре?  
 б) Сколько кВт·ч израсходовано по тарифной зоне T1 «пик» с момента предыдущего снятия показаний в августе?  
 в) Какую сумму владелец квартиры должен заплатить по тарифу T2 «ночь»?  
 г) Какую сумму он должен заплатить всего?



## 4 Столбиковые диаграммы

Таблицы удобны для упорядочивания и поиска данных. Однако они не дают наглядного представления о соотношении величин. Для этого используют **диаграммы**. Диаграммы часто встречаются в Интернете, в газетах, журналах и книгах, они иллюстрируют соотношение и изменение различных величин.



Диаграммы используются для наглядного, запоминающегося изображения и сопоставления данных.

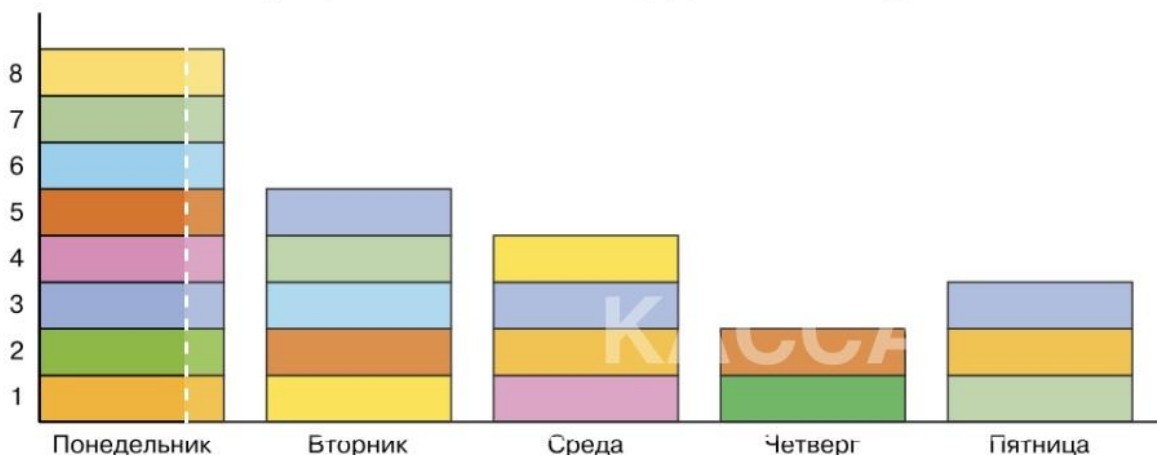
**ПРИМЕР 1.** В таблице 16 приведены данные о числе шоколадок, проданных в школьной столовой в учебные дни с понедельника по пятницу.

Таблица 16. Продажа шоколада

День недели	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Число шоколадок	8	5	4	2	3

Наглядно эти данные можно изобразить в виде столбиков, каждый из которых показывает число шоколадок, проданных за день (диагр. 2).

Диаграмма 2. Количество проданных шоколадок



Чтобы построить **столбиковую диаграмму**, мы начертили горизонтальную и вертикальную прямые линии. На горизонтальной прямой отметили дни недели с понедельника по пятницу. Над каждой отметкой изобразили стопку проданных шоколадок. На вертикальную прямую нанесли деления, помогающие понять, сколько шоколадок в каждом столбике.

Диаграмму можно упростить. Вместо шоколадок лучше нарисовать просто столбики разной высоты. Ниже показаны два варианта оформления диаграммы 2 — с зазорами между столбиками и без зазоров (диагр. 3 и 4).



Диаграмма 3

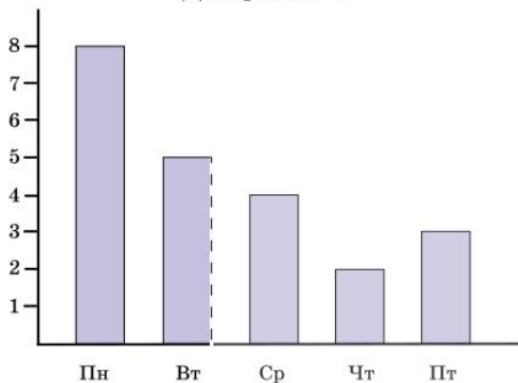
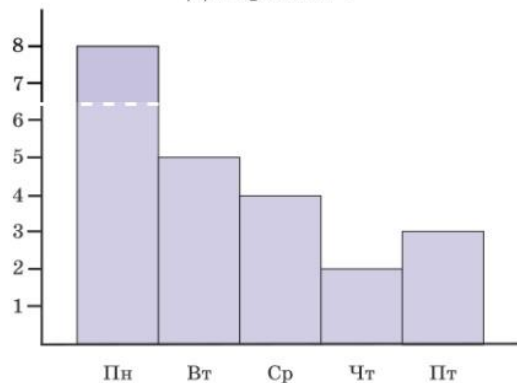


Диаграмма 4



Высоты столбиков наглядно отражают соотношение между величинами. Большая точность не требуется, но столбики диаграммы должны быть одинаковой ширины. Зазоры между столбиками тоже должны быть одинаковыми.

Иногда на диаграмме столбики удобно откладывать не от нулевой высоты, а от другого значения.

**ПРИМЕР 2.** Диаграммы 5 и 6 показывают средние цены на один и тот же смартфон за период с августа 2021 г. по январь 2022 г.

Диаграмма 5

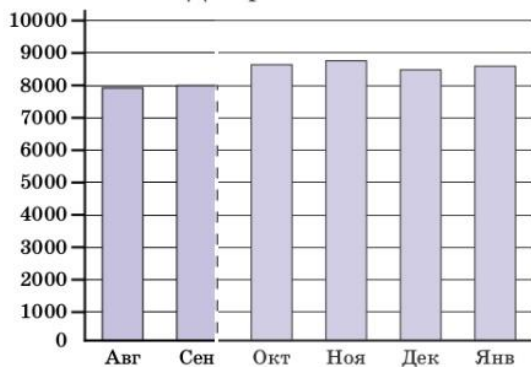
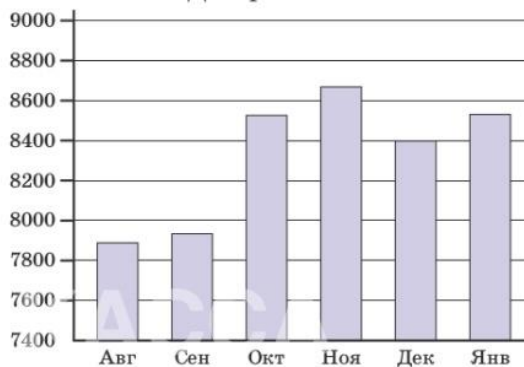


Диаграмма 6



Разница в том, что на диаграмме 5 столбики откладываются от значения 0 р., а на диаграмме 6 — от 7400 р. На диаграмме 5 меньше масштаб: одно деление соответствует 1000 р., а на диаграмме 6 — масштаб в пять раз больше: в одном делении 200 р. Поэтому на диаграмме 5 различия столбиков по высоте видны хуже, чем на диаграмме 6. С другой стороны, на диаграмме 5 можно визуально **оценить**<sup>1</sup> прирост или падение цены по сравнению с предыдущим годом. По диаграмме 6 такую оценку сделать трудно из-за того, что отношение высот столбиков не равно отношению цен.

Зато на диаграмме 6 лучше видно различия между соседними столбиками.

<sup>1</sup> Оценить — здесь: найти приближённое значение.

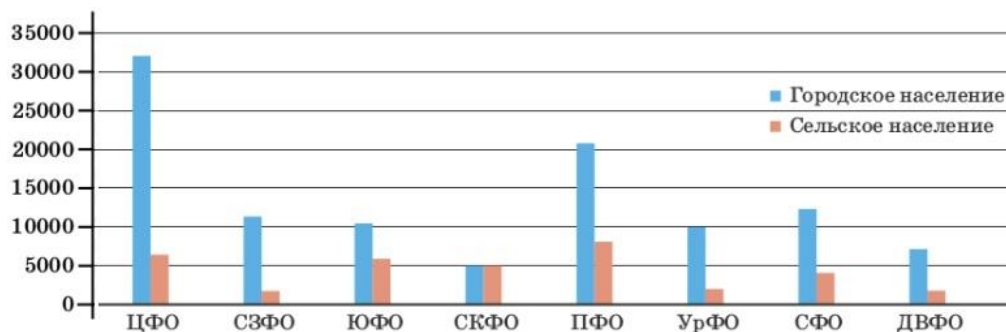


Выбор начала отсчёта по вертикальной оси и масштаба зависит от природы данных и от целей, которые стоят перед исследователем.

Столбиковые диаграммы применяются не только тогда, когда нужно увидеть, как меняется одна и та же величина со временем. Столбиковые диаграммы используются для наглядного сравнения разных, но близких по смыслу величин. При необходимости на столбиковой диаграмме можно показывать два или несколько **рядов данных**, то есть рядов столбиков. Подпись, которая помогает разобраться в диаграмме, называется **легендой** диаграммы.

**ПРИМЕР 3.** На диаграмме 7 показана численность городского и сельского населения Федеральных округов России в 2021 г. Городское и сельское население показано в одном и том же масштабе двумя рядами. Благодаря вертикальной оси мы видим, сколько примерно горожан и сельских жителей в каждом округе, в то же время столбики позволяют визуально сравнивать эти значения. Например, видно, что в Центральном федеральном округе примерно в 5 раз больше людей живёт в городе, чем в сельской местности, а в Северо-Кавказском округе сельских и городских жителей примерно поровну.

Диаграмма 7



### Вопросы

- 1 Чем диаграмма удобнее таблицы?
- 2 В каких случаях таблица удобнее диаграммы?
- 3 Какие требования нужно соблюдать при построении столбиковой диаграммы?
- 4 Что такое легенда диаграммы?



### Задачи

- 24 По диаграмме 2 определите:
  - а) в какой день недели продано больше всего шоколадок;
  - б) в какой день недели продали меньше всего шоколадок.
- 25 По диаграмме 2 определите, во сколько раз больше продано шоколадок в понедельник по сравнению со средой; с четвергом.
- 26 Можно ли с помощью диаграммы 2 сделать вывод, что в конце недели продаётся меньше шоколадок, чем в начале?



27 За контрольную работу по математике школьники получили 6 оценок «отлично», 10 оценок «хорошо», 5 оценок «удовлетворительно» и 3 оценки «неудовлетворительно». Постройте столбиковую диаграмму по этим данным.

28 В таблице 17 указаны 6 лучших нападающих премьер-лиги чемпионата России по футболу сезона 2018—2019 гг. и место команды по итогам чемпионата.

Таблица 17. Лучшие нападающие

Игрок	Команда	Число голов	Место
Чалов Фёдор	ЦСКА (Москва)	15	4
Азмун Сердс р	«Зенит» (Санкт-Петербург)	13	1
Классон Виктор	«Краснодар»	12	3
Дриусси Себастьян	«Зенит» (Санкт-Петербург)	11	1
Миранчук Антон	«Локомотив» (Москва)	11	2
Зе Луиш	«Спартак» (Москва)	10	5

- Постройте столбиковую диаграмму числа голов, забитых лучшими нападающими.
- Можно ли сказать, что среди нападающих есть явный лидер?
- Как вы думаете, есть ли связь между числом голов, забитых нападающими, и результатами их команд? Иными словами, можно ли утверждать, что чем больше голов забил игрок, тем выше место его команды в чемпионате?

29 В таблице 18 приведены данные о выработке электроэнергии в России в период с 2010 по 2019 г. в миллиардах киловатт-часов.

Таблица 18. Производство электроэнергии в России

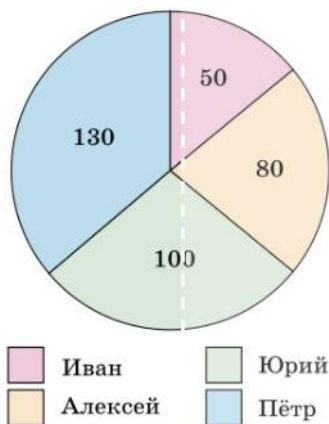
Год	2010	2011	2012	2013	2014
Объём произведённой электроэнергии, млрд кВт·ч	1038	1055	1069	1045	1047
Год	2015	2016	2017	2018	2019
Объём произведённой электроэнергии, млрд кВт·ч	1050	1072	1074	1091	1096

- Постройте столбиковую диаграмму по данным таблицы 18. Какое значение удобно взять в качестве начального на вертикальной оси?
- Можно ли сказать, что выработка электроэнергии сильно меняется год от года?
- В каком году выработка электроэнергии была самой низкой?
- В каком году выработка электроэнергии была самой высокой?
- В каком году прирост выработки электроэнергии был самым высоким?
- \* Какую **тенденцию**<sup>1</sup> можно заметить в этих данных в период с 2014 по 2018 г.?

<sup>1</sup> Тенденция — устойчивое направление развития (рост, снижение, постоянство), наблюдаемое на протяжении длительного времени.

## 5 Круговые диаграммы

Диаграмма 8.  
Деление пиццы



Четыре друга в складчину покупают круглую пиццу за 360 р. Иван внёс 50 р., Алексей — 80 р., Юрий — 100 р. и Пётр — 130 р. Построим круговую диаграмму, показывающую долю каждого (диагр. 8) (пиццу они, конечно, поделят потом поровну). Пицца стоит 360 р., поэтому каждому рублю соответствует сектор с углом  $1^\circ$ .

Если бы друзья делили пиццу не поровну, а пропорционально своим долям в общей сумме, то Ивану достался бы сектор пиццы с углом  $50^\circ$ , Алексею — сектор с углом  $80^\circ$  и т. д.

Деление круга на секторы, пропорциональные частям целого, настолько наглядно, что его используют в самых разных случаях. Полученная таким образом схема называется **круговой диаграммой**. В английском языке используется слово *pie chart* (пай чарт), что дословно означает «схема пирога», или «пироговая диаграмма».



Диаграмма, показывающая, как целое делится на части в виде секторов круга, углы которых пропорциональны долям единого целого, называется **круговой диаграммой**.

Чтобы построить круговую диаграмму на бумаге, нужны линейка, циркуль и транспортир. Чтобы раскрасить секторы, полезно иметь цветные карандаши или фломастеры. Нет необходимости строить углы очень точно. На рисунке 2 показаны две круговые диаграммы. На одной из них малый сектор имеет угол ровно  $47^\circ$ , а на другой угол равен  $48^\circ$ . Попробуйте определить, где какая диаграмма.

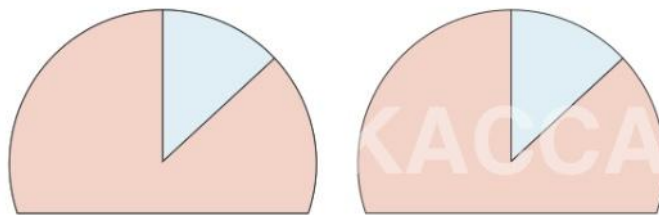


Рисунок 2. Какой угол меньше?



При построении круговой диаграммы не нужно откладывать углы с большой точностью. Небольшая погрешность не мешает правильно воспринимать диаграмму. Главные достоинства круговой диаграммы — наглядность восприятия и быстрота построения.

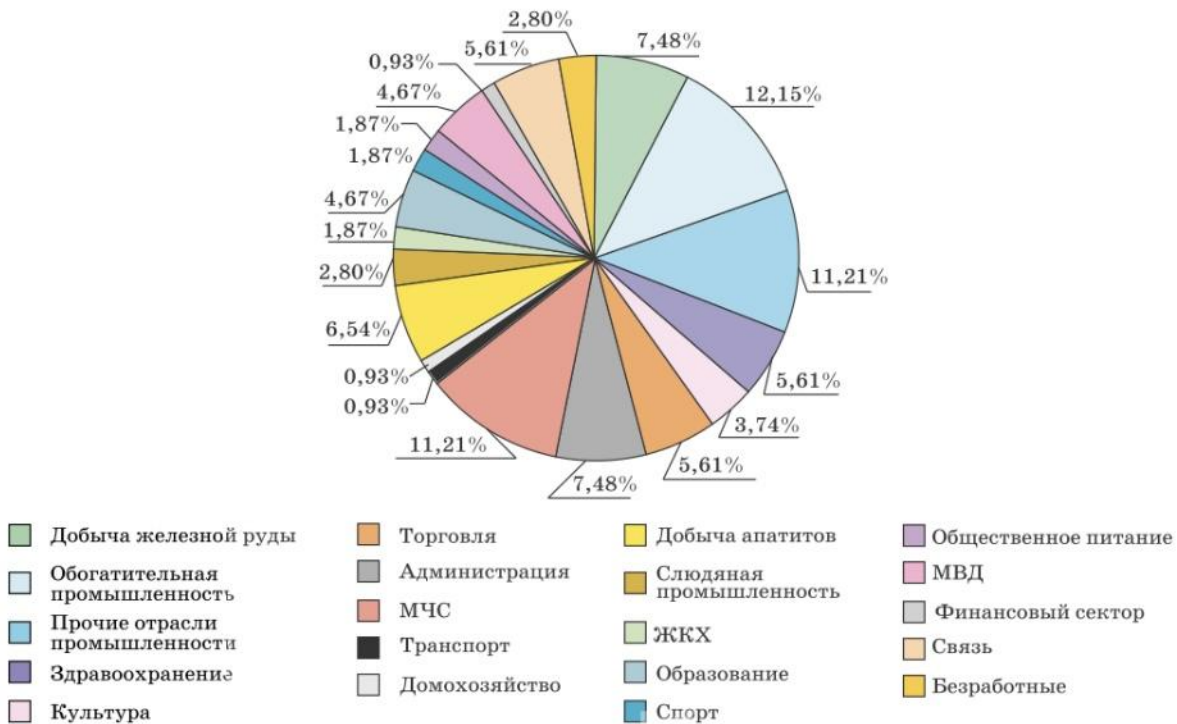
Для точного представления и анализа данных диаграммы не подходят, для этого нужны таблицы.

Целое делится на несколько частей, поэтому диаграмма состоит из нескольких секторов. Угол каждого сектора приближённо пропорционален той доле, которую он показывает.

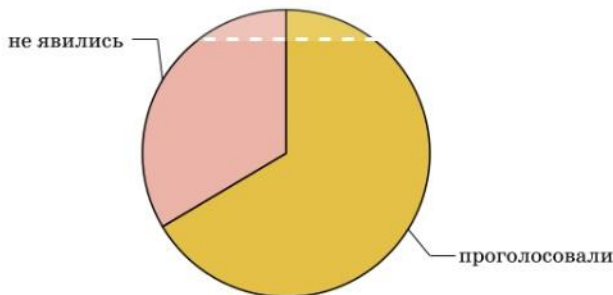
Иногда встречаются неудачные диаграммы. На представленной на рисунке 3, а диаграмме «Структура занятости населения города» слишком много секторов. Диаграмма плохо читается, сравнивать доли неудобно. Лучше объединять близкие отрасли в одну. Например, можно объединить категории «Торговля» и «Общественное питание».

На рисунке 3, б показано деление целого на две части. Проще сказать: «Примерно треть избирателей не явилась на участок». На рисунке 3, в изображена диаграмма, где все шесть долей примерно одинаковы. Лучше было бы написать: «Все шесть сортов минеральной воды пользуются примерно одинаковым спросом».

а) Структура занятости населения города



б) Явка избирателей



в) Продажи разных сортов минеральной воды

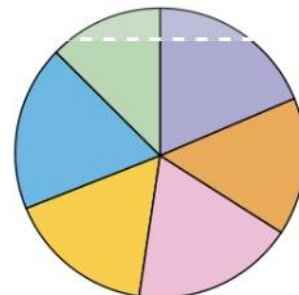


Рисунок 3. Примеры неудачных круговых диаграмм



**ПРИМЕР.** В таблице 19 даны сведения о всех океанах Земли.

Постройте круговую диаграмму, показывающую долю каждого океана в общей площади поверхности всех океанов Земли.

Таблица 19. Океаны

Океан	Площадь поверхности, млн км <sup>2</sup>	Объём воды, млн км <sup>3</sup>	Средняя глубина, м
Атлантический	91,6	329,7	3597
Индийский	73,6	292,1	3890
Северный Ледовитый	14,8	18,1	1225
Тихий	169,2	710,4	3976
Южный	20,3	72,4	3270

**Решение.** Вычислим общую площадь поверхности всех океанов:

$$91,6 + 73,6 + 14,8 + 169,2 + 20,3 = 369,5 \text{ (млн км}^2\text{)}.$$

Найдём долю каждого океана. Доля Атлантического океана равна

$$91,6 : 369,5 \approx 0,248,$$

то есть примерно 24,8%. Следовательно, сектор, соответствующий Атлантическому океану, имеет угол  $360^\circ \cdot 0,248 \approx 89,3^\circ$ . Аналогично вычислим доли и углы секторов для остальных четырёх океанов. Результаты для удобства занесём в таблицу 20.

Таблица 20. Площади поверхности океанов

Океан	Площадь поверхности, млн км <sup>2</sup>	Доля в общей площади поверхности, %	Угол сектора на диаграмме, градусы
Атлантический	91,6	24,8	89,3
Индийский	73,6	19,9	71,7
Северный Ледовитый	14,8	4,0	14,4
Тихий	169,2	45,8	164,8
Южный	20,3	5,5	19,8

При построении диаграммы округлим углы до целого числа градусов или даже до углов, кратных  $5^\circ$ . Не забудем раскрасить секторы и добавить легенду, которая упрощает чтение и понимание диаграммы.

Видно, что Тихий океан занимает около половины, а Атлантический — примерно четверть площади всего Мирового океана (диагр. 9).

Диаграмма 9. Площади поверхности океанов



Столбиковые диаграммы удобны, когда нужно показать, как одна и та же величина меняется со временем, или когда нужно сравнить разные (но сравнимые) величины. Круговая диаграмма нужна для других целей — она показывает, как единое целое делится на части.



### Вопросы

- 1 Почему не требуется строить секторы круговой диаграммы очень точно?
- 2 В таблице 19 даны средние глубины пяти океанов. Имеет ли смысл использовать круговую диаграмму для графического изображения этих данных о глубинах?
- 3 В таблице 19 есть данные об объёме водных запасов в каждом из пяти океанов. Имеет ли смысл использовать круговую диаграмму для графического изображения этих данных об объёмах воды?
- 4 Имеет ли смысл использовать круговую диаграмму для изображения долей мальчиков и девочек в вашем классе?
- 5 Попробуйте сформулировать общее правило о том, когда лучше строить столбиковую диаграмму, а когда — круговую.



### Задачи

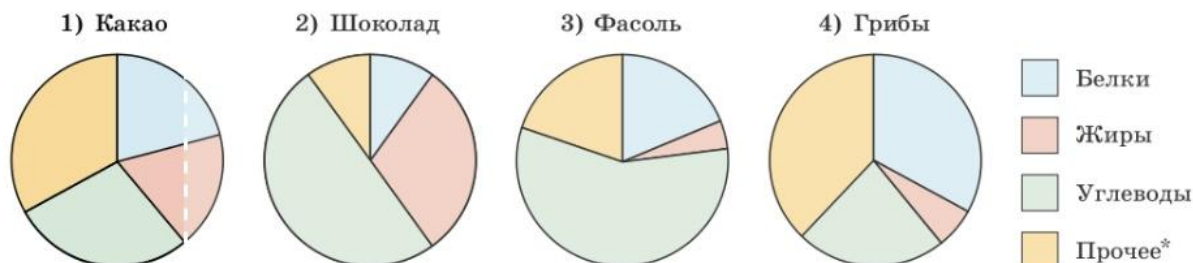
- 30 На диаграмме 10 показаны данные о числе учебных и художественных книг русских и зарубежных авторов в школьной библиотеке. Сколько примерно учебных книг в библиотеке, если всего в библиотеке 800 книг?

Диаграмма 10. Школьный библиотечный фонд



- 31** На диаграмме 11 показано содержание питательных веществ в четырёх разных продуктах. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание белков превышает 25%.

Диаграмма 11. Содержание питательных веществ

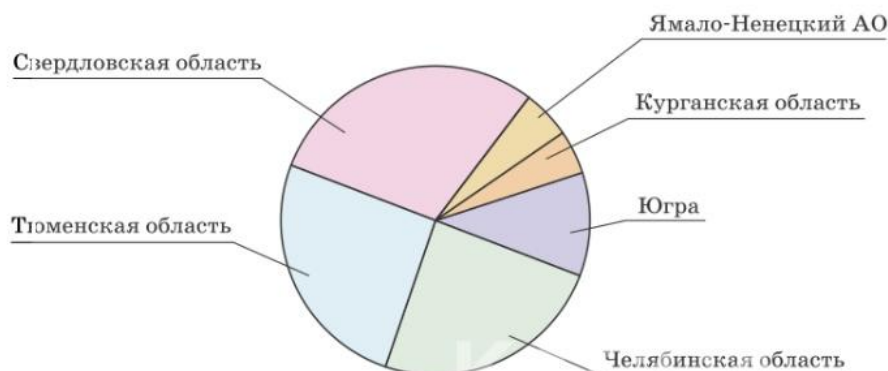


\* К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 32** Уральский федеральный округ (УрФО) состоит из шести регионов. На диаграмме 12 представлены сведения о соотношении численности населения в регионах округа по данным на 1 января 2018 г.

- В каком из регионов УрФО наибольшая численность населения?
- Найдите примерно долю населения Челябинской области в общей численности населения УрФО.

Диаграмма 12. Численность населения УрФО



- 33** Пользуясь данными из таблицы 19, постройте круговую диаграмму, показывающую соотношение объёмов воды в пяти океанах Земли.

- 34** Рассмотрите диаграмму 9. Какие из следующих утверждений верны?

- Площадь поверхности Тихого океана намного превышает площади четырёх остальных океанов, вместе взятых.
- Атлантический океан составляет примерно четверть Мирового океана по площади водной поверхности.
- Индийский океан превышает Атлантический по площади водной поверхности.
- Северный Ледовитый океан — самый маленький океан по площади водной поверхности.



- 35** В одной из школ опросили 30 учеников и учителей о домашних животных, живущих в их семьях (из одной семьи опрашивали только одного человека). Результаты опроса занесены в таблицу 21.

Таблица 21. Домашние животные

Кошка	Собака	Птица	Рыбка	Другие	Нет
18	10	5	2	7	6

- а) Суммарное число животных больше, чем число опрошенных семей. Чем это можно объяснить?
- б)\* Предположим, что в каждой семье есть животные не более чем двух видов. Пользуясь таблицей 21, найдите число семей, где ровно один вид животных. Постройте круговую диаграмму, показывающую доли семей: без домашних животных; с одним видом животных; с двумя видами.
- 36** В течение четверти Ваня получил следующие оценки: по английскому языку — 4, 5, 5, 4, 3, 5, 4, 4, 3, 5, 5, 5; по математике — 4, 3, 5, 5, 4, 5, 5, 4.
- а) Постройте круговые диаграммы распределения оценок по каждому из предметов. Сравните диаграммы.
- б) Можно ли утверждать, что Ваня примерно одинаково учится по этим предметам?

## 6\* Возрастно-половые диаграммы

Почти в каждой науке применяются специальные диаграммы, удобные для изображения определённых данных. В метеорологии<sup>1</sup> для изображения силы и направления ветра применяются лепестковые диаграммы, в экономике применяются биржевые диаграммы для изображения курсов ценных бумаг и их колебаний. Позже мы познакомимся с диаграммами рассеивания, которые позволяют наглядно отразить связь между двумя величинами. Сейчас мы расскажем только об одном типе специальных диаграмм.

В демографии — статистической науке о населении — применяются **возрастно-половые диаграммы** (половозрастные пирамиды). Эти диаграммы показывают количество мужчин и женщин в каждом возрастном интервале. Состоит такая диаграмма из двух столбиковых диаграмм. Столбики строятся горизонтально по разные стороны от общей оси.

По форме половозрастной пирамиды можно судить о том, какой след оставили войны и другие социальные потрясения, и о том, как реализуется в стране демографическая политика.

**ПРИМЕР 1.** На диаграмме 13 изображена половозрастная пирамида России на 1 января 2021 г. Сколько процентов составляет население в возрасте 20—24 лет?

На пирамиде находим соответствующий «слой». Видно, что мужчины в возрасте 20—24 лет составляют 2,3%, а женщины того же возраста — 2,2% всего населения России.

Зная численность населения России (146,2 млн чел. на 1 января 2021 г.), можно оценить количество россиян в возрасте от 20 до 24 лет:

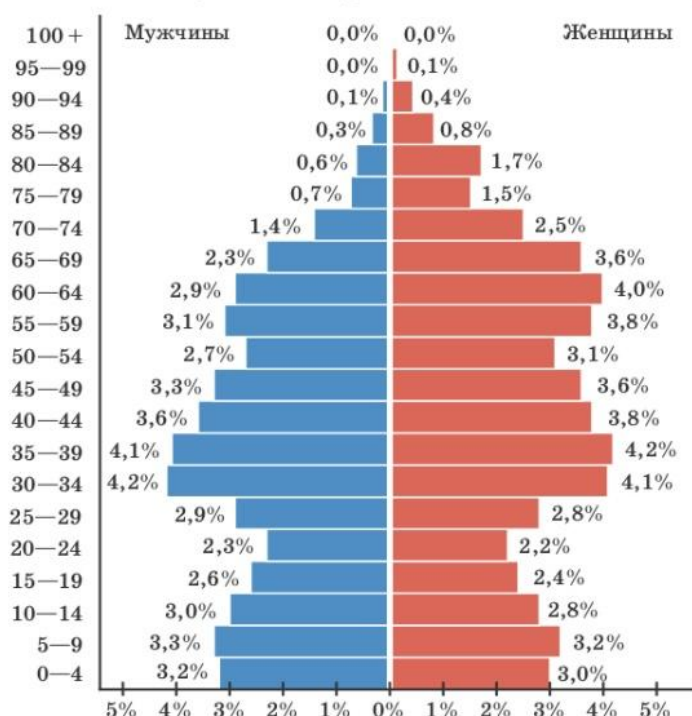
$$146,2 \cdot (0,023 + 0,022) \approx 6,58 \text{ млн чел.}$$

<sup>1</sup> Метеорология — наука об атмосферных явлениях.

**ПРИМЕР 2.** Чем можно объяснить сужение пирамиды в возрастном диапазоне 45—59 лет?

Чтобы ответить на этот вопрос, нужно вспомнить историю нашей страны. В 1941 г. началась Великая Отечественная война, которая продлилась почти четыре года и стоила нашей стране множества жизней<sup>1</sup>. На фронтах погибло очень много молодых людей, и у них не родились дети. Кроме того, в годы войны резко снизилась рождаемость. Поэтому на пирамиде видно резкое сужение в слоях 70—79 лет. Следующее поколение тоже оказалось малочисленным: мало родителей — мало детей. Слои 45—59 лет на демографической пирамиде России — это «эхо войны».

Диаграмма 13. Половозрастная пирамида России на 1 января 2021 г.



Есть и второе «эхо войны» — внуки военного поколения. «Второе эхо» наложилось на период распада СССР и последующие кризисные годы. Рождаемость снова резко снизилась. Поэтому на пирамиде мы видим ещё одно сужение: россиян в возрасте 15—29 лет намного меньше, чем могло бы быть.

Войны и экономические кризисы сказываются на населении любой страны длительное время.



### Вопросы

- 1 Как называется специальная демографическая диаграмма, показывающая численность мужского и женского населения?
- 2 За счёт чего может увеличиваться или уменьшаться численность трудоспособного населения в стране помимо войн?

<sup>1</sup> До сих пор не утихают споры, сколько граждан СССР погибло во время войны. В 2015 г. Министерство обороны России опубликовало данные, согласно которым общие потери составили 26,6 млн чел.



## Задачи

**37** Выделяют три основных типа воспроизводства и возрастной структуры населения.

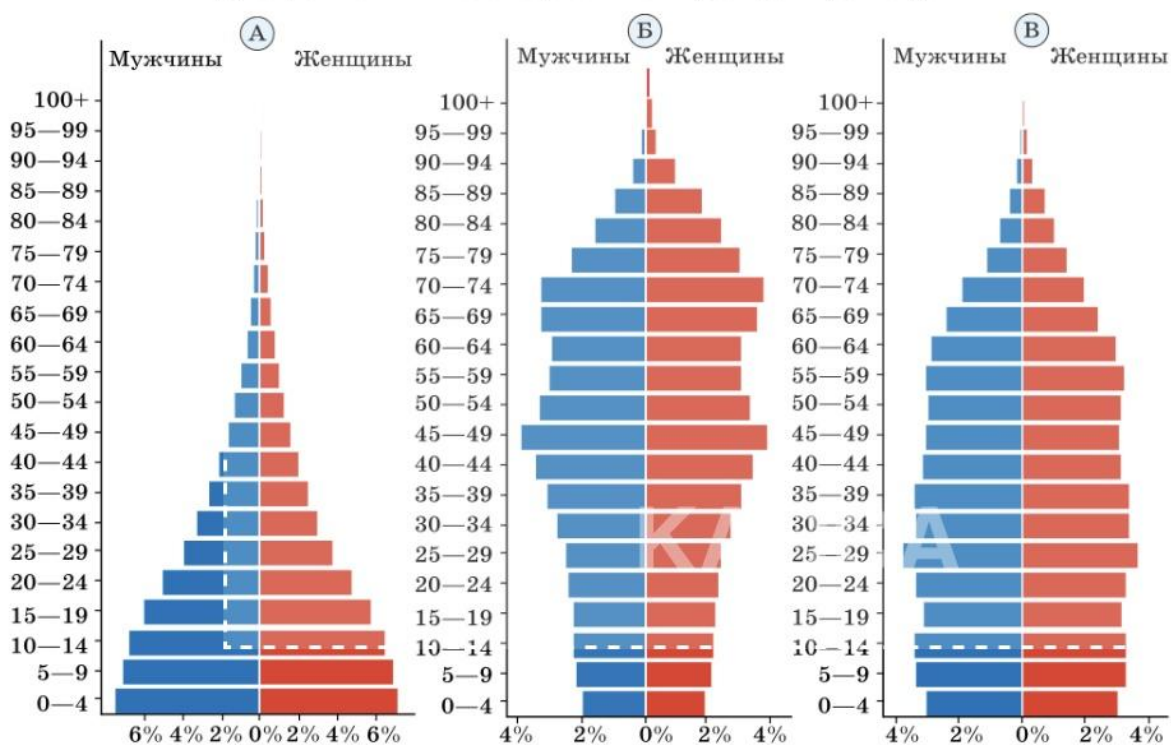
*Прогрессивный* тип характеризуется высокой долей детей в населении страны, высокой рождаемостью и низкой средней продолжительностью жизни. Такой тип характерен для большинства слаборазвитых стран.

*Стационарный* тип характеризуется почти уравновешенной долей детских и старших возрастных групп, невысокой стабильной рождаемостью. Такой тип чаще всего встречается в странах с развивающейся экономикой, в которых длительное время не было ни экономических, ни политических потрясений.

При *регрессивном* типе доля пожилых людей в составе населения высока, а детей мала. Наблюдается низкая рождаемость при высокой средней продолжительности жизни. Такой тип характерен для современных развитых индустриальных стран.

На диаграмме 14 изображены половозрастные пирамиды трёх стран: Японии, Афганистана и Исландии. Определите, какая диаграмма какой стране соответствует.

Диаграмма 14. Половозрастные пирамиды трёх стран



**38** По данным Росстата на 1 января 2021 г. население России составляло 146,2 млн чел. Рассмотрите диаграмму 13.



а) Найдите численность детей в возрасте до 4 лет на 1 января 2021 г. в России.

б) На сколько мальчиков в возрасте до 4 лет было больше, чем девочек?

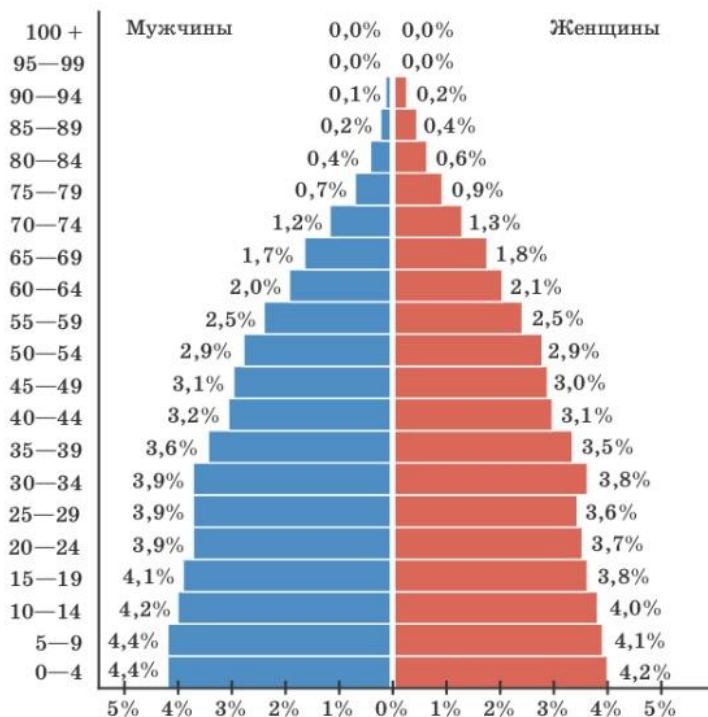




**39** На диаграмме 15 изображена половозрастная пирамида населения всей Земли по данным на конец 2021 г. (общая численность человечества на этот момент 7,87 млрд чел.). Рассмотрите диаграмму и ответьте на вопросы.

- а) Сколько в 2021 г. на планете было детей в возрасте 10—14 лет?
- б) Рассмотрим только детей в возрасте до 9 лет. На сколько в 2021 г. в мире мальчиков было больше, чем девочек?
- в) Рассмотрим только людей в возрасте 60 лет и старше. На сколько мужчин было меньше, чем женщин?

Диаграмма 15. Половозрастная пирамида населения Земли на 2021 г.



**40** Рассмотрите половозрастную пирамиду России, составленную на 1 января 2021 г. (диагр. 13). Сделайте прогноз, на сколько процентов и в какую сторону изменится количество взрослых людей в возрасте 30—34 лет к началу 2041 г. по сравнению с началом 2021 г.

**Указание.** Нужно сравнить численность тех, кому в 2041 г. будет 30—34 года, с численностью тех, кому 30—34 года было на начало 2021 г.